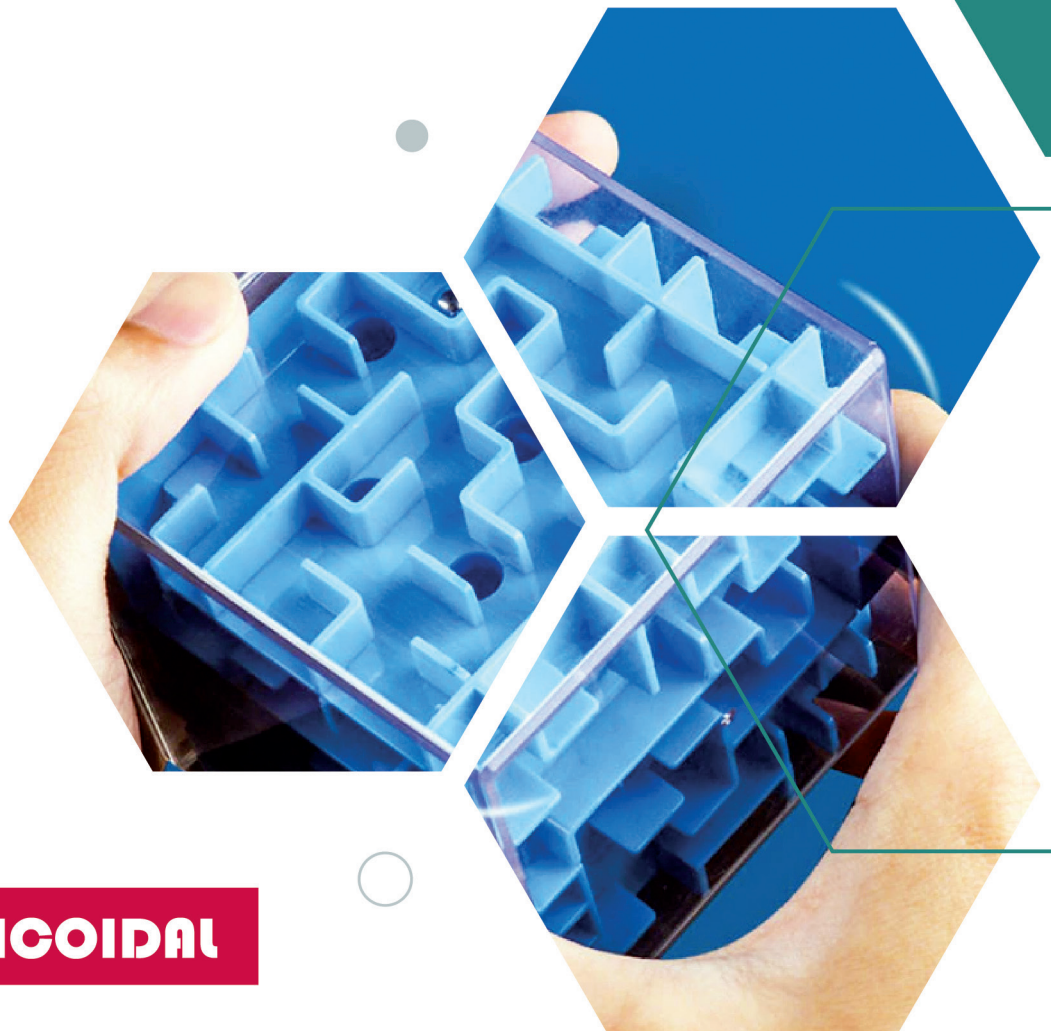


Mathematics

MATHEMATICAL REASONING



CRONOMETRÍA I (ADELANTOS Y ATRASOS)

Aprendizajes esperados

- Determina en que tiempo un reloj malogrado, volverá a marcar la hora correcta .
- Determina la hora solicitada, cuando el reloj se atrasa o adelanta.

Helico curiosities

El tiempo

Hace miles de años, las personas no tenían la necesidad de controlar el tiempo para realizar sus quehaceres, vivían día a día y así un día cualquiera era muy parecido al otro. El tiempo no era muy importante. Cuando se tenía la necesidad de medir el tiempo, lo hacían por soles, lunas, inviernos o veranos. Actualmente si se quiere saber qué hora es, basta con consultar un reloj; si se quiere saber la fecha, basta con mirar un calendario. Un reloj mide el tiempo a lo largo del día y te permite saber cuándo tienes que salir de casa para ir a estudiar o a realizar una actividad de tu interés. Entonces un reloj juega un papel muy importante en la planificación de las actividades que ha de realizar el hombre, por tanto, determina a veces el éxito de la planificación y la disciplina.

Ejemplo

Fabricio estaba muy cansado y se acostó a las 8 de la noche, con la intención de dormir hasta las 9 de la mañana del día siguiente, para ello puso su despertador a las 9 horas; unos veinte minutos después de acostarse se durmió. ¿Cuánto pudo descansar antes que la alarma lo despertase?

Resolución

En este inocente caso, quizá podamos responder haciendo un análisis apresurado y, claro está, guiándonos por la impresión de la información, diríamos que si puso el despertador para las 9 y se durmió veinte minutos después de las 8, entonces logró dormir un lapso de once horas con cuarenta minutos, pues habríamos supuesto que el reloj despertador podría distinguir entre 9 de la noche y 9 de la mañana, pero si se tratara de un reloj despertador con manecillas, el cual no distingue entre 9 de la mañana y 9 de la noche, el pobre Fabricio solo habría dormido hasta las once más cercana a la diez de la noche. Esto es hasta las nueve de la noche, es decir, hubiese dormido un lapso de cuarenta minutos, de esta manera tendríamos dos respuestas diferentes.



CRONOMETRÍA I (ADELANTOS Y ATRASOS)

Adelantos y atrasos

Involucran relojes que, por un mal funcionamiento, se atrasan o se adelantan.

Veamos los siguientes casos:

Ejemplo 1: Siendo las 6:00 p.m. un reloj empieza a atrasarse a razón de 4 minutos cada hora. ¿Qué hora marcará cuando son las 6:00 a.m. del día siguiente?

Resolución

Hoy	Día siguiente
6:00 p. m.	6:00 a. m. (Hora real)
	48 min (Atraso total)
	5:12 a. m. (Hora que marca)

Por dato: En 1 h se atrasa 4 min.
En 12 h se atrasará $12(4) = 48$ min.

Ejemplo 2: Siendo las 17:20 h un reloj marca 17:28 h. Si dicho reloj se adelanta a razón de 30 s cada hora, ¿a qué hora empezó a adelantarse?

Resolución

Son las 17:20.
Hora que marca 17:28 → Está adelantado 8 minutos.

Por dato

Se adelanta 30 s en 1 h
Entonces 1 min en 2 h

Para que su adelanto sea 8 min han debido pasar $8(2) = 16$ h.

Luego

La hora que empezó a adelantarse es
 $17:20 \text{ h} - 16 \text{ h} = 1:20 \text{ h}$

Conclusiones

Cuando un reloj se atrasa

$$\text{Hora real} = \text{Hora que marca} + \text{Atraso total}$$

Cuando un reloj se adelanta

$$\text{Hora real} = \text{Hora que marca} - \text{Adelanto total}$$



Note

Un reloj malogrado (adelantado o atrasado), volverá a marcar la hora correcta cuando haya acumulado 12 horas de adelanto o atraso.

Helico synthesis

CRONOMETRÍA I

Adelantos y atrasos en un reloj

Tiempo mínimo para que un reloj vuelva a marcar la hora correcta

Solved problems

1. Un reloj se adelanta a razón de 4 min por hora. Si este reloj ya lleva funcionando mal 3 días. Calcule después de 4 días. ¿Cuántos minutos se habrá adelantado?

Resolución

$$\begin{array}{lcl} \text{Adelanta} & \text{Cada} & \\ \times 96 & \begin{array}{l} 4 \text{ min} \rightarrow 1 \text{ h} \\ x \rightarrow 4 \text{ días} = 96 \text{ h} \end{array} & \times 96 \\ \Rightarrow x = 384 \text{ min} & & \end{array}$$

Rpta.: 384 min

2. El reloj del director del colegio se está atrasando a razón de 3 min por hora, pues el director golpeó su reloj involuntariamente con el marco de la puerta. Como él es aficionado a las matemáticas decide calcular dentro de cuántos días volverá a marcar la hora correcta por primera vez. ¿Cuál fue ese tiempo?

Resolución

$$\begin{array}{lcl} \text{Atrasa} & \begin{array}{l} 3 \text{ min} \rightarrow 1 \text{ h} \\ 12 \text{ h} \rightarrow x \end{array} & \text{Cada} \\ x = \frac{12 \cdot 60 \text{ min} \cdot 1 \text{ h}}{3 \text{ min}} \cdot \frac{1 \text{ día}}{24 \text{ h}} & & \\ \Rightarrow x = 10 \text{ días} & & \end{array}$$

Rpta.: 10 días

3. Un reloj ya lleva funcionando mal 16 horas. Este reloj se atrasa a razón de 4 min por hora. Si la hora que marca este reloj es 4:20 a. m. ¿Qué hora son en realidad?

Resolución

$$\begin{array}{lcl} \text{Atrasa} & \text{Cada} & \\ \times 16 & \begin{array}{l} 4 \text{ min} \rightarrow 1 \text{ h} \\ x \rightarrow 16 \end{array} & \times 16 \\ \Rightarrow x = 4 \times 16 = 64 \text{ min} & & \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{ii) Hora real} = \text{Hora atrasada} + \text{Atraso} \\ = 4:20 \text{ min} + 64 \text{ min} \\ = 4:20 + 1:04 \\ \text{Hora real} = 5:24 \text{ a. m.} \end{array}$$

Rpta.: 5:24 a. m.

4. Un reloj se encuentra malogrado y se adelanta 4 h cada 5 días. ¿Cuánto se habrá adelantado en 20 días?

Resolución

$$\begin{array}{lcl} \text{Adelanta} & \text{Cada} & \\ \times 4 & \begin{array}{l} 4 \text{ h} \rightarrow 5 \text{ días} \\ x \rightarrow 20 \text{ días} \end{array} & \times 4 \\ \Rightarrow x = 16 \text{ horas} & & \end{array}$$

Rpta.: 16 horas

5. Un reloj se adelanta 5 minutos cada 2 horas. Si hace ya 12 horas que viene funcionando y marca las 3:00 a. m., ¿qué hora son en realidad?

Resolución

$$\begin{array}{lcl} \text{Adelanta} & \text{Cada} & \\ \times 6 & \begin{array}{l} 5 \text{ min} \rightarrow 2 \text{ h} \\ x \rightarrow 12 \text{ h} \end{array} & \times 6 \\ \Rightarrow x = 30 \text{ min} & & \end{array}$$

El reloj marca : 3:00 a. m. (Adelantado 30 min)

Hora exacta : 2:30 a. m.

Rpta.: 2:30 a.m.

MATHEMATICAL REASONING

Helico practice

Aplico lo aprendido

1. En un examen mensual de razonamiento matemático se propone el siguiente problema: “Un reloj se adelanta a razón de 4 minutos por hora. ¿Cuánto tiempo se habrá adelantado después de 60 horas?” Si todos los alumnos resolvieron correctamente este problema. Determine dicho tiempo.

Resolución

Demuestro mis conocimientos

3. El profesor Joaquín dicta el curso de razonamiento matemático y propone el siguiente problema para sus alumnos: “El reloj de Silvana está malogrado y se sabe que se adelanta a razón de 5 minutos por hora. ¿Cuánto tiempo tendrá que pasar como mínimo para que el reloj vuelva a marcar la hora correcta por primera vez?” Si uno de sus alumnos resolvió correctamente el problema. ¿Cuál fue su respuesta?

Resolución

2. Juana fue a un centro comercial a comprarse un reloj. Después de una semana de uso, se da cuenta que el reloj sufre un desperfecto; pues este reloj se adelanta a razón de 2 minutos por hora. Si Juana lo puso a la hora correcta hoy a las 9:00 a. m. ¿Qué hora marcará este reloj cuando en realidad son las 10:00 p. m.?

Resolución

4. Un reloj se adelanta 2 minutos cada 15 minutos. Si ahora marca las 5:20 y hace 4 horas que se adelanta, indique la hora correcta.

Resolución

5. Cuando son las 0:00 horas un reloj empieza a atrasarse a razón de 3 minutos cada hora. Cuando realmente son las 2:20 p. m. de ese mismo día, ¿qué hora marcará este reloj?

Resolución

7.

Que problema con los relojes verdad José María, me dices que tu reloj se adelanta 2 min cada hora; en cambio el mío se atrasa 3 min cada hora.

Claro Herald, ahora nuestros relojes marcan la hora correcta, pero no por mucho tiempo y te aseguro que la próxima vez que te vea, sucederá lo mismo.



Determina luego de cuánto tiempo se volverán a ver Herald y José María.

Resolución

Asumo mi reto

6. Carlos y Enrique deben abordar el tren según la hora indicada en el gráfico. El reloj de Carlos está 10 minutos retrasado, pero él cree que adelanta 5 minutos. El reloj de Enrique está 5 minutos adelantado, aunque él cree que atrasa diez minutos. ¿Quién llegará a la estación para abordar el tren a la hora indicada? Explica y justifica la respuesta.



Resolución

Aplico lo aprendido

1. En un examen bimestral de razonamiento matemático se propone el siguiente problema: “Un reloj se atrasa a razón de 3 min por hora. ¿Cuánto tiempo se habrá atrasado después de 80 horas?”. Si todos sus alumnos resolvieron correctamente el problema. Determine dicho tiempo.

Resolución

Demuestro mis conocimientos

3. Janet salió de su casa muy apurada, y se olvidó su reloj, regresa rápidamente y le pide que le aviente su reloj a su papá del tercer piso. Pero ella dejó caer su reloj al piso. Después de este golpe, su reloj empieza a atrasarse a razón de 2 min por hora. Si este reloj empezó a atrasarse a las 7:30 a. m. ¿Qué hora marcará este reloj a las 10:30 p. m.?

Resolución

2. Rosa se compra un reloj por internet. El reloj le llegó de China luego de 2 meses. Pero al usarlo se da cuenta que el reloj sufre un desperfecto, pues este reloj se atrasa a razón de 3 min por hora. Si Rosa puso a la hora correcta su reloj a las 8:00 a. m. ¿Qué hora marcará este reloj a las 3:00 p. m?

Resolución

4. El profesor Daniel dicta el curso de razonamiento matemático y propone el siguiente problema para sus alumnos: “El reloj de Carlos está malogrado y se sabe que se adelanta a razón de 3 min por hora. ¿Cuánto tiempo tendrá que pasar como mínimo para que el reloj vuelva a marcar la hora correcta por primera vez?”. Si uno de sus alumnos resolvió correctamente el problema. ¿Cuál fue la respuesta que dio su alumno?

Resolución

5. Un reloj se adelanta 1 minuto cada 900 segundos. Si ahora marca las 4:10 y hace 8 horas empezó a adelantarse, ¿cuál es la hora correcta?

Resolución

7. A continuación se muestra la conversación entre dos amigos:

Daniel, hemos comprobado que tu reloj se adelanta 5 min cada hora mientras que el río se atrasa 4 min cada hora. Sincronicemos nuestros relojes y te prometo visitarte cuando nuevamente nuestros relojes marquen la hora correcta simultáneamente.

De acuerdo Edgar, espero tu visita que seguro la disfrutare.



Determina, después de cuánto tiempo Daniel visitará a Edgar.

Resolución

Asumo mi reto

6. El reloj de José Gabriel esta adelantado 10 minutos; pero él cree que esta atrasado 5 minutos. El día de su examen de admisión a la UNMSM, toma sus precauciones, si la hora de ingreso para el examen es 8:00 a.m. ¿Logrará llegar a hora? Justifique su respuesta.



Resolución

MATHEMATICAL REASONING

Helico trial

1. El profesor de razonamiento propone en la pizarra el siguiente problema: “Un reloj se atrasa 15 minutos cada 8 horas, si a las 10:15 a. m. marca la hora correcta, luego de 12 horas. ¿Qué hora marcará?”
A) 9:52:30 a. m.
B) 10:15:30 a. m.
C) 10:05:30 a. m.
D) 9:55:30 a. m.
2. Carlos le comenta a Beatriz que su reloj se adelanta 5 min por hora porque sufrió un golpe y se malogró. Beatriz le contesta y le dice que su reloj también sufrió un desperfecto pero que su reloj se atrasa a razón de 6 min por hora, como a los dos les gusta razonar matemáticamente deciden calcular, ¿después de cuánto tiempo los dos relojes volverán a marcar la hora correcta por primera vez? Podría decir. ¿Cuál fue esta hora?
A) 160 horas y 130 horas
B) 144 horas y 120 horas
C) 140 horas y 100 horas
D) 150 horas y 100 horas

Helico challenge

SCORE

Nivel I

1. Pepito le pide ayuda a su papá, pues tiene dificultad en resolver el problema siguiente: “Un reloj se atrasa a razón de 2 min cada 3 horas. ¿Cuánto tiempo se habrá atrasado luego que hayan pasado 72 horas?”. Si el papá de Pepito resolvió correctamente el problema, podría decir, ¿cuál es la respuesta que dio?

Resolución

Nivel III

2. Un reloj se adelanta a razón de 6 minutos por hora; pues sufrió un golpe cuando su dueño jugaba un partido de fútbol. ¿Cuánto tiempo como mínimo se necesitará para que marque la hora correcta por primera vez?

Resolución

3. Un reloj se pone a la hora correcta a las 6:20 a. m. Si este reloj se adelanta a razón de 3 minutos por hora. ¿Qué hora marcará cuándo hayan pasado 10 horas?

Resolución

5. Edith, tiene una cita con el doctor, observa la hora en su reloj y son las 7:50 a.m. se sabe que su reloj esta atrasado 5 minutos, pero ella cree que esta adelantado 10. ¿Con cuantos minutos a anticipación o retraso llevo a su cita? Justifique su respuesta.



Resolución

Nivel III

4. Pepito está dando su examen de admisión a la universidad nacional Federico Villareal y tiene dificultad con el siguiente problema: “El reloj de Susana se cayó y sufrió un desperfecto en la parte mecánica. Susana nota que su reloj se atrasa a razón 2 minutos cada 5 horas. Si ya lleva funcionando mal 100 horas y después de este tiempo el reloj marca 6:10 a. m. ¿Qué hora será en realidad?” Si pepito resolvió correctamente el problema. ¿Cuál fue la respuesta?

Resolución

MATHEMATICAL REASONING

Helico homework

Nivel I

1. El profesor Juan Carlos propone este problema para la práctica calificada de razonamiento matemático: “un reloj se adelanta dos minutos cada 3 horas. ¿Qué hora será en realidad cuando marque las 10:15 a. m.; si hace 30 horas que viene adelantándose?” Si sus alumnos resolvieron correctamente. ¿Cuál fue la respuesta?

A) 10:00 a. m. B) 9:59 a. m.
C) 9:55 a. m. D) 8:45 a. m.

Nivel II

2. Un reloj se adelanta 2 minutos cada 3 horas. ¿A qué hora empezó a adelantarse si a las 11:15 p. m. señala las 11:27 p. m.?

A) 5:15 a. m. B) 4:15 a. m.
C) 6:15 a. m. D) 6:15 p. m.

3. Hace 6 horas que se viene adelantando un reloj a razón de 4 minutos cada 24 minutos. Si marca las 6:30, ¿cuál es la hora correcta?

A) 4:30 B) 5:00
C) 5:30 D) 6:20

Nivel III

4. Andrea está dando su examen de admisión para la Universidad Nacional Mayor de San Marcos; pero está nerviosa porque no le sale el siguiente problema: “Hoy me di cuenta que mi reloj se está adelantando 3 minutos cada 4 horas; si lo puse a la hora correcta a las 8:30 h. ¿Qué hora marcará este reloj dentro de 80 horas?. Si después de algunos minutos ella pudo resolver correctamente. ¿Cuál fue la respuesta que encontró Andrea?

A) 17:20 B) 17:30
C) 17:40 D) 17:35

5. Reyna sale de su casa a las 6:00 a.m. (según el reloj de su casa) para ir a su centro de labores llegando a las 7:50 a.m. (según el reloj de su centro de labores). Si el reloj de su casa está atrasado 3 minutos y el reloj de su centro de labores está adelantado 10 minutos, ¿cuánto tiempo demoró Reyna en ir de su casa a su centro de labores?

A) 1 h 35 min B) 1 h 37 min
C) 2 h 15 min D) 1 h 45 min

CRONOMETRÍA II (TIEMPO TRANSCURRIDO)

Aprendizajes esperados

- Aprende a resolver problemas sobre tiempo transcurrido.
- Refuerza la capacidad de abstracción adquirida en el capítulo de planteo de ecuaciones.

Helico curiosities

Aprendiendo a ver la hora

Silvana y Vanesa son dos hermanas gemelas que se están alistando para ir a celebrar el cumpleaños de su amiga Marina en la casa de ella.

Al llegar las hermanas y gemelas a la casa de Marina; ellas son el centro de atención; sobretodo de Javier quien es un invitado de Marina.

Javier se encuentra muy ilusionado por conocer a Silvana y no sabe como hablar con ella y entablar una conversación; por este motivo le pide Javier a Marina que se la presente; pero Marina le dice que no; porque él es un muchacho muy flojo y descuidado; además a ella no le agradaría pues solo le gusta entablar amistad con muchachos que sean muy dedicados a sus estudios. Pese a la advertencia Javier decide acercarse a Silvana y le pregunta: ¿me podrías decir qué hora es?. A lo que Silvana le responde: “son más de las siete de la noche, pero aún no son las nueve de la misma noche, además el tiempo que faltará para las nueve de la noche dentro de 10 minutos será el doble del tiempo transcurrido desde la siete, pero hasta hace 20 minutos”. Si resuelves esto, sabrás que hora es después de esto Javier dio la vuelta y se fue.

Responda.

- Podría usted decir ¿cuál fue la hora en ese instante?



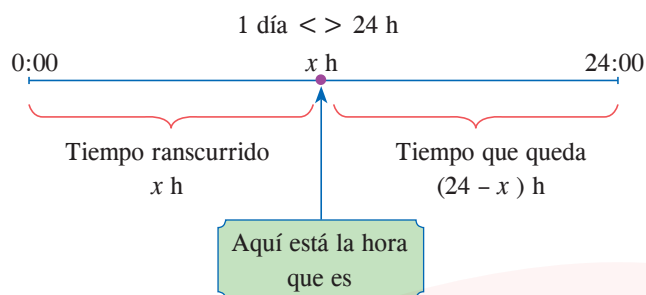
CRONOMETRÍA II (TIEMPO TRANSCURRIDO)

Tiempo transcurrido y tiempo que falta transcurrir en un día y en un intervalo de tiempo

En esta parte veremos problemas que involucren el transcurrir del tiempo ya sea en 1 año, 1 mes, 1 semana o 1 día.

Veamos los siguientes casos

Ejemplo 1: Si el tiempo transcurrido del día excede en 6 h a la quinta parte del tiempo que queda del día, ¿qué hora es?

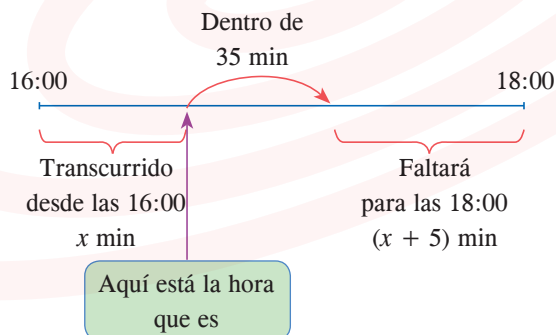


Según datos: $x = \frac{24 - x}{5} = 6$

Resolviendo: $x = 9$ h

Por lo tanto, la hora es: 9:00 a. m.

Ejemplo 2: ¿Qué hora es si dentro de 35 minutos faltarán para las 18 h, 5 minutos más que los minutos transcurridos desde las 16 h?



Desde las 16:00 hasta las 18:00 son 2 h $\Leftrightarrow$ 120 min.

Del gráfico: $x + 35 + (x + 5) = 120$

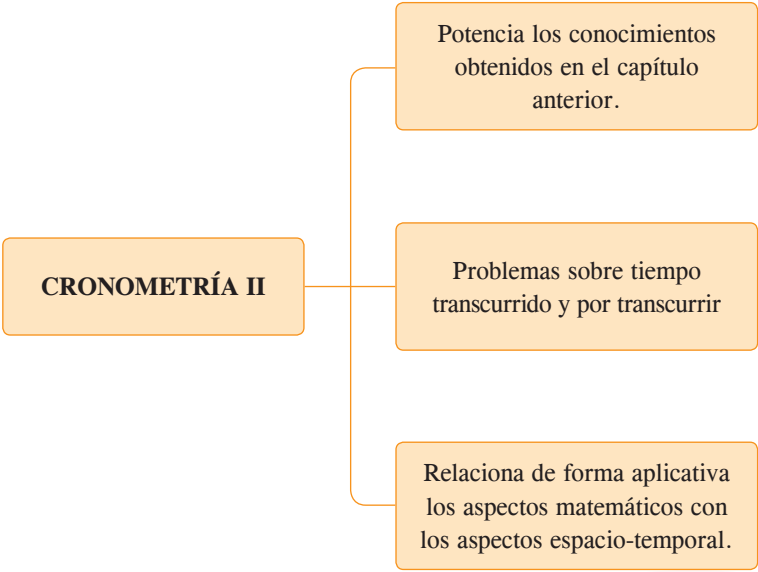
Resolviendo: $x = 40$

Luego

La hora es $16:00 + x \text{ min} = 16:00 + 40 \text{ min}$.

Por lo tanto, la hora es 16:40.

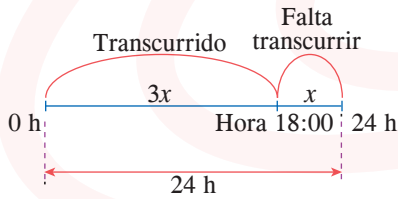
Helico synthesis



Solved problems

1. Si el tiempo transcurrido durante el día es el triple de lo que falta transcurrir, ¿qué hora es?

Resolución

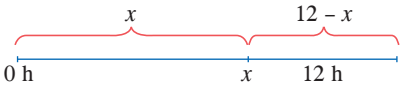


Entonces: $3x + x = 24 \text{ h} \rightarrow x = 6 \text{ h}$
Por lo tanto, han transcurrido 18 horas.
Rpta.: 6:00 p. m.

2. ¿A qué hora de la mañana del tiempo que marca un reloj es igual a $\frac{5}{4}$ de lo que falta para las doce del mediodía?

Resolución

Hacemos un diagrama lineal



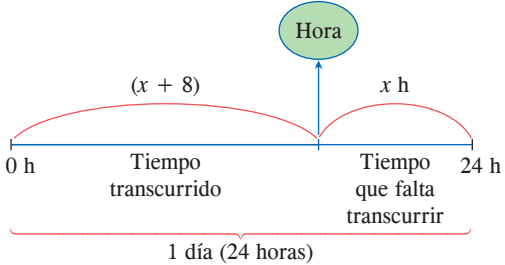
x representa el tiempo en horas marcado por el reloj, luego, de acuerdo a los datos

$$\begin{aligned} x &= \frac{5}{4} (12 - x) \\ 4x &= 60 - 5x \\ x &= 6 \frac{2}{3} \text{ horas} = 6 \text{ h } 40 \text{ min} \end{aligned}$$

Rpta.: 6:40 a. m.

3. Si han transcurrido del día 8 horas más de las que faltan por transcurrir, ¿qué hora es?

Resolución



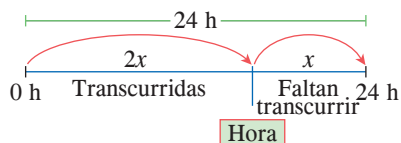
Entonces: $(x + 8) + x = 24 \rightarrow x = 8$
Por lo tanto, transcurrieron 16 horas.

Rpta.: 4:00 p. m.

MATHEMATICAL REASONING

4. Si las horas que faltan por transcurrir en el día son tantas como la mitad de las horas ya transcurridas, ¿qué hora es?

Resolución



$$2x + x = 24 \text{ h}$$

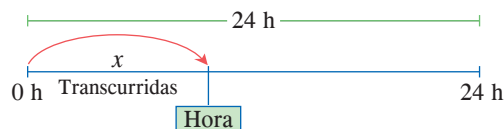
$$x = 8 \text{ h}$$

∴ Hora: $2x = 2(8 \text{ h}) = 16 \text{ h} <> 4:00 \text{ p. m.}$

Rpta.: 4:00 p. m.

5. Si las horas transcurridas del día, más su doble, más su triple y más su cuádruple totalizan 30 h, ¿qué hora es?

Resolución



Por dato

$$x + 2x + 3x + 4x = 30 \text{ h}$$

$$10x = 30 \text{ h}$$

$$x = 3 \text{ h} <> 3:00 \text{ a. m.}$$

Rpta.: 3:00 a. m.

Helico practice

Aplico lo aprendido

1. Dos amigos: Fidel y Jhon discuten sobre la solución de este problema: “¿A qué hora del día las horas transcurridas son el doble de las que faltan transcurrir?”

Si Jhon resolvió correctamente el problema y Fidel se equivocó por 2 horas de más. ¿Cuál fue la respuesta de Fidel?

Resolución

2. Falta para acabar el día 5 h 20 min desde hace 2 h. ¿Qué hora es?

Resolución

Demuestro mis conocimientos

3. La mitad del tiempo que ha pasado desde las 9:00 a. m. es una tercera parte del tiempo que falta para las 7:00 p. m. ¿Qué hora es?

Resolución

5. Ximena está paseando en el parque y como no tiene su reloj ni su celular, decide preguntarle a una amable anciana sentada en una banca y ella responde: “¿Qué hora es si faltan para las 11 p. m. la tercera parte del tiempo que transcurrió desde las 8:52 p. m.?” Si Ximena pudo averiguar la hora. ¿Cuál fue esta hora?

Resolución

Asumo mi reto

4. Marcelo, al preguntarle por la hora a su novia, ella le responde: “El duplo de las horas que han transcurrido del día es igual al cuádruplo de las que quedan por transcurrir”. ¿Qué hora es?

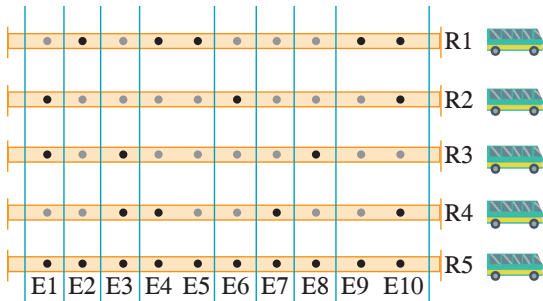
Resolución

6. El profesor de razonamiento matemático propone el siguiente problema en pizarra para evaluar a su alumnos: “Rubén pregunta a Óscar por la hora y este responde: ‘Las horas transcurridas del día exceden en 4 a las horas que faltan transcurrir’. ¿Qué hora era en ese momento?”

Resolución

MATHEMATICAL REASONING

7. Un sistema de transporte masivo tiene varias estaciones (E1, E2, ...) sobre una avenida. En condiciones normales, entre dos estaciones consecutivas, un bus se demora 4 minutos y en cada parada, 20 segundos. En la figura, los círculos sombreados representan las paradas de cada ruta (R1, R2, ...).



Un usuario que desea ir de E1 a E10 en el menor tiempo, determinó con base en la figura, que la ruta que más le convenía tomar era R2 y estimó el tiempo que tardaría viajando en el bus así:

- I. Contó a cantidad de tramos entre estaciones consecutivas que habla en su recorrido:10.
- II. Multiplicó el número obtenido en I (10) por la cantidad de minutos (4) que tardará entre dos estaciones consecutivas:40 minutos.
- III. Al resultado anterior le sumo 30 segundos por la parada que hará en E6: 40,5 minutos.

Este procedimiento es incorrecto en el (los) paso(s).

Resolución

Helico workshop

SCORE

Aplico lo aprendido

- 1. Kike le dice a Flor: “Nos encontramos en el lugar de siempre, cuando las horas transcurridas del día sean $\frac{3}{5}$ de las horas que faltan transcurrir”. ¿A qué hora fue el encuentro?
- 2. El profesor de razonamiento matemático propone el siguiente problema en la pizarra para evaluar a sus alumnos. “La mitad del tiempo transcurrido del día es igual a la sexta parte de lo que falta transcurrir. ¿Qué hora es?”

Resolución

Si usted fuera un alumno de este profesor y resolvió correctamente el problema. ¿Cuál sería su respuesta?

Resolución

Demuestro mis conocimientos

3. Dos amigos están resolviendo su tarea semanal, como Juan tiene mucha dificultad en resolver este problema: “¿A qué hora del día, las horas transcurridas son excedidas en 3 horas por el doble de las horas que faltan transcurrir?”

Decide consultar con su amigo Jaime y entre los dos resuelven exitosamente el problema. ¿Cuál fue la respuesta que dieron los dos amigos?

Resolución

5. En un examen de admisión a la universidad Cayetano Heredia se propuso el siguiente problema: “Las horas transcurridas del día, es igual al triple de las horas que faltan para acabar el día. ¿Qué hora será dentro de 3 h?”

Si Benjamín está dando este examen representando al colegio Saco Oliveros y fue el único en resolver el problema correctamente. Podría usted resolver el problema y decir cuál fue la respuesta de Benjamín.

Resolución

Asumo mi reto

4. Carlos le pide ayuda a su papá, pues tiene mucha dificultad para resolver el siguiente problema: “Son más de las 2 pero aún no son las 3; además el tiempo que faltara para las 3 dentro de 10 minutos será igual al doble del tiempo transcurrido desde las dos pero hasta hace 20 minutos” Si el papá de Carlos resolvió correctamente el problema. ¿Cuál fue la respuesta al problema?

Resolución

6. Si fuera 5 horas más tarde de lo que es, faltaría para acabar el día, el triple de las horas que habían transcurridos hasta hace 3 horas. ¿Qué hora es?

Resolución

MATHEMATICAL REASONING

7. Raúl es un alumno del local de Arequipa, turno tarde. Al preguntar la hora a su maestro, este le responde: “son más de las 6 sin ser las 8 y hace 10 minutos, los minutos que habían transcurrido desde las 6 eran iguales a $\frac{1}{9}$ del tiempo que faltarían transcurrir hasta las 8 dentro de 10 minutos.” ¿Qué hora es?

Resolución

Helico trial

1. Aldo le dice a su amiga Isabel: “Cuando la suma de las cifras de las horas transcurridas sea igual a las horas por transcurrir, te espero donde tú ya sabes”. ¿A qué hora es la cita?
A) 3:00 p. m. B) 6:00 p. m.
C) 9:00 p. m. D) 9:00 a. m.
2. Rubén se encuentra en el parque paseando a sus perros; sorpresivamente se le acerca una señorita y le pregunta por la hora, respondiendo Rubén de la siguiente forma: Si lo que falta para las 4:00 p. m., es igual a la mitad de lo que faltará para las 4:00 a. m. de la mañana dentro de 4 horas, ¿qué hora es?
A) 7:00 p. m. B) 4:00 a. m.
C) 7:00 a. m. D) 8:00 a. m.

Helico challenge

SCORE

Nivel I

1. A Julio le preguntan por la hora y él responde de esta forma: “El tiempo que falta para acabar el día es la tercera parte del tiempo transcurrido”. Si el amigo que le preguntó por la hora a Julio resolvió correctamente el problema. Podría usted decir qué respuesta dio.

Resolución

3. ¿Qué hora es? Si el tiempo que faltará para acabar el día será la mitad del tiempo transcurrido.

Resolución

Nivel II

2. Lola está resolviendo su tarea semanal y tiene cierto grado de dificultad en resolver el siguiente problema: “Son más de las 6:00 p.m. pero aún no son las 7 p.m.; además dentro de 15 minutos el tiempo que faltará para las 7:00 p.m. será el cuádruple del tiempo transcurridos desde las 6 pm pero hasta hace 10 minutos”. Si ella resolvió correctamente el problema. ¿Cuál fue su respuesta?

Resolución

Nivel III

4. Falta la mitad de la mitad del día para las 10 a. m. ¿Qué hora es?

Resolución

5. Ya pasó la cuarta parte del día. ¿Cuánto falta para las 8 a. m.?

Resolución

MATHEMATICAL REASONING

Helico homework

Nivel I

1. El profesor de razonamiento matemático propuso el siguiente problema para el examen mensual: “¿Qué hora es si las horas transcurridas del día son la tercera parte de las horas que faltan transcurrir?” Si sus alumnos respondieron correctamente el problema. ¿Cuál fue su respuesta?

A) 12 p. m. B) 4 a. m.
C) 6 a. m. D) 6 p. m.

2. Son más de las 7 sin ser las 10. Si las horas que faltan para las 10 son la quinta parte de las que ya transcurrieron desde las 7, ¿qué hora es?

A) 8:30 B) 7:30
C) 6:30 D) 9:30

Nivel II

3. ¿Qué hora es si faltan para las 5 p. m. la quinta parte del tiempo que transcurrió desde la 1:54 p. m.?

A) 3:39 p. m. B) 4:27 p. m.
C) 2:00 p. m. D) 4:29 p. m.

4. El profesor de razonamiento matemático propone el siguiente problema para el boletín del examen bimestral: “Faltan para las 15 horas la quinta parte de los minutos que pasarán desde las 9 h.” ¿Qué hora es?

A) 2:00 p. m. B) 4:00 p. m.
C) 8:00 p. m. D) 10:00 p. m.

Nivel III

5. Al preguntarle la hora a un romántico, responde: “Pasan de las 3 sin ser las 4 de esta hermosa tarde. Si hubiera pasado 25 minutos más, faltarán para las 5 p.m. los mismos minutos que pasaron desde las 3 p.m. hace 15 minutos, que es el tiempo que espero a mi amada”. ¿Qué hora es?

A) 2 h 55 min B) 1 h 55 min
C) 3 h 55 min D) 4 h 55 min

CINEMÁTICA INTUITIVA

Aprendizajes esperados

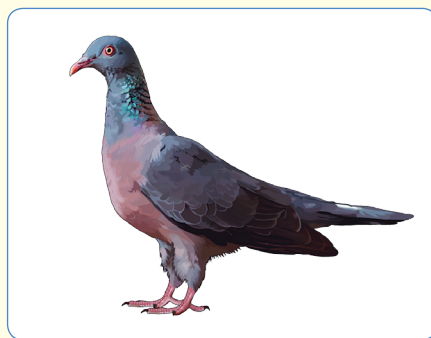
- Reconoce y discrimina las magnitudes que participan en el movimiento de un móvil.
- Aplica relaciones de proporcionalidad en la resolución de problemas asociados al movimiento de un móvil.

Helico curiosities

Amaestrando a la paloma

Dos amigos cuyos nombres son: Sacoolliveritos y Apeiron; son alumnos del salón de selección. Ellos se alternan los días de la semana para criar y amaestrar una paloma mensajera. Después de dos meses de intenso trabajo amaestrando a su paloma, ambos llegan a la conclusión que su paloma ya está preparada y deciden hacer un experimento con ella.

El experimento consiste en que Sacoolliveritos y Apeiron estarán separados 600 metros y Apeiron tiene la paloma; luego los dos amigos parten al encuentro al mismo instante con velocidades de 2 metros por segundo y 3 metros por segundo respectivamente. Si en el momento en que partió Apeiron lanzó a la paloma al encuentro de Sacoolliveritos y cuando lo encuentra, la paloma dará la vuelta e irá al encuentro de Apeiron y así sucesivamente la paloma irá al encuentro de uno y del otro, hasta que los dos amigos se encuentren. Si la paloma pasó la prueba. Podría usted responder lo siguiente



Responda.

1. ¿Qué tiempo emplearon los amigos como mínimo para encontrarse?

2. ¿Cuál fue el espacio mínimo que recorrió la paloma durante el experimento?

CINEMÁTICA INTUITIVA

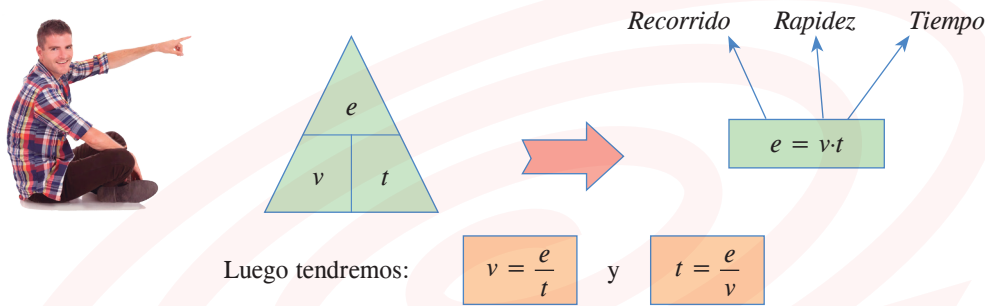
Cuando nos dirigimos a un determinado lugar podemos hacerlo con mayor o menor rapidez según la prisa que tengamos. Por ejemplo, si disponemos de un vehículo y tenemos urgencia de llegar a nuestro destino, tendremos que viajar a una mayor velocidad que la acostumbrada y por lo tanto, tardaremos un menor tiempo en llegar; en caso contrario podemos viajar a una menor velocidad y por consiguiente tardaríamos un mayor tiempo en llegar. Pues bien en el presente capítulo estudiaremos la relación existente entre las magnitudes e (espacio), v (velocidad) y t (tiempo); tales son los componentes principales en un movimiento uniforme, también veremos la aplicación de métodos prácticos en la solución de problemas sobre móviles.

MÓVILES

Previamente veamos algunos conceptos

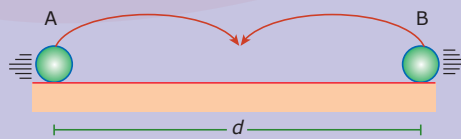
- La velocidad es una magnitud vectorial que nos indica la rapidez con que se mueve un cuerpo de un lugar a otro.
- Si la rapidez es siempre la misma (constante), entonces se dice que el movimiento es uniforme.
- Si tenemos por ejemplo, un vehículo que recorre una trayectoria cualquiera con un rapidez constante de 80 km/h, quiere decir que dicho móvil recorre 80 km en cada hora de su movimiento.

Debemos tener en cuenta lo siguiente



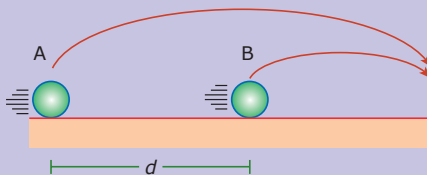
Observation

Cuando A y B parten a la vez
Tiempo de encuentro (t_e)



$$t_e = \frac{d}{v_A + v_B}$$

Tiempo de alcance (t_a)



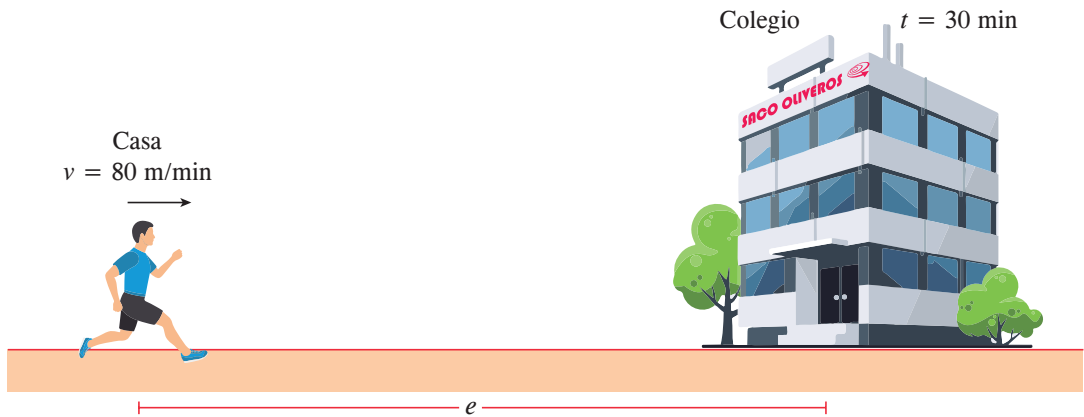
$$t_a = \frac{d}{v_A - v_B}$$

Ejemplo

José sale todos los días de su casa para dirigirse al colegio. Si siempre camina a una rapidez de 80 m/min y emplea 30 min, ¿cuál será el tiempo que demoró cuando cierto día decida ir a una rapidez de 60 m/min?

Resolución

Veamos cuál es la distancia de separación entre su casa y el colegio.



Sabemos que: $e = vt$

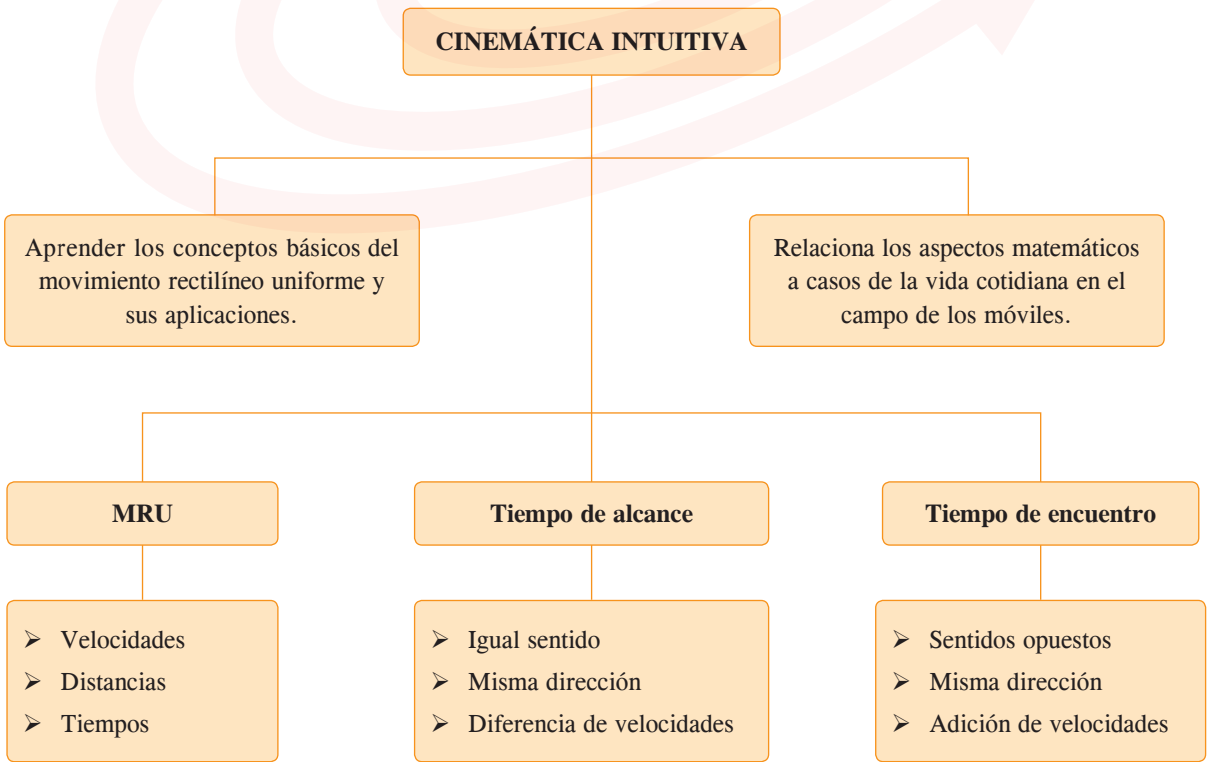
$$e = 80 \times 30 \rightarrow e = 2400 \text{ m}$$

Entonces, cuando decida ir a 60 m/min

$$t = \frac{e}{v} \rightarrow t = \frac{2400}{60} = 40$$

El tiempo de demora será 40 min.

Helico synthesis



MATHEMATICAL REASONING

Solved problems

1. Dos móviles parten simultáneamente de un punto en diferentes sentidos y a través de una circunferencia. Si uno puede dar la vuelta en 10 min y el otro en 15 min, ¿cada qué tiempo se encontraron dichos móviles?

Resolución

Como $10 \text{ min} \Leftrightarrow 1 \text{ vuelta}$
 $15 \text{ min} \Leftrightarrow 1 \text{ vuelta}$

Luego $1 \text{ min} \Leftrightarrow \frac{1}{10} \text{ vuelta}$

$1 \text{ min} \Leftrightarrow \frac{1}{15} \text{ vuelta}$

Juntos en $1 \text{ min} \Leftrightarrow \frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{1}{6}$

$1 \text{ min} \Leftrightarrow \frac{1}{6} \text{ vuelta}$

$6 \text{ min} \Leftrightarrow 1 \text{ vuelta}$

Entonces se encontrarán cada 6 minutos.

Rpta.: 6 min

2. Al recorrer la distancia entre dos puntos A y B de un río, una embarcación se desplaza a 45 km/h a favor de la corriente y solo a 33 km/h en contra de la corriente. ¿Cuál es la rapidez de la corriente del río?

Resolución

A favor

Rapidez barco + Rapidez río = 45 km/h

En contra

Rapidez barco - Rapidez río = 33 km/h

Sumándolas

(A favor) - (En contra)

$$2v_{\text{barco}} = 78$$

$$v_{\text{barco}} = 39$$

Entonces $v_{\text{río}} = 6 \text{ km/h}$

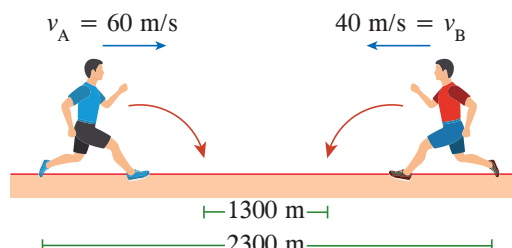
Rpta.: 6 km/h

3. Dos personas están separadas por una distancia de 2300 metros. Si se desplazan al encuentro con rapidez de 60 y 40 m/s, respectivamente, ¿al cabo de qué tiempo estarán separados 1300 metros por primera vez?

Resolución

En cada segundo, la persona A, avanza 60 m y B avanza 40 m, es decir, entre los dos se acercan

$$60 + 40 = 100 \text{ m}$$



Deben moverse de tal forma que se aproximan

$$2300 - 1300 = 1000 \text{ m}$$

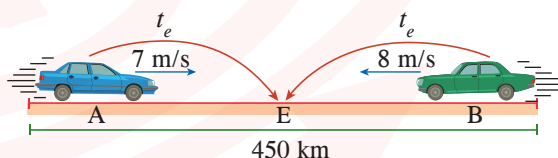
En 1 segundo se acercan 100 m.

En x segundos se acercan 1000 m.

Rpta.: 10 s

4. Dos móviles están separados por 450 m y parten al mismo tiempo a su encuentro con rapidez de 7 m/s y 8 m/s, respectivamente. ¿En cuánto tiempo lograrán encontrarse?

Resolución



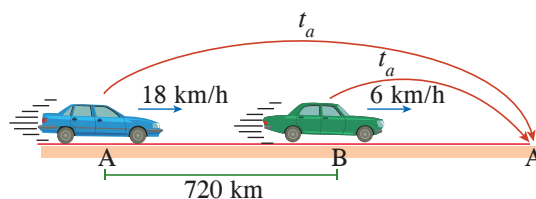
Aplicando tiempo de encuentro

$$t_e = \frac{450 \text{ m}}{7 \text{ m/s} + 8 \text{ m/s}} = \frac{450 \text{ m}}{15 \text{ m/s}} = 30 \text{ s}$$

Rpta.: 30 s

5. Dos autos parten desde dos puntos separados por 720 km en una misma dirección y con rapidez de 18 km/h y 6 km/h. ¿En cuánto tiempo logra alcanzar uno al otro?

Resolución



Aplicando tiempo de alcance

$$t_a = \frac{720 \text{ km}}{18 \text{ km/h} - 6 \text{ km/h}} = \frac{720 \text{ km}}{12 \text{ km/h}} = 60 \text{ h}$$

Rpta.: 60 h

Helico practice

Aplico lo aprendido

1. Benito es un explorador y observa con sus binoculares un tren que va a pasar por un túnel. Si el tren tiene una longitud de 200 metros demora 15 minutos en pasar por un túnel de 400 metros de largo. Calcule la rapidez del tren.

Resolución

2. Ximena siempre va a visitar a su novio todos los sábados desde su casa al departamento de su novio, demorando 50 minutos. Al momento de regresar a su casa Ximena decide aumentar su velocidad en 10 metros por minuto; recorriendo el trayecto de vuelta en 10 minutos menos. Calcule la distancia entre la casa de Ximena y su novio en km.

Resolución

Demuestro mis conocimientos

3. Milagros se va a encontrar con su mejor amiga Natalia cerca a su casa. Milagros al llegar a la esquina de una calle observa a su amiga Natalia a una distancia de 200 metros y las dos emocionadas corren al encuentro con velocidades de 6 metros por segundo y 4 metros por segundo. ¿Cuánto tardarán las amigas en encontrarse?

Resolución

4. Dos carteros salen de la oficina principal que se encuentra en una esquina de una avenida principal. Si los dos carteros partieron con direcciones perpendiculares con velocidades de 3 metros por segundo y 4 metros por segundo respectivamente. ¿Después de cuanto tiempo estarán separados por 600 metros?

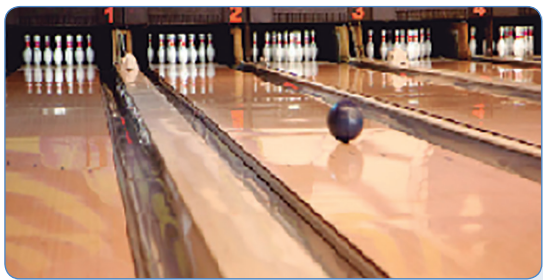
Resolución

MATHEMATICAL REASONING

5. Bertha y Javier están separados por 300 metros. Si los dos parten al mismo tiempo una con rapidez de 12 metros por segundo y 7 metros por segundo respectivamente. ¿En cuánto tiempo alcanzará Bertha a Javier?

Resolución

7. Si bola rueda por el suelo describiendo una trayectoria en línea recta y tomamos medidas de su posición en diferentes instantes de tiempo.



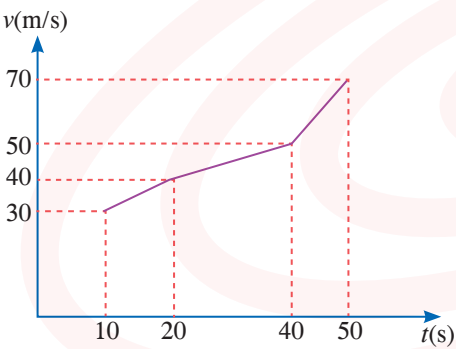
Posición (m)	0	12	24	36
Tiempo (s)	4	25	46	67

- a. ¿La bola realiza un MRU?
- b. ¿Cuál es su velocidad?
- c. ¿Cuál es su posición transcurridos 8 s?
- d. ¿Cual es su desplazamiento tras 8 s?

Resolución

Asumo mi reto

6. El gráfico lineal muestra la velocidad de un móvil durante los 50 primeros segundos de su recorrido.



Determine su velocidad si $t=25$ s.

Resolución

Helico workshop

SCORE

Aplico lo aprendido

1. Carlos es un ingeniero mecánico y observa con sus binoculares un tren que cruza un puente si el tren de 120 m de longitud se demora 6 min en pasar por un puente de 240 m de largo. ¿Cuál es la rapidez del tren?

Resolución

Demuestro mis conocimientos

3. Dos enamorados discutiendo acaloradamente; se sabe que los dos están con sus motos. De repente Celia da por terminada la relación y José acepta si los dos suben a sus motos y parten en direcciones contrarias con velocidades de 10 m/s y 15 m/s repentinamente.

Podría usted decir, ¿luego de cuánto tiempo estarán separados 9300 metros?

Resolución

2. Edgar siempre que va de su casa a la casa de su mamá demora 120 minutos a una velocidad constante, pero al volver a su casa aumenta su velocidad en 20 metros por minuto recorriendo el trayecto de vuelta en 20 minutos menos. Calcule la distancia entre la casa de Edgar y la de su madre en kilómetros.

Resolución

4. Dos amigos Alberto y Rubén están separados por una distancia de 140 m. Si cada uno está con su bicicleta, si van al encuentro uno del otro con una rapidez de 6 m/s y 8 m/s respectivamente. ¿Cuánto tardarán los amigos en encontrarse?

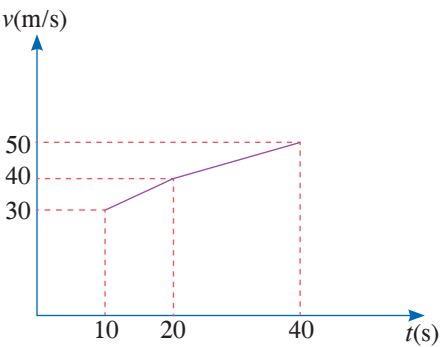
Resolución

MATHEMATICAL REASONING

5. Rosa y Carlos están discutiendo en una esquina de una calle. Luego de una acalorada discusión, los dos deciden irse tomando direcciones perpendiculares. La velocidad de Rosa es de 6 metros por minuto y la de Carlos es de 8 metros por minuto. ¿Después de cuánto tiempo la distancia de separación de ambos será de 300 metros?

Resolución

7. El gráfico lineal muestra la velocidad de un móvil durante los 40 primeros segundos de su recorrido.

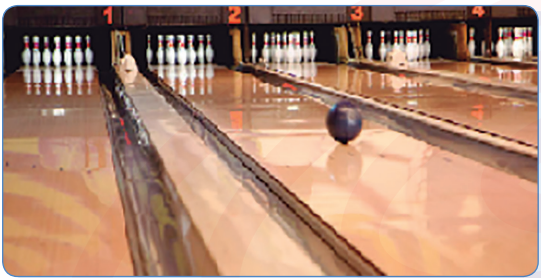


Determine su velocidad si $t=35$ s.

Resolución

Asumo mi reto

6. Si bola rueda por el suelo describiendo una trayectoria en línea recta y tomamos medidas de su posición en diferentes instantes de tiempo.



Posición (m)	0	15	30	45
Tiempo (s)	6	30	54	78

- ¿La bola realiza un MRU?
- ¿Cuál es su velocidad?
- ¿Cuál es su posición transcurridos 8 s?
- ¿Cuál es su desplazamiento tras 8 s?

Resolución

 Helico trial

1. Un tren demora 13 segundos para pasar por delante de un semáforo y 25 segundos en cruzar un puente de 600 metros. ¿Cuál es la longitud del tren?

A) 600 m

B) 650 m

C) 750 m

D) 620 m
2. Una persona viaja en una bicicleta a razón de 64 km/h recorriendo así 128 km, luego disminuye su rapidez en $\frac{7}{8}$ y emplea 8 h en terminar todo su recorrido. ¿Cuál es la distancia total recorrida por el ciclista?

A) 192 km

B) 128 km

C) 176 km

D) 190 km

 Helico challenge

SCORE

Nivel I

1. Carlos sale de su casa con su auto a una velocidad de 24 kilómetros por hora rumbo a una pollería que se encuentra a una distancia de 120 kilómetros de su casa. ¿Cuál es el tiempo que utilizará para llegar a la pollería?

Resolución

Nivel II

2. Un gato está asechando a un ratón que se encuentra a 150 metros de él. Si el ratón se percató que el gato lo está observando huye con una velocidad de 5 m/s y en ese instante corre el gato hacia a él con una velocidad de 10 m/s. ¿En cuánto tiempo alcanzará el gato al ratón?



Resolución

MATHEMATICAL REASONING

3. Clara y Bertha están discutiendo sobre un problema, al no ponerse de acuerdo deciden retirarse cada una a su casa con velocidades de 10 metros por minuto y 15 metros por minuto. ¿Después de cuánto tiempo estarán separadas por 500 metros?

Resolución

5. Un explorador observa a lo lejos un cerro en donde se ha construido un túnel de 120 metros de longitud; luego a lo lejos observa que se acerca un tren a una velocidad constante. Si el tren tiene una longitud de 80 metros y explorador midió con su reloj que el tiempo que demoró en cruzar el tren fue de 5 min. Calcule la velocidad del tren.

Resolución

Nivel III

4. Dos amigos están separados por una distancia de 800 metros. Si los dos parten al encuentro con velocidades de 13 metros por minuto y 7 metros por minuto. ¿Podría usted determinar en cuánto tiempo se encontrarán?

Resolución

Helico homework

Nivel I

1. Dos móviles están listos para partir desde un mismo punto pero en sentidos opuestos. Si parten simultáneamente con rapidez de 20 y 30 km/h, respectivamente, ¿después de cuánto tiempo estarán separados 400 km?
- A) 4 h B) 6 h
C) 5 h D) 8 h
2. Un tren demora 8 segundos en pasar delante de una persona y el triple de tiempo en cruzar un puente de 400 m de largo. ¿Cuál es la longitud del tren?
- A) 100 m B) 150 m
C) 200 m D) 250 m

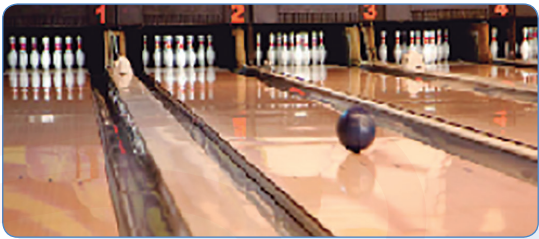
Nivel II

3. Dos amigos, Daniel y José, deciden encontrarse pero sus casas están separadas por una distancia de 2000 metros. Si Daniel parte a una velocidad de 10 m/s y José a 40 m/s. ¿Al cabo de cuánto tiempo se encontrarán?
- A) 40 s B) 30 s
C) 10 s D) 50 s

4. Dos amigas, Rebeca y Silvana están conversando en un parque, de repente parten juntas y en un mismo sentido con velocidades de 20 metros y 15 metros por minuto respectivamente. ¿En cuánto tiempo una le sacara a la otra una ventaja de 200 metros?
- A) 20 min B) 40 min
C) 60 min D) 50 min

Nivel III

5. Si bola rueda por el suelo describiendo una trayectoria en línea recta y tomamos medidas de su posición en diferentes instantes de tiempo.



Posición (m)	0	40	60	80
Tiempo (s)	3	18	33	48

- Determine su desplazamiento al cabo de 10 s.
- A) 8,25 m/s B) 7,35 m/s
C) 6,25 m/s D) 10,25 m/s



Bibliography and web bibliography

Chapters 10, 11 and 12

- COVEÑAS NAQUICHE, Manuel. *Razonamiento Matemático*. Editorial Coveñas. Perú, 1998.
- ROJAS PUÉMAPE, Alfonso. *Razonamiento Matemático 3*. Editorial San Marcos. Perú.
- ASOCIACIÓN EDUCATIVA SACO OLIVEROS. *Razonamiento matemático*. 3.^{er} año de secundaria. Compendio de Ciencias. Departamento de Publicaciones. Lima, 2007. Tomo IV.
- ASOCIACIÓN EDUCATIVA SACO OLIVEROS. *Razonamiento matemático*. 3.^{er} año de secundaria. Compendio de Ciencias. Departamento de Publicaciones. Lima, 2009. Tomo IV.
- Cronometría - 3 (Adelantos y atrasos)
 - <https://www.youtube.com/watch?v=7bW5NNdCoA8>
- Cronometría - Adelantos y Retrasos - Ejercicios Resueltos
 - https://www.youtube.com/watch?v=8w5Te_OTtas
- Cronometría - 2 (Tiempo transcurrido)
 - <https://www.youtube.com/watch?v=EhtUe3vBirA>
- Cronometría - Ecuaciones y Horas - Ejercicios Resueltos
 - <https://www.youtube.com/watch?v=HeLq6ZqhB1g>
 - <https://www.fisicalab.com/ejercicio/857>