

NOUVELLE
ÉDITION
AVRIL 2025

Florence Grandchamp
Drita Neziri
Abdelkader Amara
Raymond Thériault

MODÉLISATION ALGÈBRIQUE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE FONDAMENTAL I

MAT_{SN} 4271 2

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE



K/E KINÉSIS
ÉDUCATION

Graphismes, notations
et symboles utilisés
dans ce module



Graphismes, notations et symboles

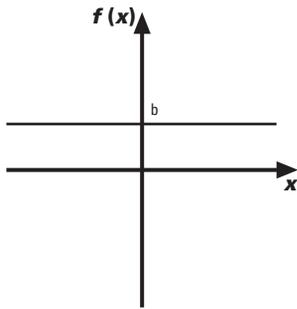
(x, y)	couple de coordonnées x et y
\mathbb{R}	ensemble des nombres réels
\mathbb{Z}	ensemble des nombres entiers
$d_1 \parallel d_2$	la droite d_1 est parallèle à la droite d_2
$d_1 \perp d_2$	la droite d_1 est perpendiculaire à la droite d_2
$f(x)$	f de x : l'unique valeur de y associée à la valeur de x par la fonction f
f^{-1}	réciproque de la fonction f
$\text{dom } f$	domaine de la fonction f
$\text{codom } f$	codomaine de la fonction f
$\text{ima } f$	image de la fonction f
$\min f$	minimum de la fonction f
$\max f$	maximum de la fonction f
∞	infini
$[2, 3[$	intervalle de 2 fermé à 3 ouvert
$] -\infty, b]$	intervalle de moins l'infini jusqu'à b inclusivement
\in	appartenant à
\emptyset	ensemble vide
x^2	carré de x
$\sqrt{400}$	racine carrée de 400
\pm	plus ou moins
$a < 0$	a est plus petit que 0
$b > 1$	b est plus grand que 1
$[x]$	partie entière du nombre x
$\{0, 1, 2, 3\}$	ensemble des nombres 0, 1, 2 et 3
\neq	n'est pas égal à

Rappel de quelques notions



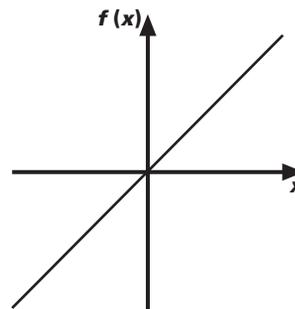
Les différents types de fonction

Fonction constante



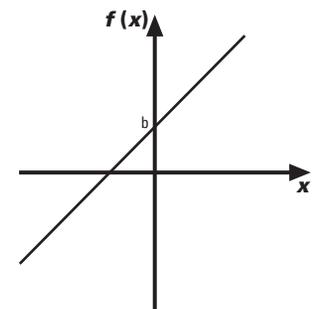
$$f(x) = b$$

Fonction linéaire



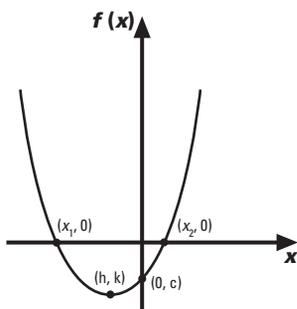
$$f(x) = ax$$

Fonction affine



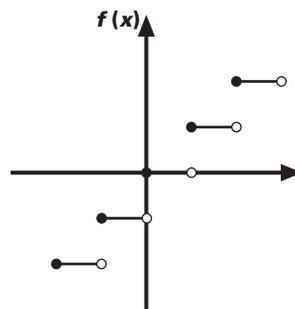
$$f(x) = ax + b$$

Fonction quadratique



$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Fonction partie entière



$$f(x) = a [b (x - h)] + k$$

Règle d'une fonction polynomiale du second degré

Forme générale: $f(x) = ax^2 + bx + c$

Forme factorisée: $f(x) = a (x - x_1) (x - x_2)$

Forme canonique: $f(x) = a (x - h)^2 + k$

Formule quadratique

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

MODÉLISATION ALGÈBRE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE FONDAMENTAL I

Conforme au Programme



MAT_{SN} 4271 2

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE

NE ME JETEZ PAS !
GARDEZ-MOI
COMME AIDE-MÉMOIRE



Car « *la mémoire est une faculté qui oublie* »
... en maths comme en toutes choses.

CE LIVRE APPARTIENT À : _____

La collection



Tous les titres
de la collection MAT
au catalogue



FORMATION DE BASE COMMUNE:

Présecondaire

MAT P101 4 MAT P102 3 MAT P103 2 MAT P104 4

Secondaire 1

MAT 1101 3 MAT 1102 3

Secondaire 2

MAT 2101 3 MAT 2102 3

Mise À Niveau

MAN P100 MAN 1100 MAN 2100

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE:

Secondaire 3

MAT 3051 2 MAT 3052 2 MAT 3053 2

Secondaire 4

CST MAT 4151 1 MAT 4152 1 MAT 4153 2

TS MAT 4261 2 MAT 4262 2 MAT 4263 2

SN **MAT 4271 2** MAT 4272 2 MAT 4273 2

Secondaire 5

CST MAT 5150 2 MAT 5151 1 MAT 5152 1

TS MAT 5160 2 MAT 5161 2 MAT 5163 2

SN MAT 5170 2 MAT 5171 2 MAT 5173 2

FORMATION À DISTANCE:

Secondaire 1, 2 et 3

Tous les guides d'apprentissage du secondaire 1, 2 et 3 ont été adaptés pour les besoins de la formation à distance. Pour en savoir plus: voyez notre site www.ebbp.ca

Secondaire 4 et 5 — *En préparation*

Ouvrages déjà parus au catalogue:

MAT 1005 2	MAT 1006 2	MAT 1007 2	MAT 2006 2	MAT 2007 2	MAT 2008 2
MAT 3015 2	MAT 3016 2	MAT 3017 2			
MAT 4101 2	MAT 4102 1	MAT 4103 1	MAT 4104 2	MAT 4105 1	MAT 4106 1
MAT 4107 1	MAT 4108 1	MAT 4109 1	MAT 4110 1	MAT 4111 2	
MAT 5101 1	MAT 5102 1	MAT 5103 1	MAT 5104 1	MAT 5105 1	MAT 5106 1
MAT 5107 2	MAT 5108 2	MAT 5109 1	MAT 5110 1	MAT 5111 2	MAT 5112 1
MAN 1000	MAN 2000	MAN 3000		MAT 1005 FAD à MAT 5112 FAD	



L'ensemble des titres admissibles de notre production bénéficie du soutien financier du gouvernement du Canada.

Communication et pédagogie	Christiane Beullac
Composition et index	Audrey d'Amboise Francisca Martinez Galvez Valérie Tardif
Conseiller en mathématiques	Raymond Thériault
Correction	Jonathan Crête
Direction de la collection	Célestin de La Grange
• contenu éditorial	Annie Lopez
• contenu mathématique	Florence Grandchamp
• infographie et production	Francine Plante
Idéatrice	Marianne Delaroche
Illustrations	Paul Bordeleau
Informatique éditoriale	Francisca Martinez Galvez
Maquette de la couverture	Jean-Sébastien Lajeunesse Michel Lajeunesse
Maquette de l'ouvrage	Célestin de La Grange Francine Plante
Réécriture	Jonathan Crête
Révision mathématique	Sylvain Gervais

À propos de photocopie

Photocopier sans permission un imprimé — une œuvre complète ou un passage d'une œuvre —, c'est aussi plagier. C'est aussi s'approprier indûment le fruit du travail d'un auteur.

Et, la plupart du temps, la photocopie gâte l'œuvre, et fait perdre le bénéfice de cinq cents ans de pratique de l'imprimerie: c'est un péché contre l'esprit, en plus d'être un acte malhonnête.

Photocopier sans permission: c'est voler.

Méprisons la photocopie sauvage. Méprisons le vol.

Droits d'auteur et droits de reproduction

Toutes les demandes de reproduction doivent être acheminées à: Copibec (reproduction papier) 514 288-1664 1 800 717-2022 licences@copibec.qc.ca

© Œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute reproduction interdite sans autorisation de l'éditeur.

Tout usage en location ou prêt est interdit sans autorisation écrite octroyée par Kinésis éducation inc.



Impression Imprimerie Héon & Nadeau

Éditrice déléguée Francine Plante / Les Éditions Jules Châtelain

Page des crédits



Pour en savoir plus sur l'illustrateur et sur les illustrations de votre module, voir p. 602



© 2019-2025, Kinésis éducation inc. Tous droits réservés.

Dépôt légal — Bibliothèque et Archives nationales du Québec, Bibliothèque et Archives Canada, 2025.

ISBN 978-2-7615-0977-0 (2^e édition, 2025)

ISBN 978-2-7615-0752-3 (1^{re} édition, 2019)

À L'ÉTUDIANT ET À L'ENSEIGNANT POUR CETTE DEUXIÈME ÉDITION 2025

Vous avez en main la deuxième édition du module MAT 4271, dixième module de notre collection MAT FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE.

Les auteurs, les correcteurs, les réviseurs et toute l'équipe éditoriale et technique ont fait de leur mieux pour que cet ouvrage respecte l'esprit et la lettre du programme, et réponde à vos attentes et à vos besoins. Mais nul, ni rien, n'est parfait sur terre: moins que quiconque, nous prétendons avoir atteint la perfection, même après révision et correction.

Les auteurs et l'éditeur demandent aux utilisateurs – étudiants et enseignants – de leur faire part de leurs commentaires et de leurs suggestions le plus tôt possible pour que nous puissions dès la prochaine impression apporter les retouches, les modifications ou les ajouts qui se révéleraient nécessaires.

D'autre part, n'hésitez pas à nous signaler coquilles ou erreurs si vous en trouvez: **nous ne procédons jamais à une réimpression sans avoir d'abord effectué les corrections ou les retouches nécessaires.** Un ouvrage didactique n'est pas une œuvre immuable, au contraire, c'est un outil perfectible et en perpétuel devenir.

Avec la collaboration de toutes et de tous, nous pourrons ensemble améliorer et raffiner, au fil des ans, un document dont nous voudrions qu'il soit pour vous l'outil rêvé. Nous ferons tout pour qu'il le devienne.

Écrivez-nous, téléphonez-nous, ou adressez-nous un courriel à l'adresse **cbeullac@ebbp.ca**, la responsable des communications et notre responsable de la correspondance. Nous accusons toujours réception de la correspondance reçue des utilisateurs. Vous pouvez aussi nous visiter sur le site www.ebbp.ca.

N'hésitez surtout pas!



Depuis plus de soixante-cinq ans, nous n'avons jamais cessé de travailler en étroite collaboration avec le monde de l'enseignement, et nous voulons continuer de le faire: que vous soyez étudiant ou enseignant, merci de garder le contact avec nous par le moyen qui vous est le plus commode: téléphone, télécopieur, courriel.

L'éditeur

KINÉSIS ÉDUCATION

Bureau 260, 1750, boulevard Marie-Victorin, Longueuil, Québec J4G 1A5

Téléphone: +1 450 332 4499 Télécopieur: +1 450 332 4403

Courriel: cbeullac@ebbp.ca Site: www.ebbp.ca

Graphismes, notations et symboles	
Les différents types de fonction	
Règle d'une fonction polynomiale du second degré	page 3 de couverture
Formule quadratique	page 3 de couverture
À l'étudiant et à l'enseignant	page 3 de couverture
Présentation	V
Comment est construit votre MAT 4271	VIII
Attentes de fin de cours	X
	XII

01. EXPRESSIONS NUMÉRIQUES ET ALGÈBRIQUES

Mise en situation:	
LA FILLETTE SURDOUÉE	2
1.1. Équations et inéquations du premier degré à une variable	4
1.2. Multiplication d'expressions algébriques	12
1.3. Division d'un polynôme par un binôme	17
1.4. La mise en évidence simple	25
1.5. La mise en évidence double	29
1.6. Le trinôme carré parfait	34
1.7. La différence de deux carrés	39
1.8. Décomposition d'un trinôme	43
1.9. Complétion de carré	49
1.10. Factorisation de trinômes à l'aide des racines	55
Pour en savoir un peu plus... : D'où vient la formule quadratique ?	63
1.11. Résolution d'équations et d'inéquations du second degré à une variable	65
1.12. Simplification d'expressions rationnelles	74
1.13. Vue d'ensemble: synthèse des savoirs	82
Consolidation des savoirs	85
1.14. Situations de vie	98
Situations d'évaluation de fin de chapitre SÉ	104
Évaluation des connaissances	105
Évaluation des compétences	108

02. LES FONCTIONS

Mise en situation:	
MATHABITS, LA SEULE CÉRÉALE AU GOÛT DE MATHÉMATIQUES...	112
2.1. Les fonctions représentées graphiquement par une droite	114
2.2. La fonction polynomiale du second degré de la forme $f(x) = ax^2$	133
En remontant le cours des siècles: Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855)	157
Pour en savoir un peu plus... : L'addition de nombres naturels consécutifs	157
2.3. La fonction polynomiale du second degré dont la règle se ramène à $f(x) = ax^2 + bx + c$	158
2.4. Recherche de la règle d'une fonction polynomiale du second degré	177
2.5. La fonction en escalier	185
2.6. La fonction définie par parties	206
2.7. Vue d'ensemble: synthèse des savoirs	216
Consolidation des savoirs	218
2.8. Situations de vie	227
Situations d'évaluation de fin de chapitre SÉ	239
Évaluation des connaissances	240
Évaluation des compétences	242
Amusons-nous: Le secret des miroirs grossissants	245

03. SYSTÈMES D'ÉQUATIONS ET D'INÉQUATIONS

Mise en situation :	
<i>MAIS D'OÙ VIENT DONC LE TALENT DE LA PETITE LULINDA ?</i>	246
3.1. Équation d'une droite	248
3.2. Position relative de deux droites	262
Amusons-nous: Les illusions d'optique	281
3.3. Résolution d'un système d'équations du premier degré à deux variables à l'aide d'une table de valeurs	283
3.4. Résolution graphique d'un système d'équations du premier degré à deux variables	291
3.5. Résolution d'un système d'équations du premier degré à deux variables à l'aide de la méthode de comparaison	304
3.6. Résolution d'un système d'équations du premier degré à deux variables à l'aide de la méthode de substitution	313
3.7. Résolution d'un système d'équations du premier degré à deux variables à l'aide de la méthode d'élimination	322
3.8. Résolution d'une situation à l'aide d'un système de deux équations à deux variables	333
Amusons-nous: Le dollar manquant	349
3.9. Résolution de systèmes composés d'une équation du 1 ^{er} degré et d'une équation du 2 ^e degré à deux variables	350
3.10. Résolution et représentation graphique d'inéquations du premier degré à deux variables	359
3.11. Résolution et représentation graphique d'inéquations du second degré à deux variables	368
3.12. Vue d'ensemble: synthèse des savoirs	377
Consolidation des savoirs	381
3.13. Situations de vie	399
Situations d'évaluation de fin de chapitre SÉ	415
Évaluation des connaissances	416
Évaluation des compétences	420
Prêt pour l'évaluation de fin de module ?	424
Révision des connaissances	424
Révision des compétences	447
Glossaire des termes mathématiques	468
Corrigé	476
Index	595
À propos de l'illustrateur et des illustrations...	602

Nos petits plus...

Amusons-nous	245, 281, 349
En remontant le cours des siècles	157
Pour en savoir un peu plus...	63, 157

Le module MAT 4271, intitulé **Modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental I**, touchera plusieurs aspects d'une grande famille de situations d'apprentissage : *Relations entre quantités*. Cette famille regroupe les situations qui comportent un problème pouvant être traité en partie à partir d'une représentation fondée sur un modèle algébrique ou graphique exprimant une relation entre quantités, dans une perspective fondamentale. Le module **Modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental I** vous fournira l'occasion de poser des actions en vue d'établir des relations ou des liens de dépendance entre des quantités.

En traitant les situations-problèmes de ce module, vous serez amené, entre autres, à vérifier votre hypothèse en attribuant des valeurs de plus en plus grandes à une variable pour constater leur effet sur la valeur de l'autre variable, à déterminer des liens entre la variation des paramètres de la règle d'une fonction et la transformation du graphique cartésien correspondant ou encore, à démontrer que vous distinguez bien le sens des termes utilisés en mathématique de leur sens commun.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

La résolution des situations-problèmes de ce cours implique le recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

- Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes ;
- Déployer un raisonnement mathématique ;
- Communiquer à l'aide du langage mathématique.

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Plusieurs compétences transversales peuvent être développées en vue du traitement de situations de la famille *Relations entre quantités*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours :

Compétence d'ordre méthodologique : *Exploiter les technologies de l'information et de la communication ;*

Compétence d'ordre méthodologique : *Exploiter l'information.*

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, vous réactiveriez et approfondirez l'ensemble des savoirs arithmétiques et algébriques acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, vous complèterez votre formation en vous appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées dans ce cours, vous développerez trois **procédés intégrateurs** énoncés comme suit :

- La représentation d'une situation par un modèle algébrique ou graphique ;
- L'interpolation ou l'extrapolation à partir d'un modèle algébrique ou graphique ;
- La généralisation d'un ensemble de situations à l'aide d'un modèle algébrique ou graphique.

SAVOIRS MATHÉMATIQUES



Manipulation d'expressions algébriques

SM-1 Opérations sur les expressions algébriques

SM-2 Développement, réduction ou substitution d'expressions à l'aide d'identités algébriques remarquables

complétion de carré

factorisation de trinômes à l'aide des racines

Résolution d'équations et d'inéquations du 1^{er} degré à une

deux variables et du 2^e degré à une variable

Tous les savoirs mathématiques : SM. On le reconnaît à ce picto associé aux Outils mathématiques.



Relation et fonction

SM-6 Expérimentation, observation, interprétation, description et représentation de fonctions réelles

SM-7 Description et interprétation des propriétés des fonctions réelles

SM-8 Interprétation des paramètres multiplicatif et additif

SM-9 Passage d'une forme d'écriture à une autre pour la fonction polynomiale du 2^e degré

Système

SM-10 Représentation d'une situation à l'aide de droites ou de demi-plans

SM-11 Résolution de systèmes d'équations du 1^{er} degré à deux variables

SM-12 Résolution de systèmes composés d'une équation du 1^{er} degré et d'une équation du 2^e degré à deux variables

Présentation des *compétences disciplinaires*, des *compétences transversales*, et du contenu disciplinaire visés par le MAT 4271. ➔ page VIII

Les deux pages

Comment est construit votre module.
Vous retrouverez des pages +détaillées un peu +loin à cet extrait.



Votre MAT 4271 est divisé en chapitres :

01

EXPRESSIONS NUMÉRIQUES ET ALGÈBRIQUES

En début de chapitre une *mise en situation*, ici : **LA FILLETTE SURDOUÉE.**

Elle est tirée de la vie courante réelle ou virtuelle, et illustre l'utilité de la matière qui sera abordée.

DANS CE CHAPITRE, vous dit ce que vous verrez comme nouvelles notions, à quoi cela sert en mathématique et dans la vie de tous les jours. ➔ page 2

Les chapitres de votre MAT 4271 sont divisés en sections :

1.1. Équations et Inéquations du premier degré à une variable



Au début de chaque section : les

Outils mathématiques nécessaires à l'acquisition des *savoirs mathématiques*. Présentation succincte, niveau de langue simple, exemples concrets, illustrations au besoin.

➔ page 4 et suivantes

1.13. Vue d'ensemble : synthèse des savoirs

Un résumé des *savoirs mathématiques* est présenté sous forme de tableau. Il est suivi de *consolidations des savoirs* pour vous aider à maîtriser les nouveaux *savoirs mathématiques*.

➔ page 82 et suivantes

En conclusion du chapitre, des

1.14. Situations de vie

font un *retour sur la mise en situation du début*, laquelle peut maintenant être résolue grâce aux savoirs et compétences acquis dans ce chapitre.

➔ page 98

MAT
4271

PRÊT POUR L'ÉVALUATION DE FIN DE MODULE ?

PREMIÈRE PARTIE Révision des connaissances

Banque de questions portant chacune sur l'un des *savoirs mathématiques* du module.

DEUXIÈME PARTIE Révision des compétences

Banque de *situations-problèmes* permettant de vérifier l'acquisition de toutes les compétences liées à ce module.

➔ page 424

MAT 4271 GLOSSAIRE DES TERMES MATHÉMATIQUES

Un mini-dictionnaire : tous les termes apparaissant en **italique rouge gras** dans le module. ➔ page 468

Et des petits plus....

Amusons-nous

Les mathématiques, un divertissement ? Eh oui... on peut aussi s'amuser en faisant des mathématiques.

➔ page 245

En remontant le cours des siècles

XVIII^e – XIX^e

Un peu d'histoire pour mieux comprendre les mathématiques.

➔ page 157

Pour savoir où vous allez: la liste des *critères d'évaluation* de ce cours.

➔ page XII

Si on appliquait cette théorie?

Ensuite, des cas concrets en relation avec les *savoirs mathématiques* que vous avez découverts dans les **Outils mathématiques**.

➔ page 7 et suivantes

Activités d'apprentissage

Puis, de la pratique, pour vous aider à acquérir par étapes la ou les *compétences disciplinaires* à atteindre. Vous pouvez facilement repérer ces *activités d'apprentissage* grâce à la bande gris pâle sur la tranche du module.

➔ page 9 et suivantes

UN PEU DE PRATIQUE

Situations-problèmes

Viennent ensuite des situations plus globales et plus complexes, les *situations-problèmes* qui vous amèneront à maîtriser les *compétences transversales* visées par le MAT 4271. Ces situations se repèrent grâce à la bande gris foncé sur la tranche du module.

➔ page 101 et suivantes

UN PEU PLUS DE PRATIQUE

Situations d'évaluation de fin de chapitre

PREMIÈRE PARTIE Évaluation des connaissances

DEUXIÈME PARTIE Évaluation des compétences

Ces *SÉ* se trouvent à la fin de chaque chapitre. Elles sont signalées par une bande rouge à rayures blanches sur la tranche. Elles sont en deux parties: la première vous permet de vérifier l'acquisition des connaissances, ou *savoirs mathématiques*; la seconde, l'acquisition des *compétences dites transversales*. ➔ page 104 et suivantes

Corrigé

Il vous donne les solutions de toutes les *activités d'apprentissage*, des *situations-problèmes* et des *consolidations des savoirs*.

Ce corrigé se repère grâce à la bande rouge sur la tranche du module.

➔ page 476 et suivantes

MAT 4271

INDEX

Une table alphabétique des mots-clés et leurs références. ➔ page 595 et suivantes

En tiré à part pour l'enseignant

- Corrigé des **SÉ de fin de chapitre**
- Corrigé du **Prêt pour l'évaluation de fin de module?**
- Grilles d'évaluation

Pour en savoir un peu plus...

Pour les curieux... un prolongement des connaissances, et de l'enrichissement.

➔ page 63

Au terme de ce cours, vous serez en mesure de représenter des situations de l'algèbre. Votre représentation, juste et claire, témoignera du respect des règles et des conventions mathématiques. La représentation algébrique ou graphique d'une situation à partir de fonctions réelles et de leur réciproque vous permettra d'induire ou de déduire des résultats par interpolation ou extrapolation. De plus, vous utiliserez différents registres de représentation afin de généraliser le comportement à un ensemble de situations.

CRITÈRES D'ÉVALUATION

- Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes
- Déployer un raisonnement mathématique
- Communiquer à l'aide du langage mathématique*

1. UTILISER DES STRATÉGIES DE RÉOLUTION DE SITUATIONS-PROBLÈMES

- 1.1 Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème
- 1.2 Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème

2. DÉPLOYER UN RAISONNEMENT MATHÉMATIQUE

- 2.1 Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés
- 2.2 Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation
- 2.3 Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente

* La compétence 3 « Communiquer à l'aide du langage mathématique » ne fait pas l'objet d'une évaluation spécifique au regard de la sanction et de la reconnaissance. Toutefois, puisqu'elle se manifeste nécessairement dans toute activité mathématique, elle a été prise en compte dans les outils d'évaluation élaborés pour aider les enseignants à porter leur jugement.

MODÉLISATION ALGÈBRIQUE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE FONDAMENTAL I

Votre MAT 4271
est divisé en 3 chapitres
dont voici les titres:



**01. EXPRESSIONS NUMÉRIQUES
ET ALGÈBRIQUES**

02. LES FONCTIONS

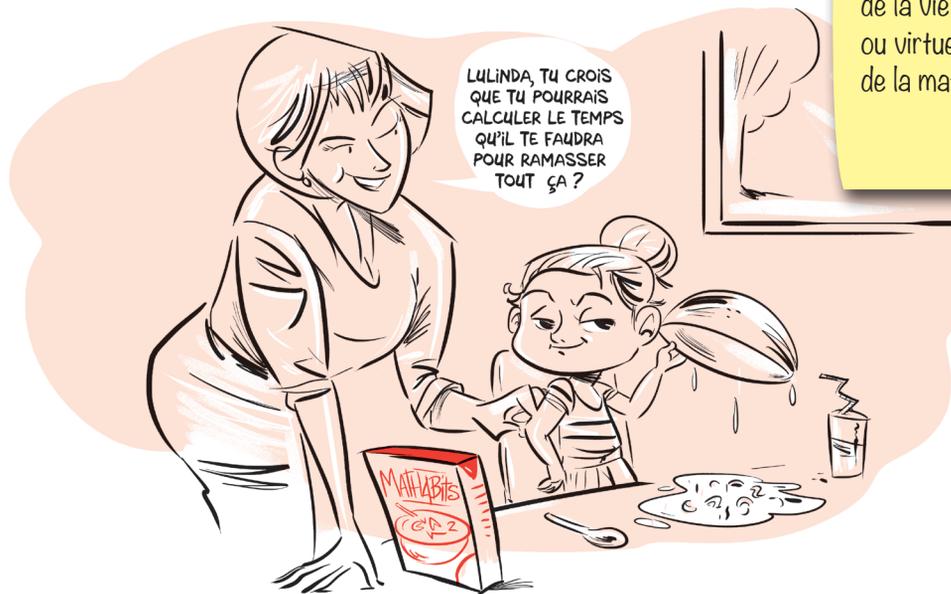
**03. SYSTÈMES D'ÉQUATIONS
ET D'INÉQUATIONS**

Dans ce chapitre, vous découvrirez plusieurs techniques algébriques qui permettent de simplifier ou de transformer une expression, dans le but d'effectuer des opérations.

Mise en situation:

LA FILLETTE SURDOUÉE

En début de chapitre, une mise en situation tirée de la vie courante réelle ou virtuelle qui illustre l'utilité de la matière qui sera abordée.



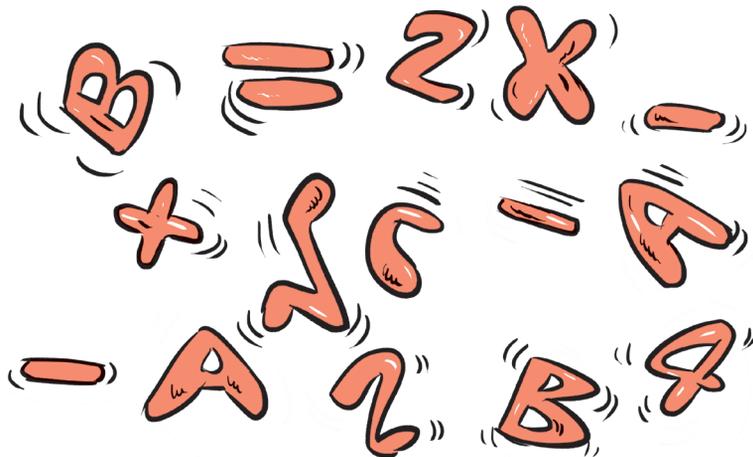
Ce matin est particulièrement pénible pour Myrienne qui n'arrive pas à convaincre sa fille de quatre ans, Lulinda, d'avalier son déjeuner avant de partir pour la garderie avec son père Sébastien.

Myrienne a acheté les céréales de marque *Mathabits* dans l'espoir d'inculquer l'amour des mathématiques à sa fille. Mais la voilà victime de son propre succès : sa fille préfère jouer avec les chiffres et les symboles mathématiques plutôt que de les manger. Ne sachant comment la persuader, Myrienne laisse la petite Lulu s'amuser pendant qu'elle se prépare pour sa journée de travail.

Au moment de prendre sa petite Lulu pour l'amener à la garderie, Sébastien constate que la table est couverte de céréales. Il remarque avec stupéfaction que sa fille a aligné des céréales de manière à former le début de plusieurs expressions algébriques qu'il a apprises au secondaire.

Surpris et fier, Sébastien a immortalisé le talent de sa petite Lulu avec son cellulaire. Plus que jamais, il croit qu'elle sera une prodige en mathématique.

Observez bien les chiffres, lettres et symboles que la petite Lulinda a regroupés :



Il est probable que ce regroupement de céréales ne vous inspire rien pour l'instant. Dans les pages qui suivent, vous découvrirez qu'à l'aide de ces chiffres, lettres et symboles, on peut former une formule bien connue en algèbre. Peut-être en arriverez-vous à la conclusion que Sébastien a raison de croire que Lulinda est une enfant surdouée...

DANS CE CHAPITRE

Quoi de nouveau ?

- Les opérations sur les expressions algébriques
- La factorisation d'expressions algébriques

Qu'est-ce que c'est ?

- Les opérations sur les expressions algébriques permettent de simplifier une expression pour obtenir un résultat équivalent. La factorisation d'une expression algébrique permet d'écrire un produit qui lui est équivalent.

À quoi ça sert en mathématiques ?

- Savoir transformer une expression algébrique en une expression équivalente est bien souvent le premier pas dans la compréhension et la résolution d'une situation-problème nécessitant de l'algèbre.

À quoi ça servira dans la vie ?

- La transformation des expressions algébriques permet non seulement de donner un sens aux données d'une situation-problème, mais aussi d'en simplifier l'analyse.

Le bloc *Dans ce chapitre* vous indique les nouvelles notions que vous apprendrez et quelles seront leurs utilités en mathématiques et dans la vie de tous les jours.



1.1. Équations et inéquations du premier degré à une variable

Chaque chapitre est divisé en sections.



- DANS CETTE SECTION, VOUS ALLEZ RENOUER AVEC LA RÉVISION DES ÉQUATIONS ET DES INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ À UNE VARIABLE.



SM-5

Les outils mathématiques nécessaires à l'acquisition des savoirs mathématiques: **SM**.



Outils mathématiques

Résolution d'une équation du premier degré à une variable – Équations admettant une infinité de solutions – Équations n'admettant aucune solution – Résolution d'une inéquation du premier degré à une variable

1. Résolution d'une équation du premier degré à une variable

Une **équation** est une **relation d'égalité** entre deux expressions algébriques situées de part et d'autre d'un signe égal. Si l'une des deux expressions comporte une variable, qu'on appelle généralement une lettre, le plus souvent x . Lorsque les deux expressions algébriques ne comportent aucune variable, elles forment alors une **égalité**.

Exemple

$2x - 8 = -3x + 22$

Tous les termes apparaissant en italique rouge gras se retrouvent au glossaire des termes mathématiques.



Résoudre une équation du premier degré à une variable consiste à déterminer la valeur que doit prendre la variable pour rendre l'égalité vraie. On appelle alors cette valeur la **solution de l'équation**.

Lorsqu'une équation comporte plusieurs termes, on doit d'abord **regrouper les termes semblables**. D'un côté de l'égalité, on place les **termes variables**, et de l'autre côté les **termes constants**, pour ensuite isoler la variable et trouver sa valeur.

Exemple

Résoudre l'équation $2x - 8 = -3x + 22$

$2x$	$-$	8	$=$	$-3x$	$+$	22	
}		}		}		}	
terme		terme		terme		terme	
variable		constant		variable		constant	

On **rassemble** les termes variables dans le membre gauche et les termes constants dans le membre droit. En changeant de membre, les termes changent de signe.

$$2x + 3x = 22 + 8$$

On **effectue** les opérations dans les deux membres de l'équation.

$$5x = 30$$

On **élimine** le coefficient en divisant les deux membres de l'équation par 5.

$$x = \frac{30}{5}$$
$$x = 6$$

Cet outil comprend des exemples, des démarches détaillées et leurs résolutions.





Outils mathématiques suite

On **vérifie** que la valeur trouvée est bien la solution de l'équation: $2x - 8 = -3x + 22$ si $x = 6$.
On remplace x par sa valeur, 6, dans l'équation, puis on effectue les calculs.

$$\begin{aligned}2 \cdot 6 - 8 &\stackrel{?}{=} -3 \cdot 6 + 22 \\12 - 8 &\stackrel{?}{=} -18 + 22 \\4 &= 4 \quad \text{est une égalité}\end{aligned}$$

L'équation est vérifiée, car on a obtenu une égalité en remplaçant x par 6 dans l'équation.

2. Équations admettant une infinité de solutions

Certaines équations admettent une **infinité de solutions**. Ces équations se ramènent à la forme **$0x = 0$** . Il existe une infinité de valeurs qu'on peut donner à x pour que l'équation soit vérifiée. En effet, toute valeur réelle multipliée par 0 donne 0 pour résultat.

Exemple

Résoudre l'équation $-2x + 8 = 2(4 - x)$.

$$\begin{aligned}-2x + 8 &= 2(4 - x) \\-2x + 8 &= 8 - 2x \\-2x + 2x &= 8 - 8 \\0x &= 0\end{aligned}$$

L'équation admet une **infinité de solutions**.

3. Équations n'admettant aucune solution

Certaines équations n'admettent **aucune solution**. Ces équations se ramènent à la forme **$0x = k$** , pour une valeur k autre que 0.

Exemple

Résoudre l'équation $5x + 12 = 3x + 2 + 2x$.

$$\begin{aligned}5x + 12 &= 3x + 2 + 2x \\5x - 3x - 2x &= 2 - 12 \\0x &= -10\end{aligned}$$

L'équation n'admet aucune solution.

4. Résolution d'une inéquation du premier degré à une variable

Une **inéquation** est une relation d'inégalité entre deux expressions algébriques situées de part et d'autre du signe d'inégalité ($<$, \leq , $>$ ou \geq) dont l'une au moins comporte une variable.

Résoudre une inéquation du premier degré à une variable consiste à trouver toutes les valeurs de la variable qui vérifient la relation d'inégalité.

Les règles de résolution d'une inéquation sont presque identiques aux règles de résolution d'une équation. La seule différence est que dans une inéquation, on parle d'ensemble-solution, contrairement à l'équation qui n'admet généralement qu'une **seule solution**.

Aussi, il faut prêter une attention particulière au symbole d'inégalité que l'on doit **inverser** chaque fois que l'on **multiplie** ou que l'on **divise** les deux membres de l'inéquation **par un nombre négatif**.



Outils mathématiques suite

Exemple

Résoudre l'inéquation $7 - 2x \geq 22 + 3x$.

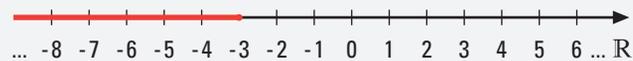
$$\begin{aligned}7 - 2x &\geq 22 + 3x \\ -2x - 3x &\geq 22 - 7 \\ -5x &\geq 15\end{aligned}$$

On isole la variable x en divisant les deux membres de l'inéquation par un nombre négatif.
On change donc le sens du signe d'inégalité.

$$\begin{aligned}x &\leq \frac{15}{-5} \\ x &\leq -3\end{aligned}$$

On peut représenter l'ensemble-solution d'une inéquation sur la droite des nombres réels ou encore sous forme d'intervalle.

Sur la droite numérique :



Sous forme d'intervalle: $]-\infty, -3]$

Si on appliquait cette théorie?

- LES EXEMPLES SUIVANTS VOUS PERMETTRONT DE REVOIR LA RÉOLUTION DES ÉQUATIONS ET DES INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ À UNE VARIABLE.

Exemple 1

Résoudre l'équation suivante :

$$13x - 15 = 2(4 - x) + 7$$

Solution

On **simplifie** d'abord le membre droit de l'équation en distribuant de la parenthèse :

$$13x - 15 = 2(4 - x) + 7$$

$$13x - 15 = 8 - 2x + 7$$

On **rassemble** les termes variables dans le membre gauche et les termes constants dans le membre droit en **inversant les signes** des termes qu'on change de membre.

$$13x + 2x = 8 + 7 + 15$$

On **effectue** les opérations dans les deux membres de l'équation.

$$15x = 30$$

On **élimine** le coefficient en divisant les deux membres de l'équation par 15.

$$x = \frac{30}{15}$$

$$x = 2$$

On **vérifie** que la valeur trouvée est bien la solution de l'équation : $13x - 15 = 2(4 - x) + 7$ si $x = 2$. On remplace x par sa valeur, **2**, dans l'équation, puis on effectue les calculs.

$$13x - 15 = 2(4 - x) + 7$$

$$13 \cdot 2 - 15 \stackrel{?}{=} 2(4 - 2) + 7$$

$$26 - 15 \stackrel{?}{=} 2 \cdot 2 + 7$$

$$11 \stackrel{?}{=} 11 \rightarrow \text{Vrai}$$

L'équation est vérifiée, car on a obtenu une égalité en remplaçant x par 2 dans l'équation.

Des cas concrets en relation avec les savoirs mathématiques. Celui-ci comprend au moins 2 exemples : Le premier est détaillé avec une démarche élaborée.



Exemple 2

Résoudre l'inéquation suivante :

$$1 - 2(3x - 5) < -4x + 15$$

Solution

On **effectue** d'abord la multiplication dans le membre gauche :

$$1 - 2(3x - 5) < -4x + 15$$

$$1 - 6x + \boxed{} < -4x + 15$$

On **rassemble** les termes variables dans le membre gauche et les termes constants dans le membre droit en **inversant les signes** des termes qu'on change de membre :

$$-6x + \boxed{} < 15 - 1 - 10$$

On **effectue** les opérations dans les deux membres de l'équation :

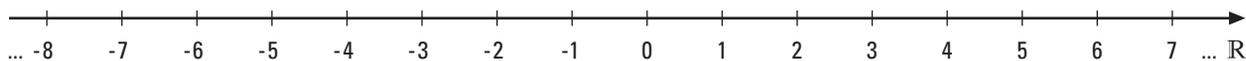
$$-2x < 4$$

On **élimine** le coefficient en divisant chaque membre de l'équation par -2 . On change le sens du signe d'inégalité, car on divise les deux membres de l'inéquation par un nombre négatif :

$$x > \frac{4}{-2}$$

$$x > \boxed{}$$

L'ensemble-solution peut être représenté sur la droite numérique :



L'ensemble-solution peut être représenté aussi sous forme d'intervalle : _____

Sur la droite numérique, l'ensemble-solution de l'inéquation est :



Cet ensemble peut également être représenté par l'intervalle **$]-2, +\infty[$** .

Poursuivez maintenant avec les quelques **Activités d'apprentissage** que voici.

Le deuxième exemple : à vous de démontrer votre savoir en effectuant la démarche proposée!



1. Résoudre les équations suivantes.

a) $3x + 5 = -5x + 3$

d) $\frac{x}{2} - 4 = 22 -$

Des activités d'apprentissage afin de vous pratiquer à acquérir par étapes la ou les compétences disciplinaires.



b) $-1 - 5(x - 2) = 10x - 9$

e) $17x = -8(4 - 3x) + 2$

De l'espace fourni afin de vous faciliter la tâche en écrivant à même le module! Aucune feuille volante!



c) $\frac{3}{2}(24x - 18) = 36x + 54$

f) $3x - 32 = -5 + 3(x - 9)$

Une mention tout au bas vous indique à quelle page vous trouverez le corrigé afin de vous vérifier.



1.13. Vue d'ensemble : synthèse des savoirs

Nous arrivons à la fin du chapitre portant sur les expressions numériques et algébriques. Avant de vous attaquer aux **Situations-problèmes** plus globales qui vont conclure ce chapitre, voici un résumé des *savoirs mathématiques* que vous avez acquis jusqu'à présent.

Résumé des savoirs mathématiques

Résolution d'une équation du premier degré à une variable

Résoudre une équation du premier degré à une variable consiste à déterminer la valeur de la variable pour rendre l'égalité vraie. On appelle alors cette valeur la **solution**.

Les équations qui se ramènent à la forme $0x = 0$ admettent une **infinité de solutions**.

Les équations qui se ramènent à la forme $0x = k$, pour une valeur k autre que 0, n'ont **aucune solution**.

Résolution d'une inéquation du premier degré à une variable

Résoudre une inéquation du premier degré à une variable consiste à trouver toutes les valeurs de la variable qui vérifient la relation d'inégalité.

Les polynômes

Un **polynôme** est une expression algébrique formée d'un ou plusieurs termes, reliés entre eux par des opérations d'addition.

Deux **termes** sont **semblables** s'ils comportent les **mêmes variables** affectées des **mêmes exposants**. Seul le coefficient peut varier.

Un **monôme** est un polynôme formé d'un **seul terme**.

Un **binôme** est un polynôme formé de **deux termes** non semblables.

Un **trinôme** est un polynôme formé de **trois termes** non semblables.

Produit de deux expressions algébriques

Lorsqu'on multiplie deux expressions de **même base**, on conserve la base et on **additionne les exposants**.

Le **produit de deux monômes** est égal au monôme composé du produit des coefficients et du produit des variables.

Le **produit d'un monôme par un polynôme** est égal au polynôme obtenu en multipliant le monôme par chacun des termes du polynôme.

Le **produit de deux polynômes** est égal au polynôme obtenu en multipliant chacun des termes du premier polynôme par chacun des termes du deuxième polynôme.

Un résumé des savoirs mathématiques de ce chapitre vous est présenté.



Résumé des savoirs mathématiques *suite*

Quotient de deux expressions algébriques

Lorsqu'on divise deux expressions de **même base**, on conserve la base et on **soustrait les exposants**.

Lorsqu'on divise un **monôme par un monôme**, on divise les coefficients l'un par l'autre et on soustrait les exposants des variables.

Pour diviser un **polynôme par un monôme**, on divise chacun des termes du polynôme par le monôme.

Pour diviser un polynôme par un binôme, on suit les étapes suivantes :

On **ordonne les termes** du dividende et du diviseur en **ordre décroissant** selon l'exposant d'une même variable ;

On **divise le premier terme** du dividende par le **premier terme** du diviseur et on inscrit le résultat au quotient ;

On **multiplie** le résultat par chacun des termes du diviseur et on **inscrit** le résultat sous le dividende.

On **soustrait** l'expression ainsi obtenue du dividende ;

On **abaisse** les termes restants du dividende avec le reste obtenu à l'étape précédente ;

On **répète** les étapes précédentes, jusqu'à ce que l'exposant de la variable considérée dans le reste soit inférieur à celui du diviseur.

Factorisation

La **mise en évidence simple** consiste à mettre en évidence le plus grand facteur commun aux termes d'un polynôme.

La **mise en évidence double** consiste à partager les termes d'un polynôme en deux groupes, à faire une première mise en évidence simple pour les termes de chacun de ces deux groupes, puis une seconde mise en évidence simple du facteur commun aux deux groupes de termes.

Un **trinôme carré parfait** est un trinôme de la forme $a^2 + 2ab + b^2$ ou $a^2 - 2ab + b^2$. Un trinôme carré parfait est le produit de deux binômes identiques :

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)(a + b)$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)(a - b)$$

Une **différence de deux carrés** est une expression de la forme $a^2 - b^2$, c'est-à-dire un binôme formé par la soustraction de deux monômes qui sont des carrés parfaits :

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Un **trinôme** de la forme $x^2 + bx + c$ se décompose en facteurs s'il existe deux nombres n_1 et n_2 tels que le produit de n_1 et n_2 est égal à c et la somme de n_1 et n_2 est égale à b . La décomposition du trinôme est :

$$x^2 + bx + c = (x + n_1)(x + n_2)$$



Résumé des savoirs mathématiques *suite*

Un **trinôme** de la forme $ax^2 + bx + c$ peut se décomposer en facteurs s'il existe deux nombres n_1 et n_2 tels que le produit de n_1 et n_2 est égal à ac et la somme de n_1 et n_2 est égale à b . On remplace le terme bx par n_1x et n_2x , puis on décompose le polynôme ainsi obtenu par une mise en évidence double.

Un **trinôme** de la forme $ax^2 + bx + c$ peut aussi se décomposer en facteurs par complétion de carré ou encore en calculant les racines du trinôme par la formule quadratique :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Équations du second degré

Une équation du second degré est une équation qui se ramène à la forme $ax^2 + bx + c = 0$.

On résout une telle équation soit par **décomposition en facteurs**, soit en utilisant la **formule quadratique**.

Inéquations du second degré

Pour résoudre une inéquation du second degré, on **résout l'équation** correspondante, puis on détermine l'ensemble-solution selon le signe du produit des facteurs et le sens du **symbole d'inégalité** présent dans l'inéquation.

Simplification d'expressions rationnelles

Pour **simplifier** une expression rationnelle, on **factorise** son numérateur et son dénominateur, puis on simplifie les facteurs communs du numérateur et du dénominateur.

Multiplication d'expressions rationnelles

Pour trouver le résultat d'une **multiplication** d'expressions rationnelles, on forme une seule fraction algébrique avec tous les numérateurs et tous les dénominateurs de ces expressions rationnelles.

On **factorise** toutes les expressions comprises dans le numérateur et toutes les expressions comprises dans le dénominateur, puis on **simplifie** les facteurs communs du numérateur et du dénominateur.

Consolidation des savoirs

1. Résoudre les équations suivantes.

a) $42 - 5(8 - 3x) = 13(4 - x) + 6$

b) $15 + 2(2 - 5x) = 3(4 - x) + 6$

Des consolidations des savoirs vous sont offertes afin de mieux les maîtriser.



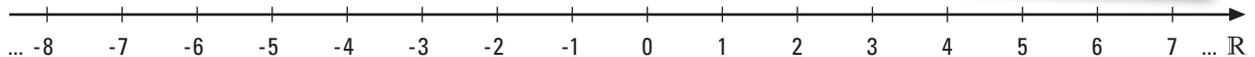
2. Résoudre les inéquations suivantes, puis représenter l'ensemble-solution sur la droite numérique et sous forme d'intervalle.

a) $8x + 13 \leq 5(x + 5)$

Des éléments graphiques, tel qu'ici une droite numérique vous facilitant la résolution!



Sur la droite numérique:



Sous forme d'intervalle: _____



1.14. Situations de vie

Au début de ce chapitre, vous avez fait la connaissance de Sébastien et Myrianne, les parents de la petite Lulinda qui, malgré ses 4 ans, semble fort douée en mathématiques. L'enfant compose des expressions algébriques avec ses céréales, en forme de chiffres, de lettres et de symboles mathématiques.

Retour à la mise en situation:

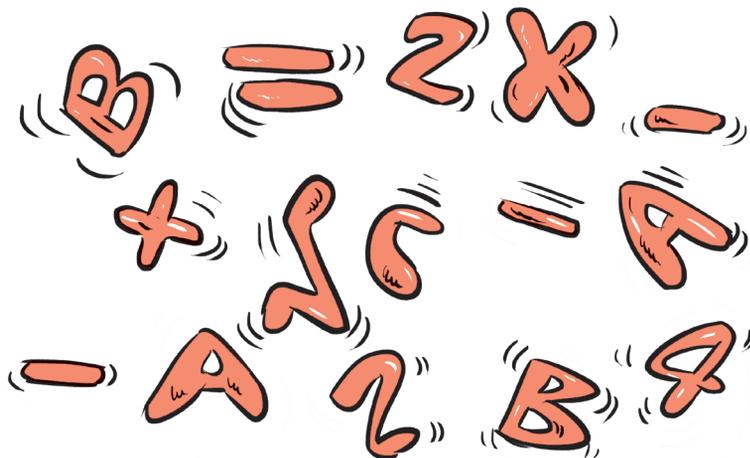
LE DÉJEUNER ALGÈBRIQUE



Un retour à la situation de vie qui peut maintenant être résolue grâce aux savoirs et compétences que vous avez acquis jusqu'à présent.



Avec ses petites mains, Lulinda a vidé le contenu de la boîte de céréales et en a aligné certaines pour en former des expressions algébriques. Sébastien s'est empressé de prendre une photo de l'agencement fait par sa fille :



1. Céréales et algèbre.

Voici la liste des chiffres, des lettres et des symboles que Lulinda a déposés sur la table :

A, B, -, 2, +, X, C, 4, -, 2, =, B, A, - et $\sqrt{\quad}$

1^{re} tâche

En utilisant chacun des symboles, reconstituer une formule connue.



2^e tâche

Quel nom porte la formule que vous avez formée avec les céréales de Lulinda ?

3^e tâche

Donner deux utilités de la formule que vous avez reconstituée.

1. Des sacs de pommes de terre.

Germaine s'adonne, depuis quelques années, à la culture de la pomme de terre. Cette année, elle en a récolté une quantité impressionnante et a rempli $10ax^2$ sacs dans des sacs de $(2x + 5)$ kg, ce qui lui a permis de remplir $(10ax^2) / (2x + 5)$ sacs.

Combien de sacs Germaine aurait-elle remplis de plus si elle avait récolté 6 fois sa récolte de pommes de terre dans des sacs contenant 6 fois plus de terre ?

Ces situations-problèmes sont plus globales et plus complexes afin de maîtriser les compétences transversales visées par ce module.



Toujours de l'espace
fourni afin d'écrire
vos développements!



Avant de continuer et pour conclure cette première étape

Pour terminer ce chapitre traitant des **expressions numériques et algébriques**, et pour vous assurer de bien maîtriser les notions que vous y avez découvertes, vous traiterez maintenant des **SÉ**. Les solutions de ces situations ne sont pas dans votre module : votre enseignante ou votre enseignant en fera la correction.

Avant d'aborder ces **SÉ**, nous vous recommandons de noter, sur une feuille, les formules, les énoncés, et même des exemples que vous jugez importants. Vous pouvez utiliser cette feuille comme aide-mémoire.

Présentez une solution claire et complète et ne demandez l'aide de personne. Cela vous permettra de vous évaluer, et de connaître les exigences et les attentes de fin d'étape. Ce faisant, vous pourrez, si vous constatez certaines lacunes, les corriger avant de poursuivre.

Cette auto-évaluation vous permettra aussi de savoir si vous répondez aux attentes fixées pour cette étape du MAT 4271, et si vous êtes prêt à aborder la prochaine étape. Étape par étape, vous arriverez à la fin du cours. Avec succès, n'en doutez pas.

Bon travail !

Ces situations d'évaluation se trouvent à la fin de chaque chapitre et sont divisées en 2 parties. Votre enseignant(e) en fera la correction.

01 PREMIÈRE PARTIE

Évaluation des connaissances

1. En utilisant...

Ces situations d'évaluation vous permettent de vérifier l'acquisition des connaissances et des compétences dites transversales.



01 DEUXIÈME PARTIE

Évaluation des compétences

5. Le plancher du salon de Germaine.

Germaine doit...

Félicitations, vous êtes près de la fin, le questionnaire qui suit a été préparé pour vous permettre d'évaluer vos forces et vos faiblesses dans ce module. Le corrigé de ce questionnaire ne se trouve pas dans votre module. Votre enseignant en fera la correction.

La première partie de ce questionnaire porte sur les savoirs mathématiques de ce cours. Dans la deuxième partie de cette rubrique, vous trouverez dix situations-problèmes pour démontrer vos compétences liées à ce module : utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes et déployer un raisonnement mathématique. Bonne révision !

PREMIÈRE PARTIE

Révision des connaissances

1. Résoudre...

Cette section est constituée de 2 banques d'exercices dont votre enseignant(e) en fera la correction : ceci dans le but d'évaluer vos forces et vos faiblesses.



DEUXIÈME PARTIE

Révision des compétences

Voici enfin le dernier virage avant l'examen : une banque de 10 situations-problèmes portant sur la modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental. Faites-en bon usage !

1. Stationnement urbain.

Une ville...

abscisse à l'origine

Une abscisse à l'origine est une valeur de x pour laquelle $y = 0$.
C'est l'abscisse du point de rencontre d'une courbe avec l'axe horizontal.

axe de symétrie

L'axe de symétrie est une droite par rapport à laquelle une courbe est symétrique.

binôme

Un binôme est un polynôme formé de deux termes non semblables.

codomaine

Le codomaine d'une fonction f , aussi appelé image, qu'on note $\text{codom } f$ ou $\text{ima } f$, correspond à l'ensemble des valeurs que peut prendre la variable dépendante, généralement notée y .

complétion de carré

La complétion de carré est une méthode algébrique qui consiste à additionner à une expression de la forme $x^2 + bx$ un nombre c tel que l'expression $x^2 + bx + c$ devienne un trinôme carré parfait.

coordonnées à l'origine

Les coordonnées à l'origine d'une fonction se trouvent à être son (ses) abscisse(s) à l'origine et son ordonnée à l'origine.

différence de deux carrés

Une différence de deux carrés est une expression de la forme $a^2 - b^2$. Comme son nom le dit, une différence de deux carrés est un binôme formé par la soustraction de deux monômes qui sont des carrés parfaits. Pour décomposer une différence de deux carrés, on extrait la racine carrée de chacun des termes, puis on forme deux binômes, l'un avec la somme des deux monômes, et l'autre avec la différence des deux monômes: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

discriminant

On appelle l'expression $b^2 - 4ac$ le discriminant.

domaine

Le domaine d'une fonction f , qu'on note $\text{dom } f$, correspond à l'ensemble des valeurs que peut prendre sa variable indépendante, généralement x .

droites parallèles confondues

Deux droites parallèles confondues sont des droites identiques, qui se traduisent par la même équation.

droites parallèles distinctes

Deux droites parallèles distinctes d_1 et d_2 sont des droites qui, même indéfiniment prolongées, ne se coupent pas.

1.1. Équations et inéquations du premier degré à une variable

1. p. 9

a) $3x + 5 = -5x + 3$
 $3x + 5x = 3 - 5$
 $8x = -2$
 $x = \frac{-2}{8}$
 $x = \frac{-1}{4}$

b) $-1 - 5(x - 2) = 10x - 9$
 $-1 - 5x + 10 = 10x - 9$
 $-5x - 10x = -9 + 1 - 10$
 $-15x = -18$
 $x = \frac{-18}{-15}$
 $x = \frac{6}{5}$

c) $\frac{3}{2}(24x - 18) = 36x + 54$
 $36x - 27 = 36x + 54$
 $36x - 36x = 54 + 27$
 $0x = 81$

L'équation n'admet aucune solution.

d) $\frac{x}{2} - 4 = 22 - 6x$
 $\frac{x}{2} + 6x = 22 + 4$
 $\frac{13x}{2} = 26$
 $x = 26 \div \frac{13}{2}$
 $x = 4$

e) $17x = -8(4 - 3x) + 2$
 $17x = -32 + 24x + 2$
 $17x - 24x = -32 + 2$
 $-7x = -30$
 $x = \frac{-30}{-7}$
 $x = \frac{30}{7}$

f) $3x - 32 = -5 + 3(x - 9)$
 $3x - 32 = -5 + 3x - 27$
 $3x - 3x = -5 - 27 + 32$
 $0x = 0$

L'équation admet une infinité de solutions.

Un corrigé aéré, élaboré avec une démarche détaillée, qui vous permet de vous vérifier de façon autonome, pour toutes les Activités d'apprentissage.



2. p. 10

a) $3x - 5 \geq 9 - x$
 $3x + x \geq 9 + 5$
 $4x \geq 14$
 $x \geq \frac{14}{4}$
 $x \geq \frac{7}{2}$

Sur la droite numérique :



Sous forme d'intervalle: $\left[\frac{7}{2}, +\infty\right[$

1.13. Vue d'ensemble: synthèse des savoirs

1. p. 85

$$\begin{aligned} \text{a) } 42 - 5(8 - 3x) &= 13(4 - x) + 6 \\ 42 - 40 + 15x &= 52 - 13x + 6 \\ 15x + 13x &= 52 + 6 - 42 + 40 \\ 28x &= 56 \\ x &= \frac{56}{28} \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 15 + 2 \\ 15 \\ -1 \end{aligned}$$

Un corrigé aéré, élaboré avec une démarche détaillée, qui vous permet de vous vérifier de façon autonome, pour toutes les Consolidations des savoirs.



2. p. 85

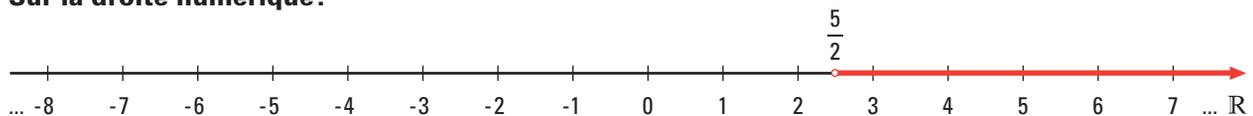
$$\begin{aligned} \text{a) } 8x + 13 &\leq 5(x + 5) \\ 8x + 13 &\leq 5x + 25 \\ 8x - 5x &\leq 25 - 13 \\ 3x &\leq 12 \\ x &\leq \frac{12}{3} \\ x &\leq 4 \end{aligned}$$

Sur la droite numérique:

Sous forme d'intervalle: $]-\infty, 4]$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{3}{2}(4x + 7) &< 5(2x - 1) + 3 + x \\ 6x + \frac{21}{2} &< 10x - 5 + 3 + x \\ 6x - 10x - x &< -5 + 3 - \frac{21}{2} \\ -5x &< \frac{-25}{2} \\ x &> \frac{-25}{2} \div -5 \\ x &> \frac{5}{2} \end{aligned}$$

Sur la droite numérique:

Sous forme d'intervalle: $\left] \frac{5}{2}, +\infty \right[$

3. p. 87

$$\begin{aligned} \text{a) } (5ax - 2x - a)(2a - 3) &= 10a^2x - 15ax - 4ax + 6x - 2a^2 + 3a \\ &= 10a^2x - 19ax + 6x - 2a^2 + 3a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (-2y + 3)(12ay - 5a + 1) &= -24ay^2 + 10ay - 2y + 36ay - 15a + 3 \\ &= -24ay^2 + 46ay - 2y - 15a + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } (2y^2 + 3y)(8y - 6) &= 16y^3 - 12y^2 + 24y^2 - 18y \\ &= 16y^3 + 12y^2 - 18y \end{aligned}$$

12. p. 96 suite

$$g) \frac{x^2 - 15x + 50}{x^2 + 7x - 60} \cdot \frac{x^2 + 10x - 24}{x^2 - 7x + 10} = \frac{(x^2 - 15x + 50)(x^2 + 10x - 24)}{(x^2 + 7x - 60)(x^2 - 7x + 10)}$$

$$= \frac{(x - 5)(x - 10)(x + 12)(x - 2)}{(x + 12)(x - 5)(x - 5)(x - 2)}$$

$$= \frac{x - 10}{x - 5} \quad \text{pour } x \neq -12, x \neq 5 \text{ et } x \neq 2$$

$$h) \frac{2x^2 - 19x - 60}{4x^2 + 20x + 25} \cdot \frac{4x^2 - 25}{x^2 - 17x + 60} \cdot \frac{2x^2 + 15x + 25}{x^2 + 10x + 25} = \frac{(2x^2 - 19x - 60)(4x^2 - 25)(2x^2 + 15x + 25)}{(4x^2 + 20x + 25)(x^2 - 17x + 60)(x^2 + 10x + 25)}$$

$$= \frac{(x - 12)(2x + 5)(2x + 5)(2x - 5)(x + 5)(2x + 5)}{(2x + 5)(2x + 5)(x - 12)(x - 5)(x + 5)(x + 5)}$$

$$= \frac{(2x - 5)(2x + 5)}{(x - 5)(x + 5)} \quad \text{pour } x \neq \frac{-5}{2}, x \neq 12, x \neq 5 \text{ et } x \neq -5$$

1.14. Situations de vie

1. Céréales et algèbre.

p. 99

Voici la liste des chiffres, des lettres et des symboles que Lulinda a extraits de :

A, B, -, 2, +, X, C, 4, -, 2, =, B, A, - et $\sqrt{\quad}$

1^{re} tâche

$$X = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

2^e tâche

Formule quadratique

3^e tâche

Décomposition en facteurs

Résolution d'une équation ou d'une inéquation du second degré

Un corrigé aéré, élaboré avec une démarche détaillée, qui vous permet de vous vérifier de façon autonome, pour toutes les Situations de vie.



2. Une journée dans la vie de M. Galipeau.

p. 100

Nombre total de dossiers :

$$(x + 1) \cdot 2x + (2x - 6)(3x + 1) + 12 = 2x^2 + 2x + 6x^2 + 2x - 18x - 6 + 12$$

$$= 8x^2 - 14x + 6$$

M. Galipeau doit traiter, au total, $(8x^2 - 14x + 6)$ dossiers.

$$8x^2 - 14x + 6 = 2(4x^2 - 7x + 3)$$

$$= 2(4x^2 - 4x - 3x + 3)$$

$$= 2[4x(x - 1) - 3(x - 1)]$$

$$= 2(x - 1)(4x - 3)$$

M. Galipeau a le choix entre six façons de répartir les dossiers :

- Traiter 2 $(x - 1)$ dossiers par jour pendant $(4x - 3)$ jours ;
- Traiter 2 $(4x - 3)$ dossiers par jour pendant $(x - 1)$ jours ;
- Traiter 2 dossiers par jour pendant $(4x^2 - 7x + 3)$ jours ;
- Traiter $(x - 1)$ dossiers par jour pendant 2 $(4x - 3)$ jours ;
- Traiter $(4x - 3)$ dossiers par jour pendant 2 $(x - 1)$ jours ;
- Traiter $(4x^2 - 7x + 3)$ dossiers par jour pendant 2 jours.

Un corrigé aéré, élaboré avec une démarche détaillée, qui vous permet de vous vérifier de façon autonome, pour toutes les Situations-problèmes.



1. Des sacs de pommes de terre.

p. 101

Nombre de kilogrammes de pommes de terre récoltés par Germaine :

$$(10ax^2 - 9ax + 2a) \cdot (2x + 5) = 20ax^3 + 50ax^2 - 18ax^2 - 45ax + 4ax + 10a$$

$$= (20ax^3 + 32ax^2 - 41ax + 10a) \text{ kg}$$

MOTS	CHAPITRE 1	CHAPITRE 2	CHAPITRE 3
Abscisse à l'origine		116, 117, 122, 137, 143, 165, 172, 192, 208,	248, 249, 377
Addition et soustraction de polynômes	12, 13		
Axe de symétrie		133, 159, 162	
Binôme	12, 14, 17, 34, 39, 40, 49, 50, 82, 83		
Codomaine		115, 116, 117, 121, 122, 137, 143, 165, 171, 191, 192, 208, 217	
Complétion de carré	49, 50, 51, 84	162, 163, 164	
Contremarche		185, 186, 189, 190, 191, 195, 196, 217	
Coordonnées à l'origine		115, 116, 121, 122, 137, 143, 165, 171, 172, 191, 217	
Croissance		115, 121, 122, 137, 189, 191, 192, 208, 217	
Décomposer en facteurs	25, 26, 27, 29, 31, 32, 35, 39, 40, 43, 44, 45, 49, 50, 51, 55, 56, 57, 58, 59, 65, 68, 83, 84	162, 163, 169	351, 371
Décroissance		115, 121, 122, 137, 189, 191, 208, 217	
Différence de deux carrés	39, 40, 49, 50, 66, 74, 83		
Discriminant	56, 57		
Domaine		115, 116, 117, 121, 122, 137, 143, 165, 171, 191, 192, 206, 208, 217	
Ensemble-solution d'une équation du premier degré à deux variables			283

Une table alphabétique des mots clés et leurs références.



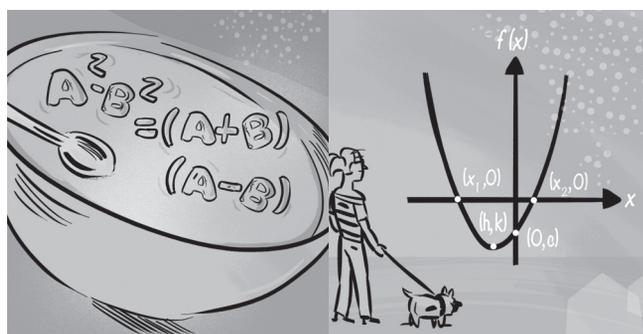
À propos de l'illustrateur et des illustrations...

Les illustrations des couvertures et les illustrations que vous trouverez au fil des pages de ce module sont des illustrations originales, commandées pour notre collection à Paul Bordeleau, illustrateur québécois, auteur de bandes dessinées et illustrateur-éditorialiste pour l'hebdomadaire *Voir* de 1992 à 2004, et pour le journal *La Presse* en 2001 et 2002. En 2003, il a pris la relève de Garnotte et de Gité comme illustrateur de nos collections.



Une page est consacrée à l'illustrateur afin de vous le présenter.

KINÉSIS
ÉDUCATION



En 2009, il était l'un des bédéistes invités au festival *BoomFest* de Saint-Pétersbourg, en Russie. Il a illustré entre autres le générique de la télésérie *La Galère* à Ici Radio-Canada. En 2016, il a participé au projet *Correspondances* de Lyon.

Dans la collection MAT, ses illustrations sont parfois conçues comme de petites pauses détente au fil des chapitres.

D'autres fois, elles sont des illustrations essentielles à la compréhension et à la résolution des situations qui vous sont présentées.

Dans les pages d'ouverture des chapitres, elles illustrent la situation concrète qui vous amène à vous plonger dans la réalité mathématique des activités d'apprentissage et des situations-problèmes. Ces activités et ces situations vous permettent d'acquérir la maîtrise des savoirs mathématiques visée par le module.



Vous voulez en savoir plus sur Paul Bordeleau?
Voici ses coordonnées: www.paulbordeleau.com

D'où vient la formule quadratique ?

Vous vous demandez certainement d'où vient la formule quadratique. Eh bien, cette formule peut être obtenue à partir de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$, dans laquelle on isole la variable x . Si vous êtes curieux, suivez le raisonnement ci-dessous.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

On divise chaque terme de l'équation par a .

$$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0$$

On déplace le terme constant pour qu'il se retrouve dans le membre droit de l'équation.

$$x^2 + \frac{bx}{a} = \frac{-c}{a}$$

On complète l'expression du membre gauche de l'équation en ajoutant un terme qui en fait un carré parfait. On ajoute ce même terme au membre droit de l'équation.

$$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

On factorise le membre gauche de l'équation : le trinôme $x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$ est le carré parfait de $x + \frac{b}{2a}$.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

On exprime le membre droit de l'équation sur un dénominateur commun.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

On élimine le carré dans le membre gauche de l'équation en extrayant la racine carrée de chaque membre de l'équation.

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

On transforme l'expression du membre droit de l'équation en appliquant la racine carrée au numérateur et au dénominateur.

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{\sqrt{4a^2}}$$

On extrait la racine carrée du dénominateur : $\sqrt{4a^2} = 2a$, car $2a \times 2a = 4a^2$.

Pour les curieux,
un prolongement
des connaissances
et de l'enrichissement.



Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855)

Surnommé le prince des mathématiques, Carl Friedrich Gauss est, certes, le plus grand mathématicien de son temps. Aujourd’hui encore, son nom circule dans plusieurs branches des mathématiques. Ses plus grandes contributions aux mathématiques ont été à l’arithmétique, à l’algèbre et à l’analyse.

Né à Brunswick, en Allemagne, Gauss est le fils unique d’un père ouvrier. Même s’il a été le plus jeune prodige en mathématiques, Gauss a toujours vécu modestement. On raconte qu’un jour, alors qu’il n’avait pas encore trois ans et qu’il suivait les calculs qu’effectuait son père pour établir le salaire hebdomadaire des ouvriers dont il avait la charge, le jeune Gauss aurait affirmé à son père que le calcul qu’il venait de faire était erroné. Après vérification, le père a bien été obligé de reconnaître que son fils avait raison. Un phénomène d’autant plus remarquable que personne n’avait encore appris à l’enfant à calculer.

On raconte aussi qu’un peu plus tard, alors que Gauss était âgé de dix ans, son professeur a donné à sa classe indisciplinée un problème d’arithmétique consistant à additionner les nombres naturels de 1 jusqu’à 100, c’est-à-dire $1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$. À tout juste achevé d’exposer le problème que le jeune Gauss déposa son ardoise sur le bureau de son professeur. Il passa l’heure suivante assis, les bras croisés, sous le regard du professeur, alors que ses camarades continuaient laborieusement leur calcul. On dit que seul Gauss a réussi à répondre correctement.

Un peu d’histoire pour mieux comprendre les mathématiques.

Parmi les nombreux travaux de mathématiques qu’il a réalisés, sa méthode de résolution des systèmes d’équations pour un système comportant autant d’équations et d’inconnues que désiré demeure sa plus importante découverte. Mais ce n’est malheureusement pas dans votre *MAT 4271* que nous vous expliquerons cette célèbre méthode...

Pour en savoir un peu plus...

L’addition de nombres naturels consécutifs

Pour remédier à l’indiscipline de ses élèves, le professeur avait proposé à la classe que fréquentait Carl Friedrich Gauss le problème d’arithmétique consistant à additionner les nombres naturels de 1 jusqu’à 100. À peine avait-il terminé d’exposer le problème que le jeune Gauss avait posé son ardoise sur le bureau du professeur avec la bonne réponse. Personne n’est devin, il y a sûrement une astuce là-dessous. Mais laquelle ?

Observons bien les sommes suivantes :

$$1 + 2 = 3$$

$$1 + 2 + 3 = 6$$

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

etc.

Sauriez-vous, comme le jeune Gauss, trouver la somme des nombres naturels de 1 à 100, en quelques secondes ?

Le secret des miroirs grossissants

Les miroirs plats reflètent fidèlement votre image, une copie conforme de vous-même, ni plus petite, ni plus grosse.

Tout le secret des miroirs grossissants réside dans leur forme : leur surface est parabolique. Lorsque le sujet se tient à une faible distance d'un miroir de forme parabolique, son image grossit, c'est là une propriété des paraboles.

On peut s'amuser
en faisant
des mathématiques!

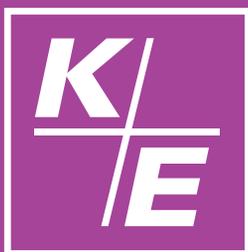
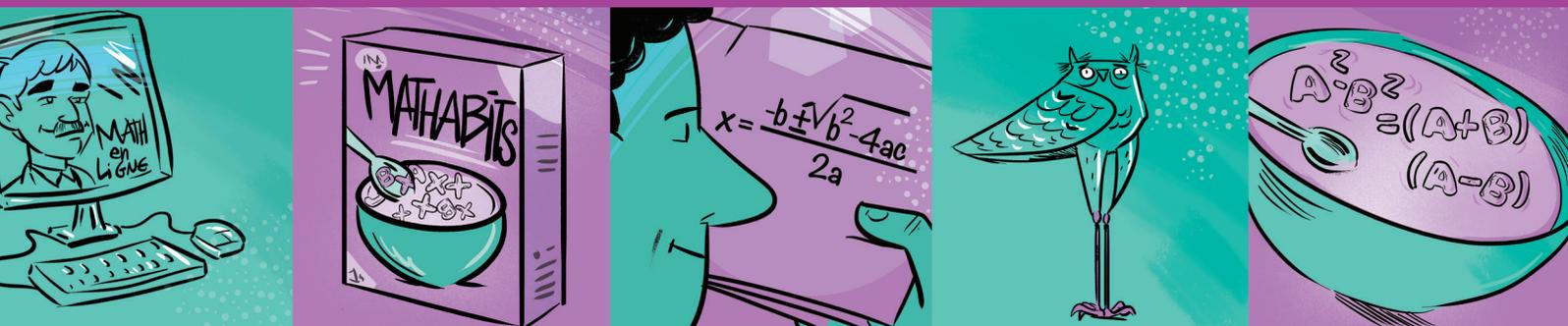
Le MAT 4271

Vise l'acquisition de deux grandes compétences transversales : exploiter les technologies de l'information et de la communication et exploiter l'information. Au moyen de trois procédés intégrateurs: la représentation d'une situation par un modèle algébrique ou graphique; l'interpolation ou l'extrapolation à partir d'un modèle algébrique ou graphique; la généralisation d'un ensemble de situations par un modèle algébrique ou graphique.

NOUVELLE
ÉDITION
AVRIL 2025

MAT_{SN} 4271 2

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE



Notre maison n'a qu'une seule et unique raison d'être depuis sa création il y a plus d'un demi-siècle: publier des ouvrages de qualité irréprochable, de bonne tenue, aux contenus solides, privilégiant des démarches en accord avec les principes des différentes approches pédagogiques, et libres de tout compromis de caractère purement commercial.

ISBN 978-2-7615-0977-0



9 782761 509770

401 1490

Florence Grandchamp
Drita Neziri
Abdelkader Amara
Raymond Thériault

NOUVELLE
ÉDITION
AVRIL 2025

MODÉLISATION ALGÈBRIQUE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE FONDAMENTAL I

MAT
AT
SN
A 4271 2

Ce document est disponible
gratuitement pour
l'enseignant(e). Il suffit
d'en faire la demande
à editions@ebbp.ca

 KINESIS
EDUCATION

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE

TIRÉ À PART

Corrigé des *Situations d'évaluation de fin de chapitre*

Grilles d'évaluation

Corrigé du *Prêt pour l'évaluation de fin de module ?*

 KINESIS
EDUCATION

L'éditeur permet la reproduction
de ce document.