Florence Grandchamp
Drita Neziri
Abdelkader Amara
Raymond Thériault

MODÉLISATION ALGÉBRIQUE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE FONDAMENTAL I

MAT SN 4271 2

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE

KINĒSIS ĒDUCATION

Graphismes, notations et symboles utilisés dans ce module

KINĒSIS ÉDUCATION

Graphismes, notations et symboles

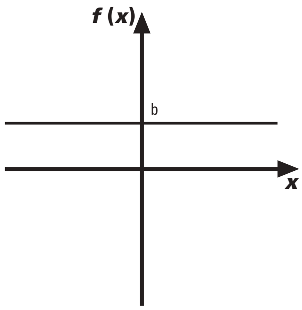
(x, y)	couple de coordonnées x et y
$\mathbb{R}$	ensemble des nombres réels
$\mathbb{Z}$	ensemble des nombres entiers
$d_1 \parallel d_2$	la droite d_1 est parallèle à la droite d_2
$d_1 \perp d_2$	la droite d_1 est perpendiculaire à la droite d_2
$f(x)$	f de x: l'unique valeur de y associée à la valeur de x par la fonction f
f^{-1}	réciproque de la fonction f
dom f	domaine de la fonction f
codom f	codomaine de la fonction f
ima f	image de la fonction f
min f	minimum de la fonction f
max f	maximum de la fonction f
∞	infini
$[2, 3[$	intervalle de 2 fermé à 3 ouvert
$]-\infty, b]$	intervalle de moins l'infini jusqu'à b inclusivement
$\in$	appartenant à
$\varnothing$	ensemble vide
x^2	carré de x
$\sqrt{400}$	racine carrée de 400
$\pm$	plus ou moins
$a < 0$	a est plus petit que 0
$b > 1$	b est plus grand que 1
$[x]$	partie entière du nombre x
$\{0, 1, 2, 3\}$	ensemble des nombres 0, 1, 2 et 3
$\neq$	n'est pas égal à

Rappel de quelques notions

KINÉSIS ÉDUCATION

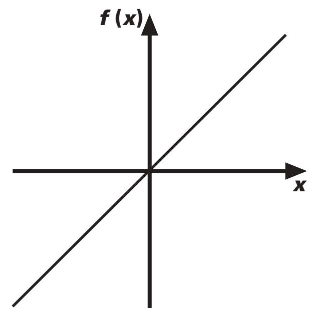
Les différents types de fonction

Fonction constante



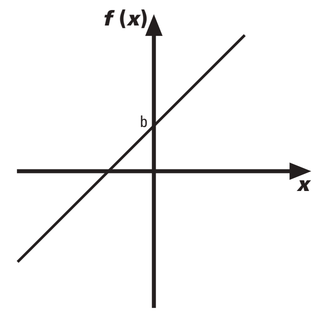
$f(x) = \mathrm{b}$

Fonction linéaire



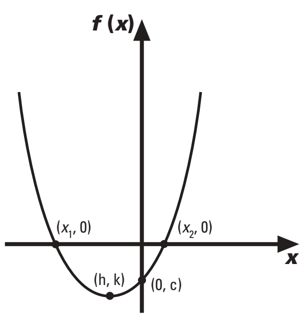
$f(x) = \mathrm{a}x$

Fonction affine



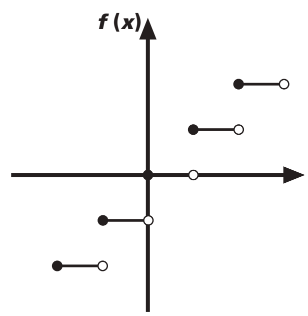
$f(x) = \mathrm{a}x + \mathrm{b}$

Fonction quadratique



$f(x) = \mathrm{a}x^2 + \mathrm{b}x + \mathrm{c}$

Fonction partie entière



$f(x) = \mathrm{a}\,[\mathrm{b}\,(x - \mathrm{h})] + \mathrm{k}$

Règle d'une fonction polynomiale du second degré

Forme générale : $f(x) = \mathrm{a}x^2 + \mathrm{b}x + \mathrm{c}$

Forme factorisée : $f(x) = \mathrm{a}\,(x - x_1)\,(x - x_2)$

Forme canonique : $f(x) = \mathrm{a}\,(x - \mathrm{h})^2 + \mathrm{k}$

Formule quadratique

$$x = \frac{-\mathrm{b} \pm \sqrt{\mathrm{b}^2 - 4\mathrm{ac}}}{2\mathrm{a}}$$

MODÉLISATION ALGÉBRIQUE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE FONDAMENTAL I

Conforme au Programme

KINĒSIS ÉDUCATION

MAT SN 4271 2

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE

NE ME JETEZ PAS !

GARDEZ-MOI COMME AIDE-MÉMOIRE

Car « *la mémoire est une faculté qui oublie* »
… en maths comme en toutes choses.

CE LIVRE APPARTIENT À : ______________________________

La collection

MAT

Des titres
de la collection MAT
au catalogue

KINÉSIS ÉDUCATION

FORMATION DE BASE COMMUNE :

Présecondaire

MAT P101 4	MAT P102 3	MAT P103 2	MAT P104 4

Secondaire 1 et 2

MAT 1101 3	MAT 1102 3
MAT 2101 3	MAT 2102 3

Mise À Niveau

MAN P100	MAN 1100	MAN 2100

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE :

Secondaire 3

MAT 3051 2	MAT 3052 2	MAT 3053 2

Secondaire 4

CST	MAT 4151 1	MAT 4152 1	MAT 4153 2
TS	MAT 4261 2	MAT 4262 2	MAT 4263 2
SN	**MAT 4271 2**	MAT 4272 2	MAT 4273 2

Secondaire 5 — *En préparation*

CST	*MAT 5150 2*	*MAT 5151 1*	*MAT 5152 1*
TS	*MAT 5160 2*	*MAT 5161 2*	*MAT 5163 2*
SN	*MAT 5170 2*	*MAT 5171 2*	*MAT 5173 2*

MATHÉMATIQUES :

Secondaire 5

MAT 5101 1	MAT 5102 1	MAT 5103 1	MAT 5104 1	MAT 5105 1	MAT 5106 1
MAT 5107 2	MAT 5108 2	MAT 5109 1	MAT 5110 1	MAT 5111 2	MAT 5112 1

FORMATION À DISTANCE

Secondaire 1, 2, 3 et 5

Tous les guides d'apprentissage du secondaire 1, 2, 3 et 5 ont été adaptés pour les besoins de la formation à distance. Pour en savoir plus : voyez notre site *www.ebbp.ca*

Première édition 2019 **MAT 4271 2**

Canada — L'ensemble des titres admissibles de notre production bénéficie du soutien financier du gouvernement du Canada.

Communication et pédagogie	Christiane Beullac
Composition et index	Audrey d'Amboise Francisca Martinez Galvez Valérie Tardif
Conseiller en mathématiques	Raymond Thériault
Correction	Jonathan Crête
Direction de la collection	
• contenu éditorial	Célestin de La Grange Annie Lopez
• contenu mathématique	Florence Grandchamp
• infographie et production	Francine Plante
Idéatrice	Marianne Delaroche
Illustrations	Paul Bordeleau
Informatique éditoriale	Francisca Martinez Galvez
Maquette de la couverture	Jean-Sébastien Lajeunesse Michel Lajeunesse
Maquette de l'ouvrage	Célestin de La Grange Francine Plante
Réécriture	Jonathan Crête
Révision mathématique	Sylvain Gervais
Impression	Imprimerie Héon & Nadeau
Éditrice déléguée	Francine Plante / Les Éditions Jules Châtelain

Pour en savoir plus sur l'illustrateur et sur les illustrations de votre module, voir p. 602

Dépôt légal — Bibliothèque et Archives nationales du Québec, Bibliothèque et Archives Canada, 2019.
ISBN 978-2-7615-0752-3

À L'ÉTUDIANT ET À L'ENSEIGNANT POUR CETTE PREMIÈRE ÉDITION 2019

Vous avez en main la première édition du module MAT 4271, dixième module de notre collection MAT FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE.

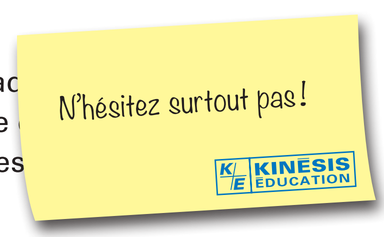
Les auteurs, les correcteurs, les réviseurs et toute l'équipe éditoriale et technique ont fait de leur mieux pour que cet ouvrage respecte l'esprit et la lettre du programme, et réponde à vos attentes et à vos besoins. Mais nul, ni rien, n'est parfait sur terre : moins que quiconque, nous prétendons avoir atteint la perfection, même après révision et correction.

Les auteurs et l'éditeur demandent aux utilisateurs — étudiants et enseignants — de leur faire part de leurs commentaires et de leurs suggestions le plus tôt possible pour que nous puissions dès la prochaine impression apporter les retouches, les modifications ou les ajouts qui se révéleraient nécessaires.

D'autre part, n'hésitez pas à nous signaler coquilles ou erreurs si vous en trouvez : **nous ne procédons jamais à une réimpression sans avoir d'abord effectué les corrections ou les retouches nécessaires.** Un ouvrage didactique n'est pas une œuvre immuable, au contraire, c'est un outil perfectible et en perpétuel devenir.

Avec la collaboration de toutes et de tous, nous pourrons ensemble améliorer et raffiner, au fil des ans, un document dont nous voudrions qu'il soit pour vous l'outil rêvé. Nous ferons tout pour qu'il le devienne.

Écrivez-nous, téléphonez-nous, ou adressez-nous un courriel à l'ac
cbeullac@ebbp.ca, la responsable des communications et notre
Nous accusons toujours réception de la correspondance reçue des
Vous pouvez aussi nous visiter sur le site www.ebbp.ca.



Depuis plus de soixante-cinq ans, nous n'avons jamais cessé de travailler en étroite collaboration avec le monde de l'enseignement, et nous voulons continuer de le faire : que vous soyez étudiant ou enseignant, merci de garder le contact avec nous par le moyen qui vous est le plus commode : téléphone, télécopieur, courriel.

L'éditeur

KINÉSIS ÉDUCATION
Bureau 275, 4823, rue Sherbrooke Ouest, Westmount, Québec H3Z 1G7
Téléphone : 514 932-9466 Télécopieur : 514 932-5929
Courriel : cbeullac@ebbp.ca Site : www.ebbp.ca

Table des matières
de votre volume

KINESIS ÉDUCATION

	Graphismes, notations et symboles	
	Les différents types de fonction	**page 3 de couverture**
	Règle d'une fonction polynomiale du second degré	**page 3 de couverture**
	Formule quadratique	**page 3 de couverture**
	À l'étudiant et à l'enseignant	**V**
	Présentation	**VIII**
	Comment est construit votre MAT 4271	**X**
	Attentes de fin de cours	**XII**

01. EXPRESSIONS NUMÉRIQUES ET ALGÉBRIQUES

	Mise en situation : ***LA FILLETTE SURDOUÉE***	**2**
1.1.	Équations et inéquations du premier degré à une variable	**4**
1.2.	Multiplication d'expressions algébriques	**12**
1.3.	Division d'un polynôme par un binôme	**17**
1.4.	La mise en évidence simple	**25**
1.5.	La mise en évidence double	**29**
1.6.	Le trinôme carré parfait	**34**
1.7.	La différence de deux carrés	**39**
1.8.	Décomposition d'un trinôme	**43**
1.9.	Complétion de carré	**49**
1.10.	Factorisation de trinômes à l'aide des racines	**55**
	Pour en savoir un peu plus… : D'où vient la formule quadratique ?	**63**
1.11.	Résolution d'équations et d'inéquations du second degré à une variable	**65**
1.12.	Simplification d'expressions rationnelles	**74**
1.13.	**Vue d'ensemble : synthèse des savoirs**	**82**
	Consolidation des savoirs	**85**
1.14.	Situations de vie	**98**
	Situations d'évaluation de fin de chapitre SÉ	**104**
	Évaluation des connaissances	**105**
	Évaluation des compétences	**108**

02. LES FONCTIONS

	Mise en situation : **MATHABITS, *LA SEULE CÉRÉALE AU GOÛT DE MATHÉMATIQUES…***	**112**
2.1.	Les fonctions représentées graphiquement par une droite	**114**
2.2.	La fonction polynomiale du second degré de la forme $f(x) = ax^2$	**133**
	En remontant le cours des siècles : Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855)	**157**
	Pour en savoir un peu plus… : L'addition de nombres naturels consécutifs	**157**
2.3.	La fonction polynomiale du second degré dont la règle se ramène à $f(x) = ax^2 + bx + c$	**158**
2.4.	Recherche de la règle d'une fonction polynomiale du second degré	**177**
2.5.	La fonction en escalier	**185**
2.6.	La fonction définie par parties	**206**
2.7.	**Vue d'ensemble : synthèse des savoirs**	**216**
	Consolidation des savoirs	**218**
2.8.	Situations de vie	**227**
	Situations d'évaluation de fin de chapitre SÉ	**239**
	Évaluation des connaissances	**240**
	Évaluation des compétences	**242**
	Amusons-nous : Le secret des miroirs grossissants	**245**

03. SYSTÈMES D'ÉQUATIONS ET D'INÉQUATIONS

	Mise en situation : *MAIS D'OÙ VIENT DONC LE TALENT DE LA PETITE LULINDA ?*	**246**
3.1.	Équation d'une droite	**248**
3.2.	Position relative de deux droites	**262**
	Amusons-nous : Les illusions d'optique	**281**
3.3.	Résolution d'un système d'équations du premier degré à deux variables à l'aide d'une table de valeurs	**283**
3.4.	Résolution graphique d'un système d'équations du premier degré à deux variables	**291**
3.5.	Résolution d'un système d'équations du premier degré à deux variables à l'aide de la méthode de comparaison	**304**
3.6.	Résolution d'un système d'équations du premier degré à deux variables à l'aide de la méthode de substitution	**313**
3.7.	Résolution d'un système d'équations du premier degré à deux variables à l'aide de la méthode d'élimination	**322**
3.8.	Résolution d'une situation à l'aide d'un système de deux équations à deux variables	**333**
	Amusons-nous : Le dollar manquant	**349**
3.9.	Résolution de systèmes composés d'une équation du 1er degré et d'une équation du 2^{e} degré à deux variables	**350**
3.10.	Résolution et représentation graphique d'inéquations du premier degré à deux variables	**359**
3.11.	Résolution et représentation graphique d'inéquations du second degré à deux variables	**368**
3.12.	**Vue d'ensemble : synthèse des savoirs**	**377**
	Consolidation des savoirs	**381**
3.13.	Situations de vie	**399**
	Situations d'évaluation de fin de chapitre SÉ	**415**
	Évaluation des connaissances	**416**
	Évaluation des compétences	**420**

Prêt pour l'évaluation de fin de module ?	**424**
Révision des connaissances	**424**
Révision des compétences	**447**
Glossaire des termes mathématiques	**468**
Corrigé	**476**
Index	**595**
À propos de l'illustrateur et des illustrations…	**602**

Nos petits plus...

Amusons-nous	**245, 281, 349**
En remontant le cours des siècles	**157**
Pour en savoir un peu plus...	**63, 157**

Le module MAT 4271, intitulé ***Modélisation algébrique et graphique e*** ***fondamental I***, touchera plusieurs aspects d'une grande famille de situations d'apprentissage : *Relations entre quantités*. Cette famille regroupe les situations qui comportent un problème pouvant être traité en partie à partir d'une représentation fondée sur un modèle algébrique ou graphique exprimant une relation entre quantités, dans une perspective fondamentale. Le module ***Modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental I*** vous fournira l'occasion de poser des actions en vue d'établir des relations ou des liens de dépendance entre des quantités.

En traitant les situations-problèmes de ce module, vous serez amené, entre autres, à vérifier votre hypothèse en attribuant des valeurs de plus en plus grandes à une variable pour constater leur effet sur la valeur de l'autre variable, à déterminer des liens entre la variation des paramètres de la règle d'une fonction et la transformation du graphique cartésien correspondant ou encore, à démontrer que vous distinguez bien le sens des termes utilisés en mathématique de leur sens commun.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

La résolution des situations-problèmes de ce cours implique le recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

- Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes ;
- Déployer un raisonnement mathématique ;
- Communiquer à l'aide du langage mathématique.

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Plusieurs compétences transversales peuvent être développées en vue du traitement de situations de la famille *Relations entre quantités*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours :

Compétence d'ordre méthodologique : *Exploiter les technologies de l'information et de la communication ;*

Compétence d'ordre méthodologique : *Exploiter l'information.*

CONTENU DISCIPLINAIRE

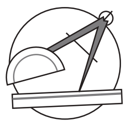
Dans ce cours, vous réactiverez et approfondirez l'ensemble des savoirs arithmétiques et algébriques acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, vous compléterez votre formation en vous appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées dans ce cours, vous développerez trois **procédés intégrateurs** énoncés comme suit :

- La représentation d'une situation par un modèle algébrique ou graphique ;
- L'interpolation ou l'extrapolation à partir d'un modèle algébrique ou graphique ;
- La généralisation d'un ensemble de situations à l'aide d'un modèle algébrique ou graphique.

SAVOIRS MATHÉMATIQUES



Manipulation d'expressions algébriques

SM-1 Opérations sur les expressions algébriques

SM-2 Développement, réduction ou substitution d'expressions à l'aide d'identités gébriques remarquables

Tous les savoirs mathématiques : SM.
On le reconnaît à ce picto associé aux Outils mathématiques.

KINÉSIS ÉDUCATION

omplétion de carré

ctorisation de trinômes à l'aide des racines

ésolution d'équations et d'inéquations du 1er degré à une deux variables et du 2e degré à une variable

Relation et fonction

SM-6 Expérimentation, observation, interprétation, description et représentation de fonctions réelles

SM-7 Description et interprétation des propriétés des fonctions réelles

SM-8 Interprétation des paramètres multiplicatif et additif

SM-9 Passage d'une forme d'écriture à une autre pour la fonction polynomiale du 2e degré

Système

SM-10 Représentation d'une situation à l'aide de droites ou de demi-plans

SM-11 Résolution de systèmes d'équations du 1er degré à deux variables

SM-12 Résolution de systèmes composés d'une équation du 1er degré et d'une équation du 2e degré à deux variables

Comment est construit
votre module.
Vous retrouverez des pages
+détaillées un peu +loin
à cet extrait.

KINESIS ÉDUCATION

MODÉLISATION ALGÉBRIQUE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE FONDAMENTAL I — **PRÉSENTATION**

Présentation des *compétences disciplinaires*, des *compétences transversales*, et du contenu disciplinaire visés par le MAT 4271. ➨ *page VIII*

COMMENT EST CON…

Les deux pages

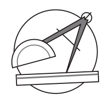
Votre MAT 4271 est divisé en chapitres :

01 EXPRESSIONS NUMÉRIQUES ET ALGÉBRIQUES

En début de chapitre une *mise en situation*, ici : ***LA FILLETTE SURDOUÉE***.
Elle est tirée de la vie courante réelle ou virtuelle, et illustre l'utilité de la matière qui sera abordée.
DANS CE CHAPITRE, vous dit ce que vous verrez comme nouvelles notions, à quoi cela sert en mathématique et dans la vie de tous les jours. ➨ *page 2*

Les chapitres de votre MAT 4271 sont divisés en sections :

1.1. Équations et inéquations du premier degré à une variable



Au début de chaque section : les **Outils mathématiques** nécessaires à l'acquisition des *savoirs mathématiques*. Présentation succincte, niveau de langue simple, exemples concrets, illustrations au besoin.
➨ *page 4 et suivantes*

1.13. Vue d'ensemble : synthèse des savoirs

Un résumé des *savoirs mathématiques* est présenté sous forme de tableau. Il est suivi de *consolidations des savoirs* pour vous aider à maîtriser les nouveaux *savoirs mathématiques*.
➨ *page 82 et suivantes*

En conclusion du chapitre, des

1.14. Situations de vie

font un *retour sur la mise en situation du début*, laquelle peut maintenant être résolue grâce aux savoirs et compétences acquis dans ce chapitre.
➨ *page 98*

MAT 4271 PRÊT POUR L'ÉVALUATION DE FIN DE MODULE ?

PREMIÈRE PARTIE — **Révision des connaissances**

Banque de questions portant chacune sur l'un des *savoirs mathématiques* du module.

DEUXIÈME PARTIE — **Révision des compétences**

Banque de *situations-problèmes* permettant de vérifier l'acquisition de toutes les compétences liées à ce module.
➨ *page 424*

MAT 4271 GLOSSAIRE DES TERMES MATHÉMATIQUES

Un mini-dictionnaire : tous les termes apparaissant en ***italique rouge gras*** dans le module. ➨ *page 468*

Et des petits plus....

Amusons-nous

Les mathématiques, un divertissement ?
Eh oui... on peut aussi s'amuser en faisant des mathématiques.
➨ *page 245*

En remontant le cours des siècles — **XVIII^e – XIX^e**

Un peu d'histoire pour mieux comprendre les mathématiques.
➨ *page 157*

VOTRE MAT 4271

ATTENTES DE FIN DE COURS **MAT 4271**

Pour savoir où vous allez : la liste des *critères d'évaluation* de ce cours.
➨ *page XII*

Si on appliquait cette théorie ?

Ensuite, des cas concrets en relation avec les *savoirs mathématiques* que vous avez découverts dans les **Outils mathématiques**.
➨ *page 7 et suivantes*

Activités d'apprentissage **UN PEU DE PRATIQUE**

Puis, de la pratique, pour vous aider à acquérir par étapes la ou les *compétences disciplinaires* à atteindre. Vous pouvez facilement repérer ces *activités d'apprentissage* grâce à la bande gris pâle sur la tranche du module.
➨ *page 9 et suivantes*

Situations-problèmes **UN PEU *PLUS* DE PRATIQUE**

Viennent ensuite des situations plus globales et plus complexes, les *situations-problèmes* qui vous amèneront à maîtriser les *compétences transversales* visées par le MAT 4271.
Ces situations se repèrent grâce à la bande gris foncé sur la tranche du module.
➨ *page 101 et suivantes*

Situations d'évaluation de fin de chapitre

PREMIÈRE PARTIE	**Évaluation des connaissances**
DEUXIÈME PARTIE	**Évaluation des compétences**

Ces *SÉ* se trouvent à la fin de chaque chapitre. Elles sont signalées par une bande rouge à rayures blanches sur la tranche. Elles sont en deux parties : la première vous permet de vérifier l'acquisition des connaissances, ou *savoirs mathématiques* ; la seconde, l'acquisition des *compétences* dites *transversales*. ➨ *page 104 et suivantes*

Corrigé

Il vous donne les solutions de toutes les *activités d'apprentissage*, des *situations-problèmes* et des *consolidations des savoirs*.
Ce corrigé se repère grâce à la bande rouge sur la tranche du module.
➨ *page 476 et suivantes*

MAT 4271 **INDEX**

Une table alphabétique des mots-clés et leurs références. ➨ *page 595 et suivantes*

En tiré à part pour l'enseignant

- Corrigé des **SÉ de fin de chapitre**
- Corrigé du **Prêt pour l'évaluation de fin de module ?**
- Grilles d'évaluation

Pour en savoir un peu plus…

Pour les curieux… un prolongement des connaissances, et de l'enrichissement.
➨ *page 63*

ATTENTES DE FIN DE COURS

Objectifs visés par ce cours

Au terme de ce cours, vous serez en mesure de représenter des situatio[…] de l'algèbre. Votre représentation, juste et claire, témoignera du respect des règles et des conventions mathématiques. La représentation algébrique ou graphique d'une situation à partir de fonctions réelles et de leur réciproque vous permettra d'induire ou de déduire des résultats par interpolation ou extrapolation. De plus, vous utiliserez différents registres de représentation afin de généraliser le comportement à un ensemble de situations.

CRITÈRES D'ÉVALUATION

- Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes
- Déployer un raisonnement mathématique
- Communiquer à l'aide du langage mathématique*

1. UTILISER DES STRATÉGIES DE RÉSOLUTION DE SITUATIONS-PROBLÈMES

1.1 Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème

1.2 Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème

2. DÉPLOYER UN RAISONNEMENT MATHÉMATIQUE

2.1 Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés

2.2 Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation

2.3 Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente

---

* La compétence 3 « Communiquer à l'aide du langage mathématique » ne fait pas l'objet d'une évaluation spécifique au regard de la sanction et de la reconnaissance. Toutefois, puisqu'elle se manifeste nécessairement dans toute activité mathématique, elle a été prise en compte dans les outils d'évaluation élaborés pour aider les enseignants à porter leur jugement.

Votre MAT 4271
est divisé en 3 chapitres
dont voici les titres :

MODÉLISATION ALGÉBRIQUE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE FONDAMENTAL I

01. EXPRESSIONS NUMÉRIQUES ET ALGÉBRIQUES

02. LES FONCTIONS

03. SYSTÈMES D'ÉQUATIONS ET D'INÉQUATIONS

01 EXPRESSIONS NUMÉRIQUES ET ALGÉBRIQUES

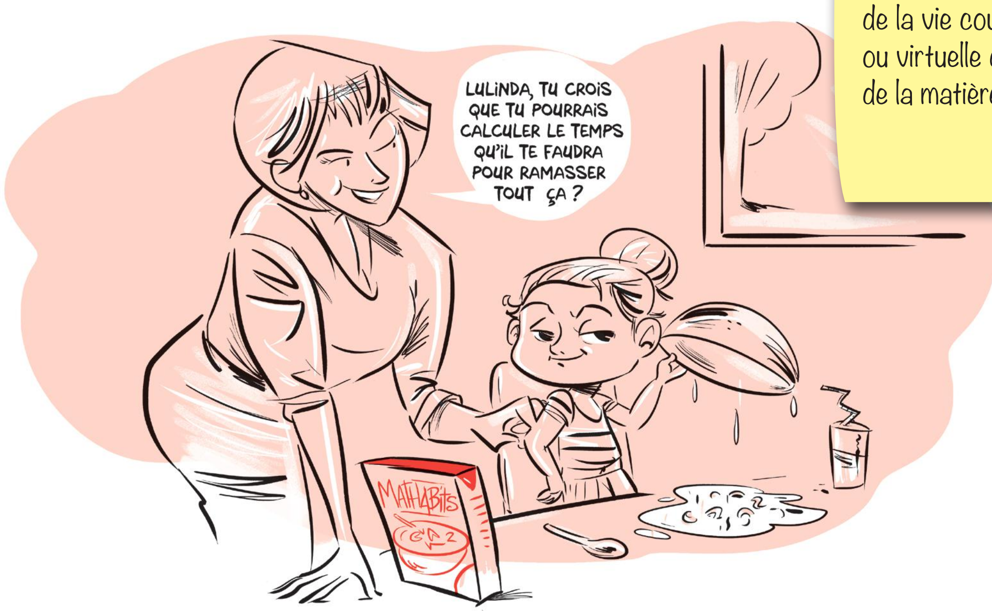
Dans ce chapitre, vous découvrirez plusieurs techniques algébriques qui permettent de simplifier ou de transformer une expression, dans le but d'effectuer des opérations.

Mise en situation :

LA FILLETTE SURDOUÉE

En début de chapitre, une mise en situation tirée de la vie courante réelle ou virtuelle qui illustre l'utilité de la matière qui sera abordée.

KINÉSIS ÉDUCATION



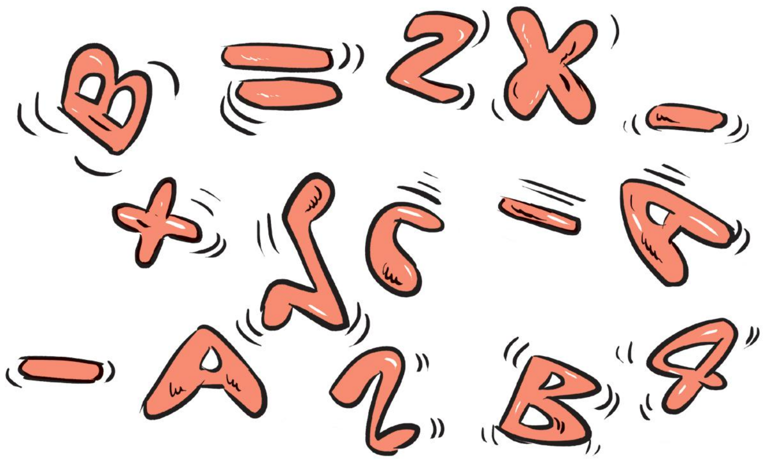
Ce matin est particulièrement pénible pour Myrianne qui n'arrive pas à convaincre sa fille de quatre ans, Lulinda, d'avaler son déjeuner avant de partir pour la garderie avec son père Sébastien.

Myrianne a acheté les céréales de marque *Mathabits* dans l'espoir d'inculquer l'amour des mathématiques à sa fille. Mais la voilà victime de son propre succès : sa fille préfère jouer avec les chiffres et les symboles mathématiques plutôt que de les manger. Ne sachant comment la persuader, Myrianne laisse la petite Lulu s'amuser pendant qu'elle se prépare pour sa journée de travail.

Au moment de prendre sa petite Lulu pour l'amener à la garderie, Sébastien constate que la table est couverte de céréales. Il remarque avec stupéfaction que sa fille a aligné des céréales de manière à former le début de plusieurs expressions algébriques qu'il a apprises au secondaire.

Surpris et fier, Sébastien a immortalisé le talent de sa petite Lulu avec son cellulaire. Plus que jamais, il croit qu'elle sera une prodige en mathématique.

Observez bien les chiffres, lettres et symboles que la petite Lulinda a regroupés :



Il est probable que ce regroupement de céréales ne vous inspire rien pour l'instant. Dans les pages qui suivent, vous découvrirez qu'à l'aide de ces chiffres, lettres et symboles, on peut former une formule bien connue en algèbre. Peut-être en arriverez-vous à la conclusion que Sébastien a raison de croire que Lulinda est une enfant surdouée…

Le bloc *Dans ce chapitre* vous indique les nouvelles notions que vous apprendrez et quelles seront leurs utilités en mathématiques et dans la vie de tous les jours.

DANS CE CHAPITRE

Quoi de nouveau ?
— Les opérations sur les expressions algébriques
— La factorisation d'expressions algébriques

Qu'est-ce que c'est ?
— Les opérations sur les expressions algébriques permettent de simplifier une expression pour obtenir un résultat équivalent. La factorisation d'une expression algébrique permet d'écrire un produit qui lui est équivalent.

À quoi ça sert en mathématiques ?
— Savoir transformer une expression algébrique en une expression équivalente est bien souvent le premier pas dans la compréhension et la résolution d'une situation-problème nécessitant de l'algèbre.

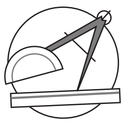
À quoi ça servira dans la vie ?
— La transformation des expressions algébriques permet non seulement de donner un sens aux données d'une situation-problème, mais aussi d'en simplifier l'analyse.

1.1. Équations et inéquations du prem à une variable

Chaque chapitre est divisé en sections.

KINÉSIS ÉDUCATION

■ DANS CETTE SECTION, VOUS ALLEZ RENOUER AVEC LA RÉSOLU DES ÉQUATIONS ET DES INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ À UNE VARIABLE.



SM-5

Les outils mathématiques nécessaires à l'acquisition des savoirs mathématiques : SM.

KINÉSIS ÉDUCATION

Outils mathématiques

Résolution d'une équation du premier degré à une variable — Équations admettant une infinité de solutions — Équations n'admettant aucune solution — Résolution d'une inéquation du premier degré à une variable

1. Résolution d'une équation du premier degré à une variable

Une ***équation*** est une **relation d'égalité** entre deux expressions algébriques situées de part et d' s l'une des deux expressions comporte une variable, qu'o e lettre, le plus souvent x. Lorsque les deux expressions algé riable, elles forment alors une ***égalité***.

Tous les termes apparaissant en italique rouge gras se retrouvent au glossaire des termes mathématiques.

KINÉSIS ÉDUCATION

Exe

$2x$

$-3x$

Rés degré à une variable consiste à déterminer la valeur que doit prendre la variable pour rendre l'égalité vraie. On appelle alors cette valeur la ***solution de l'équation***.

Lorsqu'une équation comporte plusieurs termes, on doit d'abord **regrouper les termes semblables**. D'un côté de l'égalité, on place les **termes variables**, et de l'autre côté les **termes constants**, pour ensuite isoler la variable et trouver sa valeur.

Exemple

Résoudre l'équation $\underbrace{2x}_{\text{terme variable}} - \underbrace{8}_{\text{terme constant}} = \underbrace{-3x}_{\text{terme variable}} + \underbrace{22}_{\text{terme constant}}$

Cet outil comprend des exemples, des démarches détaillées et leurs résolutions.

KINÉSIS ÉDUCATION

On **rassemble** les termes variables dans le membre gauche et les ter droit. En changeant de membre, les termes changent de signe.

$$2x + \mathbf{3x} = 22 + \mathbf{8}$$

On **effectue** les opérations dans les deux membres de l'équation.

$$5x = 30$$

On **élimine** le coefficient en divisant les deux membres de l'équation par 5.

$$x = \frac{30}{5}$$

$$x = \mathbf{6}$$

Outils mathématiques *suite*

On **vérifie** que la valeur trouvée est bien la solution de l'équation : $2x - 8 = -3x + 22$ si $x = 6$.
On remplace x par sa valeur, 6, dans l'équation, puis on effectue les calculs.

$$2 \cdot 6 - 8 \stackrel{?}{=} -3 \cdot 6 + 22$$
$$12 - 8 \stackrel{?}{=} -18 + 22$$
$$4 = 4 \qquad \text{est une égalité}$$

L'équation est vérifiée, car on a obtenu une égalité en remplaçant x par 6 dans l'équation.

2. Équations admettant une infinité de solutions

Certaines équations admettent une **infinité de solutions**. Ces équations se ramènent à la forme $\mathbf{0x = 0}$. Il existe une infinité de valeurs qu'on peut donner à x pour que l'équation soit vérifiée. En effet, toute valeur réelle multipliée par 0 donne 0 pour résultat.

Exemple

Résoudre l'équation $-2x + 8 = 2\,(4 - x)$.

$$-2x + 8 = 2\,(4 - x)$$
$$-2x + 8 = 8 - 2x$$
$$-2x + 2x = 8 - 8$$
$$0x = 0$$

L'équation admet une **infinité de solutions**.

3. Équations n'admettant aucune solution

Certaines équations n'admettent **aucune solution**. Ces équations se ramènent à la forme $\mathbf{0x = k}$, pour une valeur k autre que 0.

Exemple

Résoudre l'équation $5x + 12 = 3x + 2 + 2x$.

$$5x + 12 = 3x + 2 + 2x$$
$$5x - 3x - 2x = 2 - 12$$
$$0x = -10$$

L'équation n'admet aucune solution.

4. Résolution d'une inéquation du premier degré à une variable

Une ***inéquation*** est une relation d'inégalité entre deux expressions algébriques situées de part et d'autre du signe d'inégalité ($<$, $\leq$, $>$ ou $\geq$) dont l'une au moins comporte une variable.

Résoudre une inéquation du premier degré à une variable consiste à trouver toutes les valeurs de la variable qui vérifient la relation d'inégalité.

Les règles de résolution d'une inéquation sont presque identiques aux règles de résolution d'une équation. La seule différence est que dans une inéquation, on parle d'ensemble-solution, contrairement à l'équation qui n'admet généralement qu'**une seule solution**.

Aussi, il faut prêter une attention particulière au symbole d'inégalité que l'on doit **inverser** chaque fois que l'on **multiplie** ou que l'on **divise** les deux membres de l'inéquation **par un nombre négatif**.

Outils mathématiques *suite*

Exemple

Résoudre l'inéquation $7 - 2x \geq 22 + 3x$.

$$\begin{aligned} 7 - 2x &\geq 22 + 3x \\ -2x - 3x &\geq 22 - 7 \\ -5x &\geq 15 \end{aligned}$$

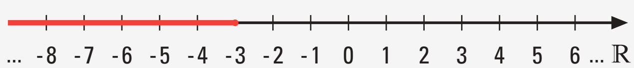
On isole la variable x en divisant les deux membres de l'inéquation par un nombre négatif. On change donc le sens du signe d'inégalité.

$$x \leq \frac{15}{-5}$$

$$x \leq -3$$

On peut représenter l'ensemble-solution d'une inéquation sur la droite des nombres réels ou encore sous forme d'intervalle.

Sur la droite numérique :



Sous forme d'intervalle : **]-∞, -3]**

Si on appliquait cette théorie?

■ LES EXEMPLES SUIVANTS VOUS PERMETTRONT DE REVOIR LA RÉSOLUTION DES ÉQUATIONS ET DES INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ À UNE VARIABLE.

Exemple 1
Résoudre l'équation suivante :

$$\mathbf{13x - 15 = 2\,(4 - x) + 7}$$

Des cas concrets en relation avec les savoirs mathématiques. Celui-ci comprend au moins 2 exemples : Le premier est détaillé avec une démarche élaborée.

Solution

On **simplifie** d'abord le membre droit de l'équation en distrib
de la parenthèse :

$$13x - 15 = 2\,(4 - x) + 7$$
$$13x - 15 = 8 - 2x + 7$$

On **rassemble** les termes variables dans le membre gauche et les termes constants dans le membre droit en **inversant les signes** des termes qu'on change de membre.

$$13x + \mathbf{2x} = 8 + 7 + \mathbf{15}$$

On **effectue** les opérations dans les deux membres de l'équation.

$$15x = 30$$

On **élimine** le coefficient en divisant les deux membres de l'équation par 15.

$$x = \frac{30}{15}$$
$$x = \mathbf{2}$$

On **vérifie** que la valeur trouvée est bien la solution de l'équation : $13x - 15 = 2\,(4 - x) + 7$ si $x = 2$.
On remplace x par sa valeur, **2**, dans l'équation, puis on effectue les calculs.

$$13x - 15 = 2\,(4 - x) + 7$$
$$13 \bullet \mathbf{2} - 15 \stackrel{?}{=} 2\,(4 - \mathbf{2}) + 7$$
$$26 - 15 \stackrel{?}{=} 2 \bullet 2 + 7$$
$$11 \stackrel{?}{=} 11 \quad \rightarrow \quad \textbf{Vrai}$$

L'équation est vérifiée, car on a obtenu une égalité en remplaçant x par 2 dans l'équation.

Exemple 2
Résoudre l'inéquation suivante :

$$\mathbf{1 - 2\,(3x - 5) < \text{-}4x + 15}$$

Le deuxième exemple : à vous de démontrer votre savoir en effectuant la démarche proposée !

Solution

On **effectue** d'abord la multiplication dans le membre gauche :

$$1 - 2\,(3x - 5) < \text{-}4x + 15$$

$$1 - 6x + \boxed{} < \text{-}4x + 15$$

On **rassemble** les termes variables dans le membre gauche et les termes constants dans le membre droit en **inversant les signes** des termes qu'on change de membre :

$$\text{-}6x + \boxed{} < 15 - 1 - 10$$

On **effectue** les opérations dans les deux membres de l'équation :

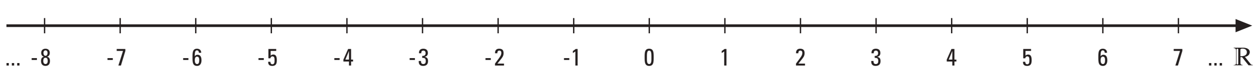
$$\text{-}2x < 4$$

On **élimine** le coefficient en divisant chaque membre de l'équation par -2. On change le sens du signe d'inégalité, car on divise les deux membres de l'inéquation par un nombre négatif :

$$x > \frac{4}{\text{-}2}$$

$$x > \boxed{}$$

L'ensemble-solution peut être représenté sur la droite numérique :



L'ensemble-solution peut être représenté aussi sous forme d'intervalle : ____________________

Sur la droite numérique, l'ensemble-solution de l'inéquation est :

Cet ensemble peut également être représenté par l'intervalle **]-2, +∞[**.

Poursuivez maintenant avec les quelques **Activités d'apprentissage** que voici.

1. Résoudre les équations suivantes.

Des activités d'apprentissage afin de vous pratiquer à acquérir par étapes la ou les compétences disciplinaires.

KINÉSIS ÉDUCATION

a) $3x + 5 = -5x + 3$

d) $\frac{x}{2} - 4 = 22 -$

b) $-1 - 5\,(x - 2) = 10x - 9$

De l'espace fourni afin de vous faciliter la tâche en écrivant à même le module ! Aucune feuille volante !

KINÉSIS ÉDUCATION

e) $17x = -8\,(4 - 3x) + 2$

c) $\frac{3}{2}\,(24x - 18) = 36x + 54$

f) $3x - 32 = -5 + 3\,(x - 9)$

Une mention tout au bas vous indique à quelle page vous trouverez le corrigé afin de vous vérifier.

KINÉSIS ÉDUCATION

CORRIGÉ ➡ PAGE 476

1.13. Vue d'ensemble : synthèse des savoirs

Nous arrivons à la fin du chapitre portant sur les expressions numériques et algébriques. Avant de vous attaquer aux **Situations-problèmes** plus globales qui vont conclure ce chapitre, voici un résumé des *savoirs mathématiques* que vous avez acquis jusqu'à présent.

Résumé des savoirs mathématiques

Un résumé des savoirs mathématiques de ce chapitre vous est présenté.

Résolution d'une équation du premier degré à une variable
Résoudre une équation du premier degré à une variable consiste à dé
prendre la variable pour rendre l'égalité vraie. On appelle alors cette val

Les équations qui se ramènent à la forme $0x = 0$ admettent une **infinité**

Les équations qui se ramènent à la forme $0x = k$, pour une valeur k autre
aucune solution.

Résolution d'une inéquation du premier degré à une variable
Résoudre une inéquation du premier degré à une variable consiste à trouver toutes les valeurs de la variable qui vérifient la relation d'inégalité.

Les polynômes
Un **polynôme** est une expression algébrique formée d'un ou plusieurs termes, reliés entre eux par des opérations d'addition.

Deux **termes** sont **semblables** s'ils comportent les **mêmes variables** affectées des **mêmes exposants**. Seul le coefficient peut varier.

Un **monôme** est un polynôme formé d'**un seul terme**.
Un **binôme** est un polynôme formé de **deux termes** non semblables.
Un **trinôme** est un polynôme formé de **trois termes** non semblables.

Produit de deux expressions algébriques
Lorsqu'on multiplie deux expressions de **même base**, on conserve la base et on **additionne les exposants**.

Le **produit de deux monômes** est égal au monôme composé du produit des coefficients et du produit des variables.

Le **produit d'un monôme par un polynôme** est égal au polynôme obtenu en multipliant le monôme par chacun des termes du polynôme.

Le **produit de deux polynômes** est égal au polynôme obtenu en multipliant chacun des termes du premier polynôme par chacun des termes du deuxième polynôme.

Résumé des savoirs mathématiques *suite*

Quotient de deux expressions algébriques
Lorsqu'on divise deux expressions de **même base**, on conserve la base et on **soustrait les exposants**.

Lorsqu'on divise un **monôme par un monôme**, on divise les coefficients l'un par l'autre et on soustrait les exposants des variables.

Pour diviser un **polynôme par un monôme**, on divise chacun des termes du polynôme par le monôme.

Pour diviser un polynôme par un binôme, on suit les étapes suivantes :

On **ordonne les termes** du dividende et du diviseur en **ordre décroissant** selon l'exposant d'une même variable ;

On **divise le premier terme** du dividende par le **premier terme** du diviseur et on inscrit le résultat au quotient ;

On **multiplie** le résultat par chacun des termes du diviseur et on **inscrit** le résultat sous le dividende.

On **soustrait** l'expression ainsi obtenue du dividende ;

On **abaisse** les termes restants du dividende avec le reste obtenu à l'étape précédente ;

On **répète** les étapes précédentes, jusqu'à ce que l'exposant de la variable considérée dans le reste soit inférieur à celui du diviseur.

Factorisation
La **mise en évidence simple** consiste à mettre en évidence le plus grand facteur commun aux termes d'un polynôme.

La **mise en évidence double** consiste à partager les termes d'un polynôme en deux groupes, à faire une première mise en évidence simple pour les termes de chacun de ces deux groupes, puis une seconde mise en évidence simple du facteur commun aux deux groupes de termes.

Un **trinôme carré parfait** est un trinôme de la forme $a^2 + 2ab + b^2$ ou $a^2 - 2ab + b^2$. Un trinôme carré parfait est le produit de deux binômes identiques :

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)\,(a + b)$$
$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)\,(a - b)$$

Une **différence de deux carrés** est une expression de la forme $a^2 - b^2$, c'est-à-dire un binôme formé par la soustraction de deux monômes qui sont des carrés parfaits :

$$a^2 - b^2 = (a + b)\,(a - b)$$

Un **trinôme** de la forme $\boldsymbol{x^2 + bx + c}$ se décompose en facteurs s'il existe deux nombres n_1 et n_2 tels que le produit de n_1 et n_2 est égal à c et la somme de n_1 et n_2 est égale à b. La décomposition du trinôme est :

$$x^2 + \mathrm{b}x + \mathrm{c} = (x + n_1)\,(x + n_2)$$

Résumé des savoirs mathématiques *suite*

Un **trinôme** de la forme $\mathbf{ax^2} + \mathbf{bx} + \mathbf{c}$ peut se décomposer en facteurs s'il existe deux nombres n_1 et n_2 tels que le produit de n_1 et n_2 est égal à ac et la somme de n_1 et n_2 est égale à b.
On remplace le terme bx par n_1x et n_2x, puis on décompose le polynôme ainsi obtenu par une mise en évidence double.

Un **trinôme** de la forme $\mathbf{ax^2} + \mathbf{bx} + \mathbf{c}$ peut aussi se décomposer en facteurs par complétion de carré ou encore en calculant les racines du trinôme par la formule quadratique :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Équations du second degré
Une équation du second degré est une équation qui se ramène à la forme $ax^2 + bx + c = 0$.
On résout une telle équation soit par **décomposition en facteurs**, soit en utilisant la **formule quadratique**.

Inéquations du second degré
Pour résoudre une inéquation du second degré, on **résout l'équation** correspondante, puis on détermine l'ensemble-solution selon le signe du produit des facteurs et le sens du **symbole d'inégalité** présent dans l'inéquation.

Simplification d'expressions rationnelles
Pour **simplifier** une expression rationnelle, on **factorise** son numérateur et son dénominateur, puis on simplifie les facteurs communs du numérateur et du dénominateur.

Multiplication d'expressions rationnelles
Pour trouver le résultat d'une **multiplication** d'expressions rationnelles, on forme une seule fraction algébrique avec tous les numérateurs et tous les dénominateurs de ces expressions rationnelles.
On **factorise** toutes les expressions comprises dans le numérateur et toutes les expressions comprises dans le dénominateur, puis on **simplifie** les facteurs communs du numérateur et du dénominateur.

Consolidation des savoirs

1. Résoudre les équations suivantes.

a) $42 - 5\,(8 - 3x) = 13\,(4 - x) + 6$

b) $15 + 2\,(2 - 5$

Des consolidations des savoirs vous sont offertes afin de mieux les maîtriser.

KINÉSIS ÉDUCATION

2. Résoudre les inéquations suivantes, puis représenter l'ensemble-solution sur la droite numérique et sous forme d'intervalle.

a) $8x + 13 \leq 5\,(x + 5)$

Des éléments graphiques, tel qu'ici une droite numérique vous facilitant la résolution !

KINÉSIS ÉDUCATION

Sur la droite numérique :

… -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 … $\mathbb{R}$

Sous forme d'intervalle : __________

CORRIGÉ ➡ PAGE 492

1.14. Situations de vie

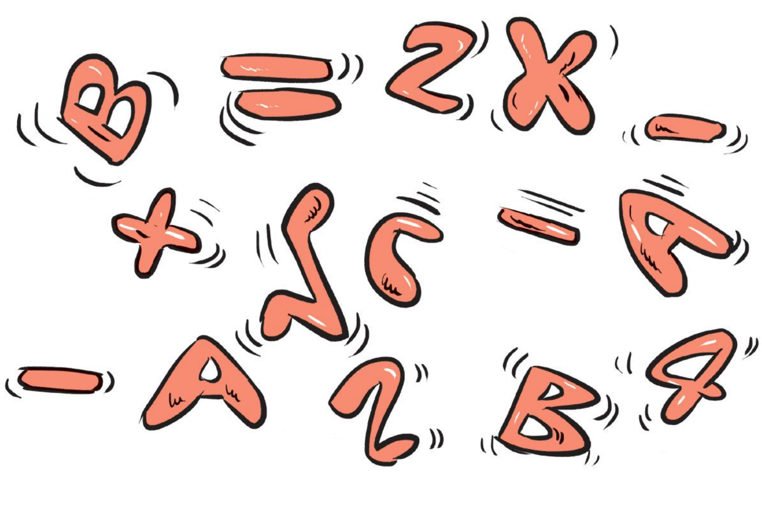
Au début de ce chapitre, vous avez fait la connaissance de Sébastien et Myrianne, les parents de la petite Lulinda qui, malgré ses 4 ans, semble fort douée en mathématiques. L'enfant compose des expressions algébriques avec ses céréales, en forme de chiffres, de lettres et de symboles mathématiques.

Retour à la mise en situation :

LE DÉJEUNER ALGÉBRIQUE

Un retour à la situation de vie qui peut maintenant être résolue grâce aux savoirs et compétences que vous avez acquis jusqu'à présent.

Avec ses petites mains, Lulinda a vidé le contenu de la boîte de céréales et en a aligné certaines pour en former des expressions algébriques. Sébastien s'est empressé de prendre une photo de l'agencement fait par sa fille :



1. Céréales et algèbre.

Voici la liste des chiffres, des lettres et des symboles que Lulinda a déposés sur la table :

$$A, B, -, 2, +, X, C, 4, -, 2, =, B, A, - \text{ et } \sqrt{}$$

1re tâche

En utilisant chacun des symboles, reconstituer une formule connue.

Toujours de l'espace pour écrire vos développements tout au long des tâches !

KINÉSIS ÉDUCATION

2e tâche

Quel nom porte la formule que vous avez formée avec les céréales de Lulinda ?

3e tâche

Donner deux utilités de la formule que vous avez reconstituée.

CORRIGÉ ➨ PAGE 498

1. Des sacs de pommes de terre.

Germaine s'adonne, depuis quelques années, à la culture de la p
Cette année, elle en a récolté une quantité impressionnante et a
dans des sacs de $(2x + 5)$ kg, ce qui lui a permis de remplir $(10ax^2$

**Combien de sacs Germaine aurait-elle remplis de plus si e
sa récolte de pommes de terre dans des sacs contenant 6**

Ces situations-problèmes sont plus globales et plus complexes afin de maîtriser les compétences transversales visées par ce module.

KINÉSIS ÉDUCATION

Toujours de l'espace fourni afin d'écrire vos développements !

KINÉSIS ÉDUCATION

CORRIGÉ ➡ PAGE 498

Avant de continuer et pour conclure cette première étape

Pour terminer ce chapitre traitant des **expressions numériques et algébriques**, et pour vous assurer de bien maîtriser les notions que vous y avez découvertes, vous traiterez maintenant des SÉ. Les solutions de ces situations ne sont pas dans votre module : votre enseignante ou votre enseignant en fera la correction.

Avant d'aborder ces SÉ, nous vous recommandons de noter, sur une feuille, les formules, les énoncés, et même des exemples que vous jugez importants. Vous pouvez utiliser cette feuille comme aide-mémoire.

Présentez une solution claire et complète et ne demandez l'aide de personne. Cela vous permettra de vous évaluer, et de connaître les exigences et les attentes de fin d'étape. Ce faisant, vous pourrez, si vous constatez certaines lacunes, les corriger avant de poursuivre.

Cette auto-évaluation vous permettra aussi de savoir si vous répondez aux attentes fixées pour cette étape du MAT 4271, et si vous êtes prêt à aborder la prochaine étape. Étape par étape, vous arriverez à la fin du cours. Avec succès, n'en doutez pas.

Bon travail !

Ces situations d'évaluation se trouvent à la fin de chaque chapitre et sont divisées en 2 parties.
Votre enseignant(e) en fera la correction.

KINÉSIS ÉDUCATION

01 PREMIÈRE PARTIE — Évaluation des connaissances

1. En utilisant…

Ces situations d'évaluation vous permettent de vérifier l'acquisition des connaissances et des compétences dites transversales.

01 DEUXIÈME PARTIE — Évaluation des compétences

5. Le plancher du salon de Germaine.

Germaine doit…

MAT 4271

PRÊT POUR L'ÉVALUATION DE FIN DE MODULE ?

Félicitations, vous êtes près de la fin, le questionnaire qui suit a été préparé pour vous permettre d'évaluer vos forces et vos faiblesses dans ce module. Le corrigé de ce questionnaire ne se trouve pas dans votre module. Votre enseignant en fera la correction.

La première partie de ce questionnaire porte sur les savoirs mathématiques de ce cours. Dans la deuxième partie de cette rubrique, vous trouverez dix situations-problèmes pour démontrer vos compétences liées à ce module : utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes et déployer un raisonnement mathématique. Bonne révision !

PREMIÈRE PARTIE — Révision des connaissances

1. Résoudre...

Cette section est constituée de 2 banques d'exercices dont votre enseignant(e) en fera la correction : ceci dans le but d'évaluer vos forces et vos faiblesses.

DEUXIÈME PARTIE — Révision des compétences

Voici enfin le dernier virage avant l'examen : une banque de 10 situations-problèmes portant sur la modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental. Faites-en bon usage !

1. Stationnement urbain.
Une ville...

Un glossaire des termes mathématiques.

abscisse à l'origine

Une abscisse à l'origine est une valeur de x pou
C'est l'abscisse du point de rencontre d'une courbe avec l'axe horizontal.

axe de symétrie

L'axe de symétrie est une droite par rapport à laquelle une courbe est symétrique.

binôme

Un binôme est un polynôme formé de deux termes non semblables.

codomaine

Le codomaine d'une fonction f, aussi appelé image, qu'on note codom f ou ima f, correspond à l'ensemble des valeurs que peut prendre la variable dépendante, généralement notée y.

complétion de carré

La complétion de carré est une méthode algébrique qui consiste à additionner à une expression de la forme $x^2 + \mathrm{b}x$ un nombre c tel que l'expression $x^2 + \mathrm{b}x + \mathrm{c}$ devienne un trinôme carré parfait.

coordonnées à l'origine

Les coordonnées à l'origine d'une fonction se trouvent à être son (ses) abscisse(s) à l'origine et son ordonnée à l'origine.

différence de deux carrés

Une différence de deux carrés est une expression de la forme $a^2 - b^2$. Comme son nom le dit, une différence de deux carrés est un binôme formé par la soustraction de deux monômes qui sont des carrés parfaits. Pour décomposer une différence de deux carrés, on extrait la racine carrée de chacun des termes, puis on forme deux binômes, l'un avec la somme des deux monômes, et l'autre avec la différence des deux monômes : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

discriminant

On appelle l'expression $\mathrm{b}^2 - 4\mathrm{ac}$ le discriminant.

domaine

Le domaine d'une fonction f, qu'on note dom f, correspond à l'ensemble des valeurs que peut prendre sa variable indépendante, généralement x.

droites parallèles confondues

Deux droites parallèles confondues sont des droites identiques, qui se traduisent par la même équation.

droites parallèles distinctes

Deux droites parallèles distinctes d_1 et d_2 sont des droites qui, même indéfiniment prolongées, ne se coupent pas.

1.1. Équations et inéquations du premier degré à une variable

Un corrigé aéré, élaboré avec une démarche détaillée, qui vous permet de vous vérifier de façon autonome, pour toutes les Activités d'apprentissage.

KINÉSIS ÉDUCATION

1. p. 9

a)
$$3x + 5 = -5x + 3$$
$$3x + 5x = 3 - 5$$
$$8x = -2$$
$$x = \frac{-2}{8}$$
$$\boldsymbol{x = \frac{-1}{4}}$$

b)
$$-1 - 5(x - 2) = 10x - 9$$
$$-1 - 5x + 10 = 10x - 9$$
$$-5x - 10x = -9 + 1 - 10$$
$$-15x = -18$$
$$x = \frac{-18}{-15}$$
$$\boldsymbol{x = \frac{6}{5}}$$

c)
$$\frac{3}{2}(24x - 18) = 36x + 54$$
$$36x - 27 = 36x + 54$$
$$36x - 36x = 54 + 27$$
$$0x = 81$$

L'équation n'admet aucune solution.

d)
$$\frac{x}{2} - 4 = 22 - 6x$$
$$\frac{x}{2} + 6x = 22 + 4$$
$$\frac{13x}{2} = 26$$
$$x = 26 \div \frac{13}{2}$$
$$\boldsymbol{x = 4}$$

e)
$$17x = -8(4 - 3x) + 2$$
$$17x = -32 + 24x + 2$$
$$17x - 24x = -32 + 2$$
$$-7x = -30$$
$$x = \frac{-30}{-7}$$
$$\boldsymbol{x = \frac{30}{7}}$$

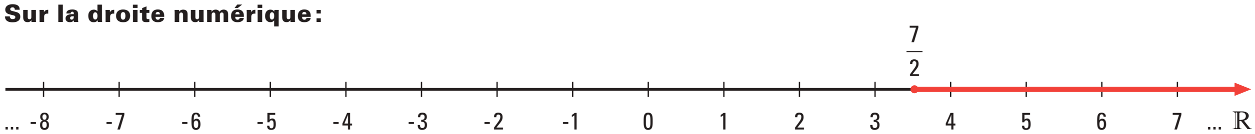
f)
$$3x - 32 = -5 + 3(x - 9)$$
$$3x - 32 = -5 + 3x - 27$$
$$3x - 3x = -5 - 27 + 32$$
$$0x = 0$$

L'équation admet une infinité de solutions.

2. p. 10

a)
$$3x - 5 \geq 9 - x$$
$$3x + x \geq 9 + 5$$
$$4x \geq 14$$
$$x \geq \frac{14}{4}$$
$$x \geq \frac{7}{2}$$

Sur la droite numérique :



Sous forme d'intervalle : $\left[\frac{7}{2}, +\infty\right[$

1.13. Vue d'ensemble : synthèse des savoirs

1. p. 85

a) $42 - 5(8 - 3x) = 13(4 - x) + 6$

$42 - 40 + 15x = 52 - 13x + 6$

$15x + 13x = 52 + 6 - 42 + 40$

$28x = 56$

$x = \frac{56}{28}$

$\boldsymbol{x = 2}$

b) $15 + $ …

15 …

-1 …

Un corrigé aéré, élaboré avec une démarche détaillée, qui vous permet de vous vérifier de façon autonome, pour toutes les Consolidations des savoirs.

KINÉSIS ÉDUCATION

2. p. 85

a) $8x + 13 \leq 5(x + 5)$

$8x + 13 \leq 5x + 25$

$8x - 5x \leq 25 - 13$

$3x \leq 12$

$x \leq \frac{12}{3}$

$x \leq 4$

Sur la droite numérique :

Sous forme d'intervalle : $]-\infty, 4]$

b) $\frac{3}{2}(4x + 7) < 5(2x - 1) + 3 + x$

$6x + \frac{21}{2} < 10x - 5 + 3 + x$

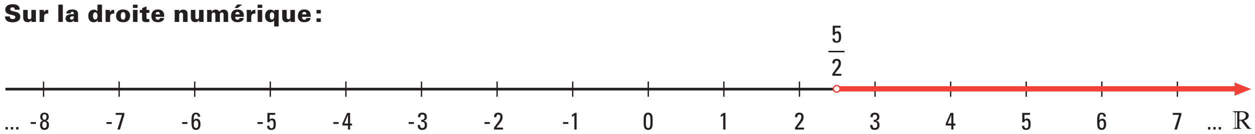
$6x - 10x - x < -5 + 3 - \frac{21}{2}$

$-5x < \frac{-25}{2}$

$x > \frac{-25}{2} \div -5$

$x > \frac{5}{2}$

Sur la droite numérique :



Sous forme d'intervalle : $\left]\frac{5}{2}, +\infty\right[$

3. p. 87

a) $(5ax - 2x - a)(2a - 3) = 10a^2x - 15ax - 4ax + 6x - 2a^2 + 3a$

$= \boldsymbol{10a^2x - 19ax + 6x - 2a^2 + 3a}$

b) $(-2y + 3)(12ay - 5a + 1) = -24ay^2 + 10ay - 2y + 36ay - 15a + 3$

$= \boldsymbol{-24ay^2 + 46ay - 2y - 15a + 3}$

c) $(2y^2 + 3y)(8y - 6) = 16y^3 - 12y^2 + 24y^2 - 18y$

$= \boldsymbol{16y^3 + 12y^2 - 18y}$

12. p. 96 *suite*

g) $$\frac{x^2-15x+50}{x^2+7x-60}\bullet\frac{x^2+10x-24}{x^2-7x+10}=\frac{(x^2-15x+50)\,(x^2+10x-24)}{(x^2+7x-60)\,(x^2-7x+10)}$$
$$=\frac{(x-5)\,(x-10)\,(x+12)\,(x-2)}{(x+12)\,(x-5)\,(x-5)\,(x-2)}$$
$$=\frac{\boldsymbol{x-10}}{\boldsymbol{x-5}}\qquad\textbf{pour } x\neq -12,\ x\neq 5 \textbf{ et } x\neq 2$$

h) $$\frac{2x^2-19x-60}{4x^2+20x+25}\bullet\frac{4x^2-25}{x^2-17x+60}\bullet\frac{2x^2+15x+25}{x^2+10x+25}=\frac{(2x^2-19x-60)\,(4x^2-25)\,(2x^2+15x+25)}{(4x^2+20x+25)\,(x^2-17x+60)\,(x^2+10x+25)}$$
$$=\frac{(x-12)\,(2x+5)\,(2x+5)\,(2x-5)\,(x+5)\,(2x+5)}{(2x+5)\,(2x+5)\,(x-12)\,(x-5)\,(x+5)\,(x+5)}$$
$$=\frac{\boldsymbol{(2x-5)\,(2x+5)}}{\boldsymbol{(x-5)\,(x+5)}}\qquad\textbf{pour } x\neq\frac{-5}{2},\ x\neq 12,\ x\neq 5 \textbf{ et } x\neq -5$$

1.14. Situations de vie

1. Céréales et algèbre.

p. 99

Voici la liste des chiffres, des lettres et des symboles que Lulinda a extraits d
A, B, –, 2, +, *X*, C, 4, –, 2, =, B, A, – et $\sqrt{\ }$

Un corrigé aéré, élaboré avec une démarche détaillée, qui vous permet de vous vérifier de façon autonome, pour toutes les Situations de vie.

KINÉSIS ÉDUCATION

1re tâche

$$X=\frac{\textbf{-B}\pm\sqrt{\textbf{B}^2-\textbf{4AC}}}{\textbf{2A}}$$

2e tâche
Formule quadratique

3e tâche
Décomposition en facteurs
Résolution d'une équation ou d'une inéquation du second degré

2. Une journée dans la vie de M. Galipeau.

p. 100

Nombre total de dossiers :

$$(x+1)\bullet 2x+(2x-6)\,(3x+1)+12=2x^2+2x+6x^2+2x-18x-6+12$$
$$=8x^2-14x+6$$

M. Galipeau doit traiter, au total, $(8x^2-14x+6)$ dossiers.

$$8x^2-14x+6=2\,(4x^2-7x+3)$$
$$=2\,(4x^2-4x-3x+3)$$
$$=2\,[4x\,(x-1)-3\,(x-1)]$$
$$=2\,(x-1)\,(4x-3)$$

M. Galipeau a le choix entre quatre façons de répartir les dossiers :
Traiter 2 (x – 1) dossiers par jour pendant (4x – 3) jours ;
Traiter 2 (4x – 3) dossiers par jour pendant (x – 1) jours ;
Traiter (x – 1) dossiers par jour pendant 2 (4x – 3) jours ;
Traiter (4x – 3) dossiers par jour pendant 2 (x – 1) jours.

1. Des sacs de pommes de terre.

p. 101

Nombre de kilogrammes de pommes de terre récoltés par Germaine :

$$(10ax^2-9ax+2a)\bullet(2x+5)=20ax^3+50ax^2-18ax^2-45ax+4ax+10a$$
$$=(20ax^3+32ax^2-41ax+10a)\text{ kg}$$

Un corrigé aéré, élaboré avec une démarche détaillée, qui vous permet de vous vérifier de façon autonome, pour toutes les Situations-problèmes.

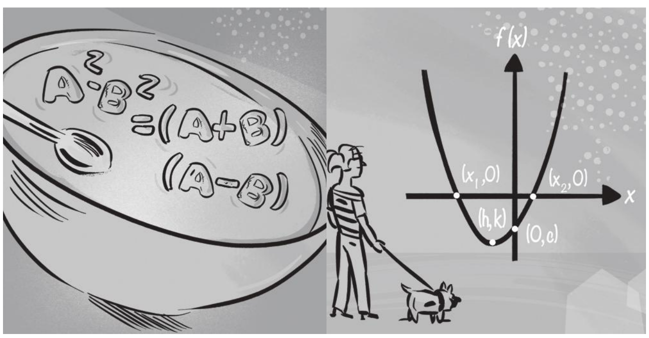
KINÉSIS ÉDUCATION

Une table alphabétique des mots clés et leurs références.

MOTS	CHAPITRE 1	CHAPITRE 2	CHAPITRE 3
Abscisse à l'origine		116, 117, 122, 137, 143, 165, 172, 192, 208,	248, 249, 377
Addition et soustraction de polynômes	12, 13		
Axe de symétrie		133, 159, 162	
Binôme	12, 14, 17, 34, 39, 40, 49, 50, 82, 83		
Codomaine		115, 116, 117, 121, 122, 137, 143, 165, 171, 191, 192, 208, 217	
Complétion de carré	49, 50, 51, 84	162, 163, 164	
Contremarche		185, 186, 189, 190, 191, 195, 196, 217	
Coordonnées à l'origine		115, 116, 121, 122, 137, 143, 165, 171, 172, 191, 217	
Croissance		115, 121, 122, 137, 189, 191, 192, 208, 217	
Décomposer en facteurs	25, 26, 27, 29, 31, 32, 35, 39, 40, 43, 44, 45, 49, 50, 51, 55, 56, 57, 58, 59, 65, 68, 83, 84	162, 163, 169	351, 371
Décroissance		115, 121, 122, 137, 189, 191, 208, 217	
Différence de deux carrés	39, 40, 49, 50, 66, 74, 83		
Discriminant	56, 57		
Domaine		115, 116, 117, 121, 122, 137, 143, 165, 171, 191, 192, 206, 208, 217	
Ensemble-solution d'une équation du premier degré à deux variables			283

À propos de l'illustrateur et des illustrations…

Les illustrations des couvertures et les illustrations que vous trouverez au fil des pages de ce module sont des illustrations originales, commandées pour notre collection à Paul Bordeleau, illustrateur québécois, auteur de bandes dessinées et illustrateur-éditorialiste pour l'hebdomadaire *Voir* de 1992 à 2004, et pour le journal *La Presse* en 2001 et 2002. En 2003, il a pris la relève de Garnotte et de Gité comme illustrateur de nos collections.



En 2009, il était l'un des bédéistes invités au festival *BoomFest* de Saint-Pétersbourg, en Russie. Il a illustré entre autres le générique de la télésérie *La Galère* à Ici Radio-Canada. En 2016, il a participé au projet *Correspondances* de Lyon.

Dans la collection MAT, ses illustrations sont parfois conçues comme de petites pauses détente au fil des chapitres.

D'autres fois, elles sont des illustrations essentielles à la compréhension et à la résolution des situations qui vous sont présentées.

Dans les pages d'ouverture des chapitres, elles illustrent la situation concrète qui vous amène à vous plonger dans la réalité mathématique des activités d'apprentissage et des situations-problèmes. Ces activités et ces situations vous permettent d'acquérir la maîtrise des savoirs mathématiques visée par le module.

Vous voulez en savoir plus sur Paul Bordeleau ?
Voici ses coordonnées : www.paulbordeleau.com

Les petits plus...

Pour en savoir un peu plus...

D'où vient la formule quadratique ?

Vous vous demandez certainement d'où vient la formule quadratique. Eh bien, cette formule peut être obtenue à partir de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$, dans laquelle on isole la variable x. Si vous êtes curieux, suivez le raisonnement ci-dessous.

$ax^2 + bx + c = 0$	On divise chaque terme de l'équation par a.
$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0$	On déplace le terme constant pour qu'il se retrouve dans le membre droit de l'équation.
$x^2 + \frac{bx}{a} = \frac{-c}{a}$	On complète l'expression du membre gauche de l'équation en ajoutant un terme qui en fait un carré parfait. On ajoute ce même terme au membre droit de l'équation.
$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$	On factorise le membre gauche de l'équation : le trinôme $x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$ est le carré parfait de $x + \frac{b}{2a}$.
$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$	On exprime le membre droit de l'équation sur un dénominateur commun.
$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$	On élimine le carré dans le membre gauche de l'équation en extrayant la racine carrée de chaque membre de l'équation.
$x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$	On transforme l'expression du membre droit de l'équation en appliquant la racine carrée au numérateur et au dénominateur.
$x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{\sqrt{4a^2}}$	On extrait la racine carrée du dénominateur : $\sqrt{4a^2} = 2a$, car $2a \times 2a = 4a^2$.

Pour les curieux, un prolongement des connaissances et de l'enrichissement.

Les petits plus…

KINESIS ÉDUCATION

Carl Friedrich Gauss (1777 — 1855)

Surnommé le prince des mathématiques, Carl Friedrich Gauss est, certes, le plus grand mathématicien de son temps. Aujourd'hui encore, son nom circule dans plusieurs branches des mathématiques. Ses plus grandes contributions aux mathématiques ont été à l'arithmétique, à l'algèbre et à l'analyse.

Né à Brunswick, en Allemagne, Gauss est le fils unique d'un père ouvrier. Même s'il a été le plus jeune prodige en mathématiques, Gauss a toujours vécu modestement. On raconte qu'un jour, alors qu'il n'avait pas encore trois ans et qu'il suivait les calculs qu'effectuait son père pour établir le salaire hebdomadaire des ouvriers dont il avait la charge, le jeune Gauss aurait affirmé à son père que le calcul qu'il venait de faire était erroné. Après vérification, le père a bien été obligé de reconnaître que son fils avait raison. Un phénomène d'autant plus remarquable que personne n'avait encore appris à l'enfant à calculer.

On raconte aussi qu'un peu plus tard, alors que Gauss était âgé de dix a… donné à sa classe indisciplinée un problème d'arithmétique consistant à… des nombres naturels de 1 jusqu'à 100, c'est-à-dire $1 + 2 + 3 + \ldots + 98 +$ … tout juste achevé d'exposer le problème que le jeune Gauss déposa son… de son professeur. Il passa l'heure suivante assis, les bras croisés, sous… alors que ses camarades continuaient laborieusement leur calcul. On di… seul Gauss a réussi à répondre correctement.

Un peu d'histoire
pour mieux comprendre
les mathématiques.

KINESIS ÉDUCATION

Parmi les nombreux travaux de mathématiques qu'il a réalisés, sa méthode de résolution des systèmes d'équations pour un système comportant autant d'équations et d'inconnues que désiré demeure sa plus importante découverte. Mais ce n'est malheureusement pas dans votre *MAT 4271* que nous vous expliquerons cette célèbre méthode…

Pour en savoir un peu plus…

L'addition de nombres naturels consécutifs

Pour remédier à l'indiscipline de ses élèves, le professeur avait proposé à la classe que fréquentait Carl Friedrich Gauss le problème d'arithmétique consistant à additionner les nombres naturels de 1 jusqu'à 100. À peine avait-il terminé d'exposer le problème que le jeune Gauss avait posé son ardoise sur le bureau du professeur avec la bonne réponse. Personne n'est devin, il y a sûrement une astuce là-dessous. Mais laquelle ?

Observons bien les sommes suivantes :

$1 + 2 = 3$
$1 + 2 + 3 = 6$
$1 + 2 + 3 + 4 = 10$
etc.

Sauriez-vous, comme le jeune Gauss, trouver la somme des nombres naturels de 1 à 100, en quelques secondes ?

CORRIGÉ ➡ PAGE 532

Les petits plus...

Le secret des miroirs grossissants

Les miroirs plats reflètent fidèlement votre image, une copie conforme de vous-même, ni plus petite, ni plus grosse.

Tout le secret des miroirs grossissants réside dans leur forme : leur surface est parabolique. Lorsque le sujet se tient à une faible distance d'un miroir de forme parabolique, son image grossit, c'est là une propriété des paraboles.

On peut s'amuser en faisant des mathématiques !

Le MAT 4271

Vise l'acquisition de deux grandes compétences transversales : exploiter les technologies de l'information et de la communication et exploiter l'information. Au moyen de trois procédés intégrateurs : la représentation d'une situation par un modèle algébrique ou graphique ; l'interpolation ou l'extrapolation à partir d'un modèle algébrique ou graphique ; la généralisation d'un ensemble de situations par un modèle algébrique ou graphique.

MAT SN 4271 2

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE

Notre maison n'a qu'une seule et unique raison d'être depuis sa création il y a plus d'un demi-siècle : publier des ouvrages de qualité irréprochable, de bonne tenue, aux contenus solides, privilégiant des démarches en accord avec les principes des différentes approches pédagogiques, et libres de tout compromis de caractère purement commercial.

ISBN 978-2-7615-0752-3

9 782761 507523

401 1490

Florence Grandchamp
Drita Neziri
Abdelkader Amara
Raymond Thériault

ÉDITION
2019

MODÉLISATION ALGÉBRIQUE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE FONDAMENTAL I

MAT SN 4271 2

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE

Ce document est disponible gratuitement pour l'enseignant(e). Il suffit d'en faire la demande à editions@ebbp.ca

KINÉSIS ÉDUCATION

TIRÉ À PART

Corrigé des *Situations d'évaluation de fin de chapitre*

Grilles d'évaluation

Corrigé du *Prêt pour l'évaluation de fin de module ?*

KINÉSIS ÉDUCATION