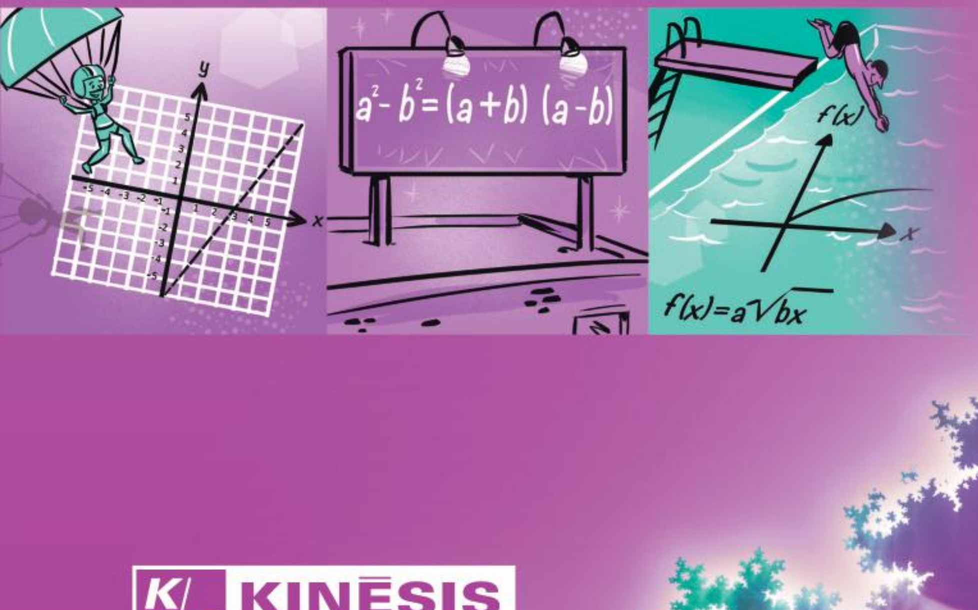
Florence Grandchamp
Drita Neziri
Abdelkader Amara
Raymond Thériault

MODÉLISATION ALGÉBRIQUE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE APPLIQUÉ I

MAT TS 4261 2

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE



KINĒSIS ÉDUCATION

Graphismes, notations et symboles utilisés dans ce module

KINÉSIS ÉDUCATION

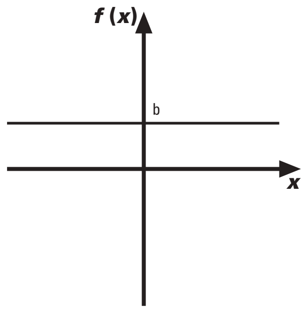
Graphismes, notations et symboles

(x, y)	couple de coordonnées x et y
$\mathbb{R}$	ensemble des nombres réels
$\mathbb{Z}$	ensemble des nombres entiers
$d_1 \parallel d_2$	la droite d_1 est parallèle à la droite d_2
$d_1 \perp d_2$	la droite d_1 est perpendiculaire à la droite d_2
$f(x)$	f de x: l'unique valeur de y associée à la valeur de x par la fonction f
f^{-1}	réciproque de la fonction f
dom f	domaine de la fonction f
codom f	codomaine de la fonction f
ima f	image de la fonction f
min f	minimum de la fonction f
max f	maximum de la fonction f
∞	infini
$[2, 3[$	intervalle de 2 fermé à 3 ouvert
$\in$	appartenant à
$\varnothing$	ensemble vide
x^2	carré de x
$\sqrt{400}$	racine carrée de 400
$\pm$	plus ou moins
a^m	a exposant m
$a < 0$	a est plus petit que 0
$b > 1$	b est plus grand que 1
$x \leq 5$	x est plus petit ou égal à 5
$y \geq -1$	y est plus grand ou égal à -1
$x \neq 3$	x n'est pas égal à 3
$x \approx 4$	x vaut environ 4
$[x]$	partie entière du nombre x
$\{0, 1, 2, 3\}$	ensemble des nombres 0, 1, 2 et 3
T	période d'une fonction périodique
$10\,101_2$	nombre 10 101 en base 2
$\log_2 8 = 3$	le logarithme en base 2 de 8 est égal à 3

Rappel de quelques notions

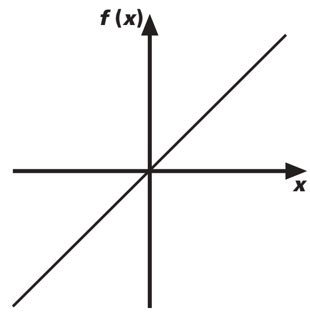
Les différents types de fonction

Fonction constante



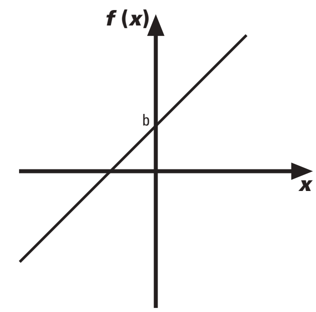
$f(x) = b$

Fonction linéaire



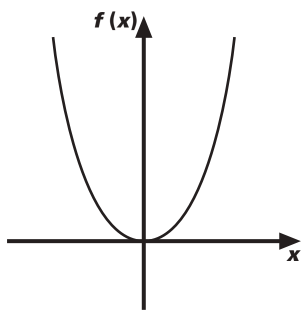
$f(x) = ax$

Fonction affine



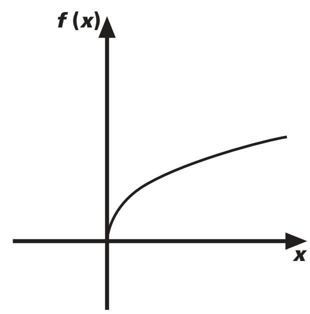
$f(x) = ax + b$

Fonction quadratique



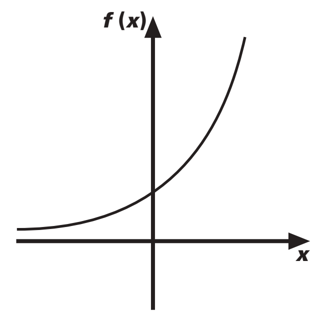
$f(x) = ax^2$ ou $(bx)^2$ ou $a\,(bx)^2$

Fonction racine carrée



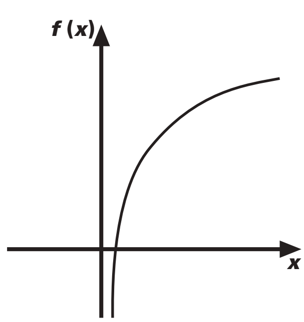
$f(x) = a\sqrt{bx}$

Fonction exponentielle



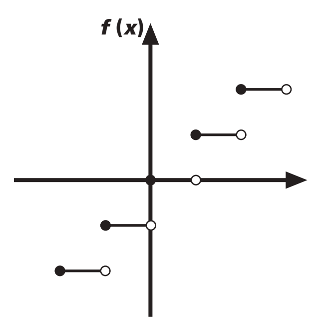
$f(x) = ac^{bx}$

Fonction logarithmique



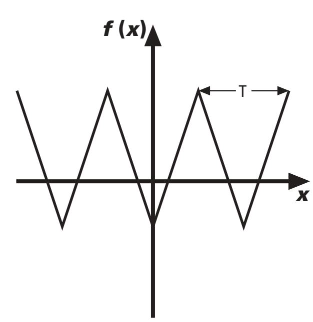
$f(x) = a\log_c(bx)$

Fonction partie entière



$f(x) = a\,[bx]$

Fonction périodique



$f(x) = f(x + T)$,
où T est la période

MODÉLISATION ALGÉBRIQUE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE APPLIQUÉ I

Conforme au Programme

KINESIS ÉDUCATION

MAT TS 4261 2

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE

NE ME JETEZ PAS !

GARDEZ-MOI COMME AIDE-MÉMOIRE

Car « *la mémoire est une faculté qui oublie* »
… en maths comme en toutes choses.

CE LIVRE APPARTIENT À : ______________________

La collection

MAT

Des titres
de la collection MAT
au catalogue

KINÉSIS ÉDUCATION

FORMATION DE BASE COMMUNE :

Présecondaire

MAT P101 4	MAT P102 3	MAT P103 2	MAT P104 4

Secondaire 1 et 2

MAT 1101 3	MAT 1102 3
MAT 2101 3	MAT 2102 3

Mise À Niveau

MAN P100	MAN 1100	MAN 2100

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE :

Secondaire 3

MAT 3051 2	MAT 3052 2	MAT 3053 2

Secondaire 4

CST	MAT 4151 1	MAT 4152 1	MAT 4153 2
TS	**MAT 4261 2**	MAT 4262 2	MAT 4263 2
SN	MAT 4271 2	MAT 4272 2	MAT 4273 2

Secondaire 5 — *En préparation*

CST	*MAT 5150 2*	*MAT 5151 1*	*MAT 5152 1*
TS	*MAT 5160 2*	*MAT 5161 2*	*MAT 5163 2*
SN	*MAT 5170 2*	*MAT 5171 2*	*MAT 5173 2*

MATHÉMATIQUES :

Secondaire 5

MAT 5101 1	MAT 5102 1	MAT 5103 1	MAT 5104 1	MAT 5105 1	MAT 5106 1
MAT 5107 2	MAT 5108 2	MAT 5109 1	MAT 5110 1	MAT 5111 2	MAT 5112 1

FORMATION À DISTANCE

Secondaire 1, 2, 3 et 5

Tous les guides d'apprentissage du secondaire 1, 2, 3 et 5 ont été adaptés pour les besoins de la formation à distance. Pour en savoir plus : voyez notre site *www.ebbp.ca*

Première édition 2019 **MAT 4261 2**

L’ensemble des titres admissibles de notre production bénéficie du soutien financier du gouvernement du Canada.

Communication et pédagogie	Christiane Beullac
Composition et index	Audrey d’Amboise
	Francisca Martinez Galvez
	Valérie Tardif
Conseiller en mathématiques	Raymond Thériault
Correction	Jonathan Crête
Direction de la collection	
• contenu éditorial	Célestin de La Grange
	Annie Lopez
• contenu mathématique	Florence Grandchamp
• infographie et production	Francine Plante
Idéatrice	Marianne Delaroche
Illustrations	Paul Bordeleau
Informatique éditoriale	Francisca Martinez Galvez
Maquette de la couverture	Jean-Sébastien Lajeunesse
	Michel Lajeunesse
Maquette de l’ouvrage	Célestin de La Grange
	Francine Plante
Réécriture	Jonathan Crête
Révision mathématique	Sylvain Gervais
Impression	Imprimerie Héon & Nadeau
Éditrice déléguée	Francine Plante / Les Éditions Jules Châtelain

À propos de photocopie

Photocopier sans permission un imprimé — une œuvre complète ou un passage d’une œuvre —, c’est aussi plagier. C’est aussi s’approprier indûment le fruit du travail d’un auteur.

Et, la plupart du temps, la photocopie gâte l’œuvre, et fait perdre le bénéfice de cinq cents ans de pratique de l’imprimerie : c’est un péché contre l’esprit, en plus d’être un acte malhonnête.

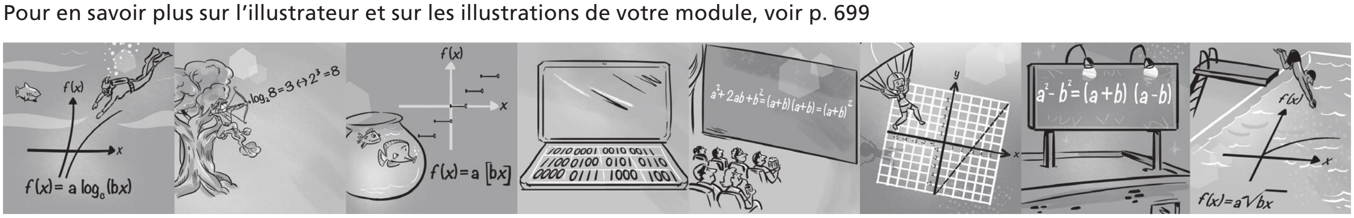
Photocopier sans permission : c’est voler.

Méprisons la photocopie sauvage. Méprisons le vol.

Page des crédits

KINÉSIS ÉDUCATION

Pour en savoir plus sur l’illustrateur et sur les illustrations de votre module, voir p. 699



Dépôt légal — Bibliothèque et Archives nationales du Québec, Bibliothèque et Archives Canada, 2019.
ISBN 978-2-7615-0743-1

À L'ÉTUDIANT ET À L'ENSEIGNANT POUR CETTE PREMIÈRE ÉDITION 2019

Vous avez en main la première édition du module MAT 4261, septième module de notre collection MAT FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE.

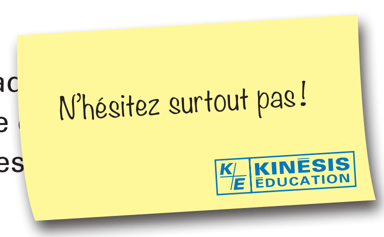
Les auteurs, les correcteurs, les réviseurs et toute l'équipe éditoriale et technique ont fait de leur mieux pour que cet ouvrage respecte l'esprit et la lettre du programme, et réponde à vos attentes et à vos besoins. Mais nul, ni rien, n'est parfait sur terre : moins que quiconque, nous prétendons avoir atteint la perfection, même après révision et correction.

Les auteurs et l'éditeur demandent aux utilisateurs — étudiants et enseignants — de leur faire part de leurs commentaires et de leurs suggestions le plus tôt possible pour que nous puissions dès la prochaine impression apporter les retouches, les modifications ou les ajouts qui se révéleraient nécessaires.

D'autre part, n'hésitez pas à nous signaler coquilles ou erreurs si vous en trouvez : **nous ne procédons jamais à une réimpression sans avoir d'abord effectué les corrections ou les retouches nécessaires.** Un ouvrage didactique n'est pas une œuvre immuable, au contraire, c'est un outil perfectible et en perpétuel devenir.

Avec la collaboration de toutes et de tous, nous pourrons ensemble améliorer et raffiner, au fil des ans, un document dont nous voudrions qu'il soit pour vous l'outil rêvé. Nous ferons tout pour qu'il le devienne.

Écrivez-nous, téléphonez-nous, ou adressez-nous un courriel à l'ac
cbeullac@ebbp.ca, la responsable des communications et notre
Nous accusons toujours réception de la correspondance reçue des
Vous pouvez aussi nous visiter sur le site www.ebbp.ca.



Depuis plus de soixante-cinq ans, nous n'avons jamais cessé de travailler en étroite collaboration avec le monde de l'enseignement, et nous voulons continuer de le faire : que vous soyez étudiant ou enseignant, merci de garder le contact avec nous par le moyen qui vous est le plus commode : téléphone, télécopieur, courriel.

L'éditeur

KINÉSIS ÉDUCATION
Bureau 275, 4823, rue Sherbrooke Ouest, Westmount, Québec H3Z 1G7
Téléphone : 514 932-9466 Télécopieur : 514 932-5929
Courriel : cbeullac@ebbp.ca Site : www.ebbp.ca

Table des matières
de votre volume

KINESIS ÉDUCATION

01. SYSTÈMES D'ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ À DEUX INCONNUES

02. EXPRESSIONS NUMÉRIQUES ET ALGÉBRIQUES

02. EXPRESSIONS NUMÉRIQUES ET ALGÉBRIQUES *suite*

03. FONCTIONS, RÉCIPROQUES, ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS

Nos petits plus...

Le module MAT 4261, intitulé ***Modélisation algébrique et graphique en*** touchera plusieurs aspects d'une grande famille de situations d'apprentissage : *Relation entre quantités*. Cette famille regroupe les situations comportant un problème pouvant être traité en partie à partir d'une représentation fondée sur un modèle algébrique ou graphique exprimant une relation entre quantités, dans une perspective appliquée. Le module ***Modélisation algébrique et graphique en contexte appliqué I*** vous fournira l'occasion de poser des actions qui visent à vous rendre apte à exprimer une relation ou un lien de dépendance entre des quantités.

En traitant les situations-problèmes de ce module, vous serez amené, entre autres, à vérifier des tendances et des régularités pour examiner si celles-ci persistent pour chaque itération, à dégager et à généraliser les règles et les conditions qui déterminent le nombre de solutions du système ou encore, à vous assurer que les variables dépendante et indépendante sont bien définies, que les axes sont bien gradués, que toutes les unités de mesure sont inscrites et que les données sont bien retranscrites.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

La résolution des situations-problèmes de ce cours implique le recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes ;

Déployer un raisonnement mathématique ;

Communiquer à l'aide du langage mathématique.

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Plusieurs compétences transversales peuvent être développées en vue du traitement de situations de la famille *Relations entre quantités*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours :

Compétence d'ordre méthodologique : *Exploiter les technologies de l'information et de la communication ;*

Compétence d'ordre méthodologique : *Se donner des méthodes de travail efficaces.*

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, vous réactiverez et approfondirez l'ensemble des savoirs arithmétiques et algébriques acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, vous compléterez votre formation en vous appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

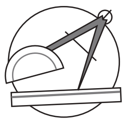
En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées dans ce cours, vous développerez trois **procédés intégrateurs** énoncés comme suit :

La représentation d'une situation par un modèle algébrique ou graphique ;

L'interpolation ou l'extrapolation à partir d'un modèle algébrique ou graphique ;

La généralisation d'un ensemble de situations à l'aide d'un modèle algébrique ou graphique.

SAVOIRS MATHÉMATIQUES



Tous les savoirs
mathématiques : SM.
On le reconnaît
à ce picto associé
aux Outils mathématiques.

KINĒSIS ÉDUCATION

Manipulation d'expressions numériques et algébriques

SM-1 Opérations sur les expressions numériques et algébriques

SM-2 Construction et interprétation de tables de valeurs de nombres rationnels
sitifs écrits en base 2 et en base 10

éveloppement et factorisation

ésolution d'équations et d'inéquations à une variable : second degré,
cine carrée, exponentielle, logarithmique (y compris les propriétés
s radicaux, des exposants et des logarithmes)

Fonction et réciproque

SM-5 Expérimentation, observation, interprétation, description et représentation de fonctions réelles

SM-6 Résolution et représentation graphique d'inéquations du premier degré à deux variables

SM-7 Description et interprétation des propriétés des fonctions réelles

SM-8 Interprétation du paramètre multiplicatif

Système

SM-9 Représentation d'une situation à l'aide de droites ou de demi-plans

SM-10 Résolution de systèmes d'équations du premier degré à deux variables

Comment est construit votre module.
Vous retrouverez des pages +détaillées un peu +loin à cet extrait.
KINÉSIS ÉDUCATION

MODÉLISATION ALGÉBRIQUE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE APPLIQUÉ I — PRÉSENTATION

Présentation des *compétences disciplinaires*, des *compétences transversales*, et du contenu disciplinaire visés par le MAT 4261. ➨ *page VIII*

COMMENT EST CON...

Les deux pages

Votre MAT 4261 est divisé en chapitres :

01 SYSTÈMES D'ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ À DEUX INCONNUES

En début de chapitre une *mise en situation,* ici : ***LA RÉUNION D'INGÉNIEURS***.
Elle est tirée de la vie courante réelle ou virtuelle, et illustre l'utilité de la matière qui sera abordée.
DANS CE CHAPITRE, vous dit ce que vous verrez comme nouvelles notions, à quoi cela sert en mathématique et dans la vie de tous les jours. ➨ *page 2*

Les chapitres de votre MAT 4261 sont divisés en sections :

1.1. Équation d'une droite

Au début de chaque section : les **Outils mathématiques** nécessaires à l'acquisition des *savoirs mathématiques*. Présentation succincte, niveau de langue simple, exemples concrets, illustrations au besoin.
➨ *page 4 et suivantes*

1.10. Vue d'ensemble : synthèse des savoirs

Un résumé des *savoirs mathématiques* est présenté sous forme de tableau. Il est suivi de *consolidations des savoirs* pour vous aider à maîtriser les nouveaux *savoirs mathématiques*.
➨ *page 110 et suivantes*

En conclusion du chapitre, des

1.11. Situations de vie

font un *retour sur la mise en situation du début,* laquelle peut maintenant être résolue grâce aux savoirs et compétences acquis dans ce chapitre.
➨ *page 127*

MAT 4261 PRÊT POUR L'ÉVALUATION DE FIN DE MODULE ?

PREMIÈRE PARTIE — Révision des connaissances

Banque de questions portant chacune sur l'un des *savoirs mathématiques* du module.

DEUXIÈME PARTIE — Révision des compétences

Banque de *situations-problèmes* permettant de vérifier l'acquisition de toutes les compétences liées à ce module.
➨ *page 499*

MAT 4261 GLOSSAIRE DES TERMES MATHÉMATIQUES

Un mini-dictionnaire : tous les termes apparaissant en ***italique rouge gras*** dans le module. ➨ *page 545*

Et des petits plus....

Amusons-nous

Les mathématiques, un divertissement ?
Eh oui... on peut aussi s'amuser en faisant des mathématiques.
➨ *page 32*

En remontant le cours des siècles — XVIII^{e} – XIX^{e}

Un peu d'histoire pour mieux comprendre les mathématiques.
➨ *page 287*

VOTRE MAT 4261

ATTENTES DE FIN DE COURS — **MAT 4261**

Pour savoir où vous allez : la liste des *critères d'évaluation* de ce cours.
➨ *page XII*

Si on appliquait cette théorie ?

Ensuite, des cas concrets en relation avec les *savoirs mathématiques* que vous avez découverts dans les **Outils mathématiques**.
➨ *page 8 et suivantes*

Activités d'apprentissage — **UN PEU DE PRATIQUE**

Puis, de la pratique, pour vous aider à acquérir par étapes la ou les *compétences disciplinaires* à atteindre. Vous pouvez facilement repérer ces *activités d'apprentissage* grâce à la bande gris pâle sur la tranche du module.
➨ *page 11 et suivantes*

Situations-problèmes — **UN PEU *PLUS* DE PRATIQUE**

Viennent ensuite des situations plus globales et plus complexes, les *situations-problèmes* qui vous amèneront à maîtriser les *compétences transversales* visées par le MAT 4261.
Ces situations se repèrent grâce à la bande gris foncé sur la tranche du module.
➨ *page 132 et suivantes*

Situations d'évaluation de fin de chapitre

PREMIÈRE PARTIE — **Évaluation des connaissances**
DEUXIÈME PARTIE — **Évaluation des compétences**

Ces *SÉ* se trouvent à la fin de chaque chapitre. Elles sont signalées par une bande rouge à rayures blanches sur la tranche. Elles sont en deux parties : la première vous permet de vérifier l'acquisition des connaissances, ou *savoirs mathématiques* ; la seconde, l'acquisition des *compétences* dites *transversales*. ➨ *page 141 et suivantes*

Corrigé

Il vous donne les solutions de toutes les *activités d'apprentissage*, des *situations-problèmes* et des *consolidations des savoirs*.
Ce corrigé se repère grâce à la bande rouge sur la tranche du module.
➨ *page 555 et suivantes*

MAT 4261 — **INDEX**

Une table alphabétique des mots-clés et leurs références. ➨ *page 689 et suivantes*

En tiré à part pour l'enseignant

- Corrigé des **SÉ de fin de chapitre**
- Corrigé du **Prêt pour l'évaluation de fin de module ?**
- Grilles d'évaluation

Pour en savoir un peu plus…

Pour les curieux… un prolongement des connaissances, et de l'enrichissement.
➨ *page 288*

Objectifs visés par ce cours

ATTENTES DE FIN DE COURS

Au terme de ce cours, vous serez en mesure de représenter des situatio
de l'algèbre. Votre représentation, juste et claire, sera réalisée dans le respect de règles et de conventions mathématiques. La représentation algébrique ou graphique d'une situation à l'aide de fonctions réelles et de leur réciproque vous permettra de déduire des résultats par interpolation ou extrapolation. De plus, vous utiliserez différents registres de représentation pour généraliser les caractéristiques similaires d'un ensemble de situations.

CRITÈRES D'ÉVALUATION

- Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes
- Déployer un raisonnement mathématique
- Communiquer à l'aide du langage mathématique*

1. UTILISER DES STRATÉGIES DE RÉSOLUTION DE SITUATIONS-PROBLÈMES

1.1 Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème

1.2 Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème

2. DÉPLOYER UN RAISONNEMENT MATHÉMATIQUE

2.1 Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés

2.2 Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation

2.3 Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente

* La compétence 3 « Communiquer à l'aide du langage mathématique » ne fait pas l'objet d'une évaluation spécifique au regard de la sanction et de la reconnaissance. Toutefois, puisqu'elle se manifeste nécessairement dans toute activité mathématique, elle a été prise en compte dans les outils d'évaluation élaborés pour aider les enseignants à porter leur jugement.

Votre MAT 4261
est divisé en 3 chapitres
dont voici les titres :

MODÉLISATION ALGÉBRIQUE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE APPLIQUÉ I

01. SYSTÈMES D'ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ À DEUX INCONNUES

02. EXPRESSIONS NUMÉRIQUES ET ALGÉBRIQUES

03. FONCTIONS, RÉCIPROQUES, ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS

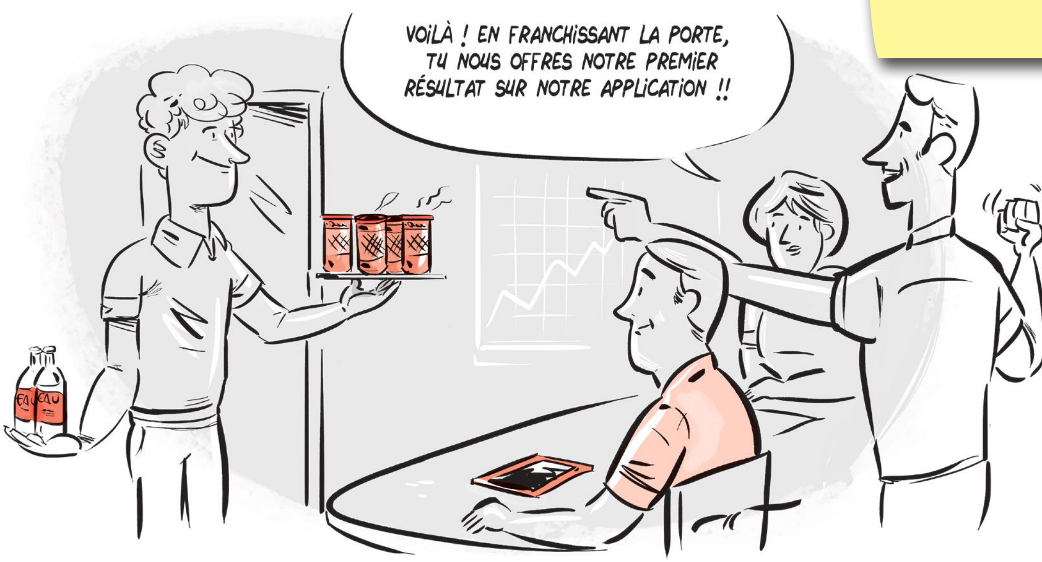
01 SYSTÈMES D'ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ À DEUX INCONNUES

Dans ce chapitre, vous apprendrez tout ce qu'il faut savoir au sujet des systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues. Vous verrez la résolution graphique et diverses méthodes de résolution algébriques des systèmes d'équations, et appliquerez ces méthodes à la résolution de situations de la vie courante.

Mise en situation :

En début de chapitre, une mise en situation tirée de la vie courante réelle ou virtuelle qui illustre l'utilité de la matière qui sera abordée.

LA RÉUNION D'INGÉNIEURS



Vous avez déposé des carafes à café et des bouteilles d'eau sur un plateau pour traverser les bureaux tout neufs d'une nouvelle entreprise de développement d'applications pour cellulaires et tablettes. Vous vous dirigez vers la salle de conférence où la réunion des ingénieurs a déjà commencé.

Vous entrez dans la salle de réunion où les ingénieurs discutent du développement d'une nouvelle application destinée aux commerces de détail. Cette application calculera l'achalandage et les données du chiffre d'affaires, en temps réel.

L'achalandage et le nombre de ventes sont au cœur de la discussion entre les ingénieurs. Vous posez discrètement le plateau sur la table de conférence, et avant même que vous ayez eu le temps de tourner les talons, les occupants ont déjà vidé le plateau.

L'un des ingénieurs soutient qu'il est impossible de calculer la quantité de ventes et le chiffre d'affaires ponctuel en se basant uniquement sur le nombre de clients qui franchissent la porte d'un commerce.

Cette équipe d'ingénieurs tente de déterminer le nombre optimal de clients dans un magasin à grande surface tout en minimisant le vol à l'étalage et le bris accidentel d'articles par les clients. En effet, plus un magasin accueille de clients, moins le personnel peut exercer une surveillance efficace et plus les pertes augmentent. Le problème est de déterminer ce nombre critique de clients qui assure la rentabilité du commerce.

La conversation vous intéresse, et vous décidez d'écouter en espérant en apprendre plus. Vous vous rappelez soudainement d'un article que vous avez lu dernièrement et, à votre surprise, il vous semble possible d'aider les ingénieurs. Timidement, vous levez la main et vous vous raclez discrètement la gorge. Personne ne vous remarque, vous vous raclez la gorge encore plus fort. Enfin, tout le monde tourne son attention vers vous.

— Désolé de vous déranger, mais j'ai lu un article qui porte sur ce sujet la semaine dernière.

Tous vous dévisagent, et vous ne savez si cela est positif ou non, mais vous poursuivez tout de même :

— L'article présentait des expressions algébriques pour estimer certaines données basées sur les entrées et sorties des clients selon le secteur d'activité considéré.

Encore une fois, aucune réaction des personnes présentes…

— L'article spécifie que ce n'est pas la précision des données qui compte, mais leur relation interdépendante, et…

L'un des ingénieurs vous interrompt, vous demande votre nom et vous dit :

— Il faudrait plus de café et de bouteilles d'eau. On en a pour la journée.

Vous êtes visiblement déçu, vous pensiez sincèrement que votre information avait une certaine valeur. Puis, l'ingénieur ajoute :

— Amène aussi une autre chaise et ce magazine. Informe aussi to
pour l'après-midi.

Le bloc *Dans ce chapitre* vous indique les nouvelles notions que vous apprendrez et quelles seront leurs utilités en mathématiques et dans la vie de tous les jours.

DANS CE CHAPITRE

Quoi de nouveau ?
— Les systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues
— Les inéquations du premier degré à deux variables

Qu'est-ce que c'est ?
— Une équation ou une inéquation du premier degré à deux variables est un modèle algébrique exprimant un lien de dépendance entre quantités. Un système d'équations est un ensemble de deux équations.

À quoi ça sert en mathématiques ?
— En algèbre, un système d'équations ou une inéquation sert à traduire les liens existant entre des variables. Un système d'équations permet de traiter des situations qui requièrent une représentation par un modèle algébrique ou graphique.

À quoi ça servira dans la vie ?
— La résolution des systèmes d'équations permet de résoudre des situations qui font appel à l'analyse et à la prise de décision.

Chaque chapitre est divisé en sections.

KINÉSIS ÉDUCATION

■ DANS CETTE SECTION, VOUS ALLEZ DÉTERMINER … SOUS DIFFÉRENTES FORMES ET REPRÉSENTEREZ … ITE À PARTIR DE SON ÉQUATION.

SM-9

Les outils mathématiques nécessaires à l'acquisition des savoirs mathématiques : SM.

KINÉSIS ÉDUCATION

Outils mathématiques

Équation d'une droite sous la forme canonique — Équation d'une droite sous la forme générale — Représentation graphique d'une droite — Détermination de l'équation d'une droite à partir de la pente et des coordonnées d'un point — Détermination de l'équation d'une droite à partir des coordonnées de deux points

1. Équation d'une droite sous la forme canonique

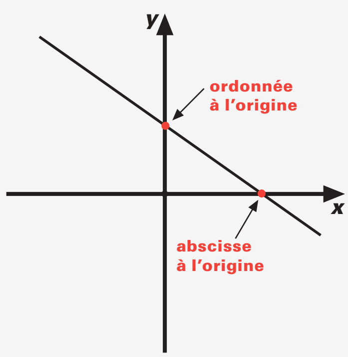
L'***équation d'une droite sous la forme canonique*** est $\boldsymbol{y = ax + b}$ où **a** est la ***pente*** de la droite et **b** est son **ordonnée à l'origine**.

Exemple

$y = \frac{-2}{3}x + 4$ représente l'équation de la droite dont la **pente a** $= \frac{\mathbf{-2}}{\mathbf{3}}$ et l'**ordonnée à l'origine b** $=$ **4**.

Remarques :

Il est important de ne pas confondre **abscisse à l'origine** et **ordonnée à l'origine**. L'***ordonnée à l'origine*** est la **valeur de *y*** lorsque ***x* vaut 0**, tandis que l'***abscisse à l'origine*** est la **valeur de *x*** lorsque ***y* vaut 0**.



Tous les termes apparaissant en italique rouge gras se retrouvent au glossaire des termes mathématiques.

KINÉSIS ÉDUCATION

On peut exprimer l'équation de toute droite sous la forme canonique, sauf l'équation des droites verticales, dont la pente est non définie, et qui se ramène à la forme $x = k$, où k est la valeur de l'abscisse de tout point de la droite. Si la droite est horizontale, son équation se ramène à la forme $y = k$, où k est la valeur de l'ordonnée de tout point de la droite.

2. Équation d'une droite sous la forme générale

L'***équation d'une droite sous la forme générale*** est $\boldsymbol{Ax + By + C = 0}$, où A, B et C sont des entiers, et $A > 0$.

On transforme l'équation d'une droite donnée de la forme générale à la forme canonique en isolant y.

Exemple

Exprimer l'équation $2x - 6y + 3 = 0$ sous la forme canonique.

On isole y :

$$2x - 6y + 3 = 0$$
$$-6y = -2x - 3$$
$$y = \frac{-2x}{-6} - \frac{3}{-6}$$
$$\boldsymbol{y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}}$$

Outils mathématiques *suite*

Pour transformer l'équation d'une droite donnée de la forme canonique à la forme générale, on rend les coefficients entiers en multipliant chaque terme de l'équation par le dénominateur commun, puis on déplace les termes d'un membre à l'autre pour obtenir l'ordre désiré.

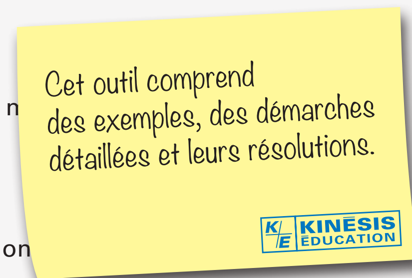
Exemple

Exprimer l'équation $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}$ sous la forme générale.

Le dénominateur commun des termes de cette équation est 6. On n
de l'équation par 6 :

$$(\mathbf{6}\ \times) \qquad y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad 6y = 2x + 3$$

On déplace les termes d'un membre à l'autre pour obtenir l'équation



$$6y = 2x + 3 \quad \rightarrow \quad -2x + 6y - 3 = 0$$

Il ne reste plus qu'à multiplier tous les termes de l'équation par -1 pour que la valeur de A devienne positive. L'équation, sous la forme générale, est : $\mathbf{2x - 6y + 3 = 0}$.

Le calcul de la pente et de l'ordonnée à l'origine d'une droite dont l'équation est présentée sous la forme générale se fait aisément. En effet :

$$Ax + By + C = 0$$
$$By = -Ax - C$$
$$\mathbf{y = \frac{-A}{B}x - \frac{C}{B}}$$

Dans cette équation, la **pente**, c'est-à-dire le **coefficient de *x***, est $\mathbf{\frac{-A}{B}}$ et l'**ordonnée à l'origine**, c'est-à-dire la **constante**, est $\mathbf{\frac{-C}{B}}$.

3. Représentation graphique d'une droite

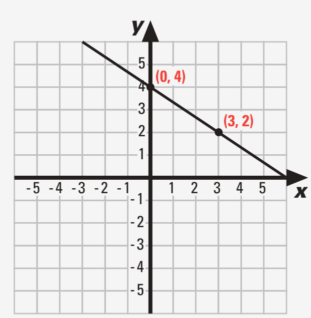
On représente graphiquement une droite à partir des coordonnées de **deux** de ses **points**. On peut aussi représenter une droite à partir de sa **pente** et de son **ordonnée à l'origine** ou de sa **pente** et des coordonnées de l'un de ses **points**.

Pour **représenter graphiquement une droite à partir des coordonnées de deux de ses points**, on situe les deux points sur le plan cartésien et on trace la droite passant par ces points.

Exemple

$$y = \frac{-2}{3}x + 4$$
$$y = \frac{-2}{3} \bullet \mathbf{0} + 4 = \mathbf{4}$$
$$y = \frac{-2}{3} \bullet \mathbf{3} + 4 = \mathbf{2}$$

x	***y***
0	4
3	2



Outils mathématiques *suite*

Pour **représenter graphiquement une droite à partir de sa pente et de son ordonnée à l'origine** (ou des coordonnées de l'un de ses points), on situe, sur le plan cartésien, le **point** correspondant à l'ordonnée à l'origine (ou le point dont les coordonnées sont connues) puis on utilise la définition de la **pente**, c'est-à-dire la variation verticale divisée par la variation horizontale, pour trouver un **deuxième point** et on trace ensuite une droite reliant ces deux points.

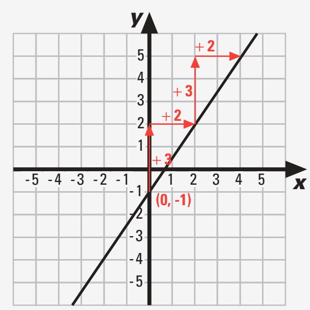
Exemple 1

On considère la droite d'équation $y = \frac{3}{2}x - 1$.

L'**ordonnée à l'origine**, b, de la droite est **-1** :
la droite passe par le point **(0, -1)**.

La pente de la droite est $\mathbf{\frac{3}{2}}$: à partir du point (0, -1),
on se déplace **verticalement** de **3 unités** vers le **haut**, puis **horizontalement** de **2 unités** vers la **droite** pour trouver un nouveau point de la droite.

On **trace** une droite reliant ces points.



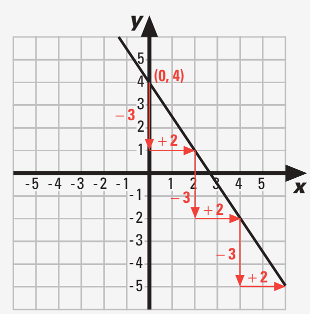
Exemple 2

On considère la droite d'équation $y = \frac{-3}{2}x + 4$.

L'**ordonnée à l'origine**, b, de la droite est **4** :
la droite passe par le point **(0, 4)**.

La pente de la droite est $\mathbf{\frac{-3}{2}}$: à partir du point (0, 4),
on se déplace **verticalement** de **3 unités** vers le **bas**, puis **horizontalement** de **2 unités** vers la **droite** pour trouver un nouveau point de la droite.

On **trace** une droite reliant ces points.



4. **Détermination de l'équation d'une droite à partir de la pente et des coordonnées d'un point**
Lorsqu'on recherche l'**équation d'une droite à partir de la pente et des coordonnées d'un point**, on suit les étapes suivantes :

Dans l'équation $y = ax + b$, on **remplace** le paramètre **a** par la **pente** donnée.

Dans cette même équation, on **remplace** ***x*** et ***y*** par les **coordonnées (*x*, *y*)** du point donné.

On **isole** le paramètre **b** afin de déterminer sa valeur.

On **écrit l'équation** de la droite sous la forme $\mathbf{y = ax + b}$ avec les valeurs des paramètres **a** et **b**.

Exemple
Déterminer l'équation de la droite passant par le point (2, -2) dont la pente est $\frac{-5}{2}$.

$$y = ax + b$$

La pente de la droite est $\frac{-5}{2}$:

$$y = \mathbf{\frac{-5}{2}}x + b$$

La droite passe par le point (2, -2) :

$$\mathbf{-2} = \frac{-5}{2} \bullet \mathbf{2} + b$$

$$-2 = \mathbf{-5} + b$$

$$-2 + 5 = b$$

$$\mathbf{b = 3}$$

Outils mathématiques *suite*

L'équation de la droite est: $y = \frac{-5}{2}x + 3$.

On peut également exprimer cette équation sous la forme générale:

$$y = \frac{-5}{2}x + 3 \quad \rightarrow \quad 2y = -5x + 6 \quad \rightarrow \quad 5x + 2y - 6 = 0$$

5. **Détermination de l'équation d'une droite à partir des coordonnées de deux points**

Lorsqu'on recherche l'**équation d'une droite à partir des coordonnées de deux points**, on suit les étapes suivantes:

On **calcule** d'abord la valeur de la **pente** à l'aide de la formule suivante:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Une fois la variable de a calculée, on procède de la même façon que précédemment.

Dans l'équation $y = ax + b$, on **remplace** le paramètre **a** par la valeur de la **pente** précédemment déterminée.

Dans cette même équation, on remplace ***x*** et ***y*** par les coordonnées **(*x*, *y*)** de l'un des deux points donnés (au choix).

On isole le paramètre **b** afin de trouver sa valeur.

On écrit l'équation de la droite sous la forme $\mathbf{y = ax + b}$ avec les valeurs des paramètres **a** et **b**.

Exemple

Écrire l'équation de la droite passant par les points (1, 5) et (2, 8).

On calcule d'abord la valeur de la pente de la droite:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$a = \frac{8 - 5}{2 - 1}$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{3}$$

On détermine l'équation de la droite:

$y = ax + b$

La pente est 3: $y = 3x + b$

La droite passe par le point (1, 5): $5 = 3 \cdot 1 + b$

$5 = 3 + b$

$\mathbf{b} = \mathbf{2}$

L'équation de la droite est: $y = 3x + 2$, ou, sous la forme générale, $3x - y + 2 = 0$.

Notez que l'équation obtenue aurait été la même si on avait utilisé les coordonnées du point (2, 8).

Si on appliquait cette théorie?

■ LES EXEMPLES SUIVANTS VOUS AIDERONT À VOUS FAMILIARISER AVEC LES ÉQUATIONS DE DROITES.

Des cas concrets en relation avec les savoirs mathématiques. Celui-ci comprend au moins 2 exemples: Le premier est détaillé avec une démarche élaborée.

Exemple 1
On considère la droite passant par le point (3, 1) et dont la pent

Déterminer l'équation de cette droite sous la forme gén

Solution

On cherche d'abord l'équation de la droite sous la forme $y = ax + b$.

Dans cette équation, on remplace le **paramètre a** par la valeur de la **pente**, c'est-à-dire $\mathbf{\frac{3}{4}}$, et les variables ***x*** et ***y*** par les coordonnées du point **(3, 1)**.

$$y = ax + b$$

La **pente** est $\mathbf{\frac{3}{4}}$:

$$y = \mathbf{\frac{3}{4}}x + b$$

La droite passe par le point (3, 1) :

$$\mathbf{1} = \frac{3}{4} \bullet \mathbf{3} + b$$

$$1 = \frac{9}{4} + b$$

$$1 - \frac{9}{4} = b$$

$$b = \frac{-5}{4}$$

On écrit donc l'équation :

$$\boldsymbol{y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{4}}.$$

On convertit l'équation sous la forme générale :

$$4y = 3x - 5$$

$$\mathbf{-3x} + 4y + \mathbf{5} = 0$$

$$\mathbf{3x - 4y - 5 = 0}$$

L'équation de la droite, sous la forme générale, est $\mathbf{3x - 4y - 5 = 0}$.

Exemple 2

On considère la droite qui passe par les points (2, -7) et (-2,

Déterminer l'équation de cette droite sous la forme c

Le deuxième exemple : à vous de démontrer votre savoir en effectuant la démarche proposée !

KINÉSIS ÉDUCATION

Solution

On **calcule** d'abord la valeur de la **pente** :

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$a = \frac{3 - (-7)}{-2 - 2}$$

$$a = \frac{\boxed{}}{-4} \text{ ou } \frac{\boxed{}}{2}$$

Dans l'équation $y = ax + b$, on **remplace** le **paramètre a** par sa valeur précédemment déterminée.

$$y = \frac{-5}{2}x + b$$

Dans cette même équation, on **remplace** ***x*** et ***y*** par les coordonnées **(*x*, *y*)** de l'un des deux points donnés (au choix). Prenons arbitrairement le point (-2, 3) :

$$y = \frac{-5}{2}x + b$$

$$3 = \frac{-5}{2}(-2) + b$$

On **isole** le paramètre **b** afin de trouver la valeur de l'**ordonnée à l'origine**.

$$3 = \boxed{} + b$$

$$3 - 5 = b$$

$$b = \boxed{}$$

On **écrit** finalement l'**équation** de la droite sous la forme $y = ax + b$ en remplaçant les paramètres **a** et **b** par leur valeur :

$$y = \frac{-5}{2}x - 2$$

Exemple 3
Représenter graphiquement la droite d'équation $x - 3y +$

Troisième exemple :
Encore + de pratique !

Solution

On **isole** y dans l'équation pour obtenir une expression de la for

$$x - 3y + 6 = 0$$

$$-3y = -x - \boxed{}$$

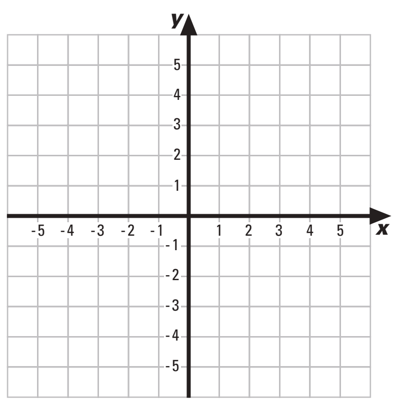
$$y = \frac{-x}{-3} - \frac{6}{-3}$$

$$y = \frac{x}{3} + \boxed{}$$

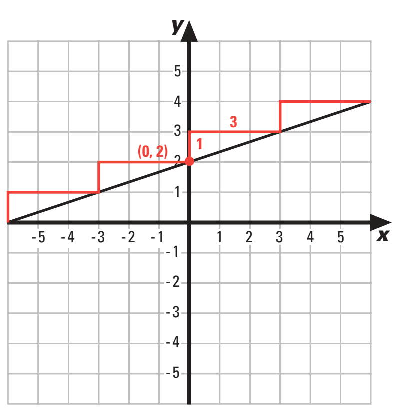
On **identifie** la valeur de la pente et la valeur de l'ordonnée à l'origine :

$$a = \boxed{} \text{ et } b = \boxed{}$$

Sur le plan cartésien ci-dessous, on situe d'abord le point correspondant à l'ordonnée à l'origine, c'est-à-dire le point **(0, 2)**, puis, à partir de ce point, on représente la droite de pente $\frac{1}{3}$.



Si vous avez suivi les étapes à la lettre, voici la représentation graphique que vous avez obtenue :



Vous êtes maintenant prêt à appliquer vos connaissances dans les Activités d'apprentissage que voici.

1. Convertir en forme générale, les équations de droites donn canonique et les équations données sous la forme générale

Des activités d'apprentissage afin de vous pratiquer à acquérir par étapes la ou les compétences disciplinaires.

KINÉSIS ÉDUCATION

Forme canonique	Forme générale
a) $y = 2x - 3$	
b)	$4x + y - 7 = 0$
c)	$3x - 2y + 6 = 0$
d) $y = \frac{-x}{2} + 5$	
e)	$x + 6y - 4 = 0$
f) $y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{3}$	
g) $y = -10x + \frac{5}{2}$	
h)	$3x + 12y - 18 = 0$

De l'espace fourni afin de vous faciliter la tâche en écrivant à même le module ! Aucune feuille volante !

KINÉSIS ÉDUCATION

Une mention tout au bas vous indique à quelle page vous trouverez le corrigé afin de vous vérifier.

KINÉSIS ÉDUCATION

CORRIGÉ ➨ PAGE 555

1.10. Vue d'ensemble : synthèse des savoirs

Nous arrivons à la fin du chapitre portant sur les systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues. Avant de vous attaquer aux **Situations-problèmes** plus globales qui vont conclure ce chapitre, voici un résumé des *savoirs mathématiques* que vous avez acquis jusqu'à présent.

Résumé des savoirs mathématiques

Un résumé des savoirs mathématiques de ce chapitre vous est présenté.

KINÉSIS ÉDUCATION

L'équation d'une droite
L'équation d'une droite peut s'écrire :

Sous la **forme canonique** $\boldsymbol{y = ax + b}$ où **a** est la **pente** de la droite et **b**

Sous la **forme générale** $\mathbf{A}x + \mathbf{B}y + \mathbf{C} = \mathbf{0}$, où A, B et C sont des **entier**

Représentation graphique d'une droite
Pour représenter graphiquement une droite à partir des **coordonnées de deux poin**
on situe les deux points sur le plan cartésien et on trace la droite passant par ces points.

Pour représenter graphiquement une droite à partir de la pente et l'ordonnée à l'origine (ou les coordonnées d'un point), on place d'abord le **point** correspondant à l'ordonnée à l'origine (ou le point dont les coordonnées sont connues). Puis à l'aide de la définition de la **pente**, **variation verticale** divisée par la **variation horizontale**, on trouve un deuxième point. Finalement, on relie les deux points.

Détermination de l'équation d'une droite
Lorsqu'on recherche l'équation d'une droite à partir de la **pente** et des **coordonnées d'un point**, on suit les étapes suivantes :

Dans l'équation $y = ax + b$, on remplace le paramètre **a** par la valeur de la **pente** donnée.

Dans cette même équation, on **remplace** $\boldsymbol{x}$ et $\boldsymbol{y}$ par les cordonnées (x, y) du point donné.

On **isole** le paramètre **b** afin de déterminer sa valeur.

On **écrit l'équation** de la droite sous la forme $\boldsymbol{y = ax + b}$ avec les valeurs des paramètres a et b.

Lorsqu'on recherche l'équation d'une droite à partir des **coordonnées de deux points**, on suit les étapes suivantes :

On **calcule** la valeur de la **pente** à l'aide de la formule suivante :

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Dans l'équation $y = ax + b$, on **remplace** le paramètre **a** par la valeur de la pente précédemment déterminée.

Dans cette même équation, on **remplace** $\boldsymbol{x}$ et $\boldsymbol{y}$ par les coordonnées (x, y) de l'un des deux points précédemment donnés (au choix).

On **isole** le paramètre **b** afin de trouver sa valeur.

On **écrit l'équation** de la droite sous la forme $\boldsymbol{y = ax + b}$ avec les valeurs des paramètres a et b.

Les différents types de droites
Deux droites d_1 et d_2 sont **parallèles distinctes** si, indéfiniment prolongées, elles ne se coupent jamais. Deux droites parallèles distinctes ont la même pente, mais des ordonnées à l'origine différentes : $\mathbf{a_1 = a_2}$ et $\mathbf{b_1 \neq b_2}$.

Deux droites **parallèles confondues** sont des droites identiques, qui ont par conséquent la même équation. Deux droites parallèles confondues ont la même pente et la même ordonnée à l'origine : $\mathbf{a_1 = a_2}$ et $\mathbf{b_1 = b_2}$.

Résumé des savoirs mathématiques *suite*

Deux **droites sécantes** sont des droites qui se coupent dans le plan en un seul point.
Deux droites sécantes n'ont pas la même pente : $\mathbf{a_1 \neq a_2}$.

Deux **droites perpendiculaires** sont des droites sécantes qui se coupent à angle droit.
Deux droites perpendiculaires ont des **pentes** qui sont l'**opposé** de l'**inverse** l'une de l'autre.
Le **produit des pentes** de deux droites perpendiculaires, non parallèles aux axes, est **égal à -1 :** $\mathbf{a_1 \cdot a_2 = -1}$.

Résolution d'une équation du premier degré à deux variables
Une **équation du premier degré à deux variables** est une égalité qui comporte deux inconnues, chacune étant au premier degré. Une équation du premier degré a un ensemble-solution composé d'une infinité de couples de la forme (x, y) dont les coordonnées vérifient l'équation.

Résolution d'un système de deux équations du premier degré à deux variables
Résoudre un système de deux équations à deux variables consiste à trouver, s'il y a lieu, les coordonnées du point commun ou des points communs aux deux équations. Il y a trois manières de résoudre un tel système : avec une table de valeurs, un graphique ou algébriquement.

On résout un système de deux équations du premier degré à deux variables à l'aide d'une **table de valeurs**, si un même couple s'y trouve.

Un système de deux équations du premier degré à deux variables se résout **graphiquement** en traçant la droite des équations et en identifiant le point d'intersection des droites.

Un système de deux équations du premier degré à deux variables se résout algébriquement :

- par la **méthode de comparaison**

  On **isole** la même variable dans chacune des deux équations.

  On **compare** les expressions déterminées pour cette variable afin d'obtenir une équation comportant uniquement l'autre variable.

  On **résout** l'équation obtenue.

  On **calcule** la valeur de l'autre variable en remplaçant la variable déterminée précédemment par sa valeur dans l'une ou l'autre des équations du système.

  On **vérifie** que le couple trouvé est bien la solution du système en remplaçant les variables par leur valeur respective dans les équations initiales.

- par la **méthode de substitution**

  On **isole** une variable dans l'une des deux équations pour obtenir une expression équivalente à cette variable.

  On **substitue** à cette même variable dans la seconde équation l'expression algébrique précédemment obtenue pour former une équation à une variable.

  On **résout** cette équation.

  On **calcule** la valeur de l'autre variable en remplaçant la variable déterminée précédemment par sa valeur dans l'une ou l'autre des équations du système.

  On **vérifie** que le couple trouvé est bien la solution du système en remplaçant les variables par leur valeur respective dans chacune des équations de départ.

Résumé des savoirs mathématiques *suite*

- par la **méthode d'élimination**

  On **transforme**, s'il y a lieu, les équations sous la forme $Ax + By = C$.

  On **exprime**, s'il y a lieu, en nombres entiers les coefficients fractionnaires ou décimaux.

  On **choisit** la variable à éliminer.

  On **transforme** les équations du système en des équations équivalentes dans lesquelles les coefficients de la variable à éliminer sont opposés.

  On **additionne** les deux équations ainsi transformées.

  On **résout** l'équation obtenue.

  On **substitue** la valeur trouvée à la variable dans l'une ou l'autre des équations. Puis, on calcule la valeur de l'autre variable.

  On **vérifie** que le couple trouvé est bien la solution du système en remplaçant les variables par leur valeur respective dans les équations d'origine.

Tout système d'équations qui est équivalent à $0x = 0$ ou à $0y = 0$ admet une **infinité de solutions**.

Tout système d'équations qui est équivalent à $0x = k$ ou à $0y = k$ où $k \neq 0$ n'admet **aucune solution**.

Inéquation du premier degré à deux variables
Une **inéquation du premier degré à deux variables** est une expression de la forme $Ax + By + C < 0$ ou $Ax + By + C > 0$ ou $Ax + By + C \leq 0$ ou $Ax + By + C \geq 0$.

Une inéquation du premier degré à deux variables possède une **infinité de solutions** qu'on représente sur un plan cartésien.

Représentation graphique des solutions d'une inéquation du premier degré à deux variables
Pour représenter graphiquement les solutions d'une inéquation du premier degré à deux variables, on suit les étapes suivantes :

On **isole** la variable y dans l'inéquation pour obtenir une inéquation de la forme $y < ax + b$ ou $y > ax + b$ ou $y \leq ax + b$ ou $y \geq ax + b$.

On **représente graphiquement** la droite d'équation $y = ax + b$ par une ligne pleine si le symbole d'inégalité est $\leq$ ou $\geq$ et par une ligne pointillée si le symbole d'inégalité est $<$ ou $>$.

On **hachure** ou **colorie** le demi-plan selon le signe d'inégalité présent dans l'inéquation.

Consolidation des savoirs

1. Déterminer l'équation des droites décrites sous la forme

a) L'équation de la droite de pente $\frac{-2}{3}$ passant par le point (5, -3), sous la forme canonique.

e) L'équation c
à l'origine e
sous la forn

b) L'équation de la droite passant par les points (4, 2) et (-2, -4), sous la forme générale.

f) L'équation de la droite passant par les points $\left(\frac{-1}{2}, 4\right)$ et (1, 1), sous la forme canonique.

c) L'équation de la droite dont l'ordonnée à l'origine est -1 et l'abscisse à l'origine est 3, sous la forme canonique.

g) L'équation de la droite qui passe par l'origine et dont la pente est 3, sous la forme générale.

d) L'équation de la droite passant par le point (-2, 4) dont l'abscisse à l'origine est $\frac{-4}{3}$, sous la forme générale.

h) L'équation de la droite passant par le point (-3, -5) et dont l'ordonnée à l'origine est de 2, sous la forme générale.

Au début de ce chapitre, vous vous êtes immiscé dans une réunion d'ingénieurs qui discutaient du nombre maximal de clients dans un commerce pour que les pertes liées au vol à l'étalage et au bris accidentel n'excèdent pas les ventes. Plus l'achalandage augmente, plus les ventes augmentent, mais plus les pertes augmentent aussi.

Retour à la mise en situation :

LA RÉUNION D'INGÉNIEURS

1. Achalandage et rentabilité.

Plus l'achalandage augmente, plus le nombre de ventes augmente, mais plus les pertes dues aux vols à l'étalage et aux articles endommagés par les clients augmentent aussi. Selon le gérant d'un magasin à grande surface, lorsque le personnel se limite aux caissières et aux caissiers :

On peut s'attendre à un nombre moyen de 61,5 ventes et à 40 pertes pour 400 clients qui ont franchi la porte ;

On peut s'attendre à un nombre moyen de 106,5 ventes et à 130 pertes pour 700 clients ayant traversé le seuil du magasin.

On suppose que le nombre de ventes par rapport à l'achalandage, de même que le nombre de ventes et de pertes évoluent selon le modèle d'une fonction affine.

CORRIGÉ ➨ PAGE 595

Votre rôle consiste à établir le nombre maximal de clients que devrait accueillir à la fois le magasin pour assurer la rentabilité, c'est-à-dire le nombre de clients pour lequel le nombre de ventes et le nombre de pertes s'équilibrent.

Des éléments graphiques, tel qu'ici une grille vous évitant les feuilles quadrillées volantes.

KINÉSIS ÉDUCATION

Toujours de l'espace fourni afin d'écrire vos développements!

KINÉSIS ÉDUCATION

CORRIGÉ ➡ PAGE 595

Des pages complètes vides vous permettant d'écrire de plus longs développements !

KINÉSIS ÉDUCATION

CORRIGÉ ➨ PAGE 595

De l'espace, toujours,
afin d'y inscrire
votre réponse !

CORRIGÉ ➡ PAGE 595

Ces situations-problèmes sont plus globales et plus complexes afin de maîtriser les compétences transversales visées par ce module.

KINÉSIS ÉDUCATION

1. L'expropriation.

Une rivière passe au milieu d'une ville. On veut relier les deux rives le pont par une route droite, surélevée, qui sera perpendiculaire à l Les coordonnées des points sont exprimées en kilomètres.

a) **Déterminer laquelle ou lesquelles des habitations suivantes devront être démolies pour que ce projet soit réalisable :**

A (8,6 ; 5,9), B (9,2 ; 4), C (7,2 ; 8), D (10 ; 1,4) ou E (12 ; -2,9)

Justifier votre réponse par des calculs appropriés.

CORRIGÉ ➡ PAGE 597

Avant de continuer et pour conclure cette première étape

Pour terminer ce chapitre, traitant des **systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues**, et pour vous assurer de bien maîtriser les notions que vous y avez découvertes, vous traiterez maintenant des SÉ. Les solutions de ces situations ne sont pas dans votre module : votre enseignante ou votre enseignant en fera la correction.

Avant d'aborder ces SÉ, nous vous recommandons de noter, sur une feuille, les formules, les énoncés, et même des exemples que vous jugez importants. Vous pouvez utiliser cette feuille comme aide-mémoire.

Présentez une solution claire et complète et ne demandez l'aide de personne. Cela vous permettra de vous évaluer, et de connaître les exigences et les attentes de fin d'étape. Ce faisant, vous pourrez, si vous constatez certaines lacunes, les corriger avant de poursuivre.

Cette auto-évaluation vous permettra aussi de savoir si vous répondez aux attentes fixées pour cette étape du MAT 4261, et si vous êtes prêt à aborder la prochaine étape. Étape par étape, vous arriverez à la fin du cours. Avec succès, n'en doutez pas.

Bon travail !

> Ces situations d'évaluation se trouvent à la fin de chaque chapitre et sont divisées en 2 parties.
> Votre enseignant(e) en fera la correction.

01 PREMIÈRE PARTIE Évaluation des connaissances

1. Déterminer...

Ces situations d'évaluation vous permettent de vérifier l'acquisition des connaissances et des compétences dites transversales.

KINÉSIS ÉDUCATION

01 DEUXIÈME PARTIE Évaluation des compétences

6. La salle de banquet.

Lors d'un banquet...

MAT 4261

PRÊT POUR L'ÉVALUATION DE FIN DE MODULE ?

Félicitations, vous êtes près de la fin, le questionnaire qui suit a été préparé pour vous permettre d'évaluer vos forces et vos faiblesses dans ce module. Le corrigé de ce questionnaire ne se trouve pas dans votre module. Votre enseignant en fera la correction.

La première partie de ce questionnaire porte sur les savoirs mathématiques de ce cours. Dans la deuxième partie de cette rubrique, vous trouverez dix situations-problèmes pour démontrer vos compétences liées à ce module : utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes et déployer un raisonnement mathématique. Bonne révision !

PREMIÈRE PARTIE — Révision des connaissances

1. Déterminer…

Cette section est constituée de 2 banques d'exercices dont votre enseignant(e) en fera la correction : ceci dans le but d'évaluer vos forces et vos faiblesses.

KINÉSIS ÉDUCATION

DEUXIÈME PARTIE — Révision des compétences

Voici enfin le dernier virage avant l'examen : une banque de 10 situations-problèmes portant sur la modélisation algébrique et graphique en contexte appliqué. Faites-en bon usage !

1. Les voisines coureuses.

Lucie et Jacinthe…

Un glossaire des termes mathématiques.

abscisse à l'origine

Une abscisse à l'origine est une valeur de x p
C'est l'abscisse du point de rencontre d'une courbe avec l'axe horizontal.

asymptote

Une asymptote est une droite de laquelle une courbe se rapproche indéfiniment, sans jamais la croiser.

axe de symétrie

L'axe de symétrie est une droite par rapport à laquelle une courbe est symétrique.

base

La base est la variable ou le nombre qui est affecté d'un exposant.

binôme

Un binôme est un polynôme formé de deux termes non semblables.

carré

La deuxième puissance d'un nombre est aussi couramment appelée le carré de ce nombre.

codomaine

Le codomaine d'une fonction f, aussi appelé image, qu'on note codom f ou ima f, correspond à l'ensemble des valeurs que peut prendre la variable dépendante, généralement notée y.

coordonnées à l'origine

Les coordonnées à l'origine d'une fonction se trouvent à être son (ses) abscisse(s) à l'origine et son ordonnée à l'origine.

cube

La troisième puissance d'un nombre est couramment appelée le cube de ce nombre.

cycle

On appelle cycle d'une fonction périodique la partie d'un graphique qui correspond à la plus petite portion de la courbe associée à un motif qui se répète.

1.1. Équation d'une droite

1. p. 11

Forme canonique	Forme générale
a) $y = 2x - 3$	$\mathbf{2x - y - 3 = 0}$
b) $\mathbf{y = -4x + 7}$	$4x + y - 7 = 0$
c) $\mathbf{y = \frac{3}{2}x + 3}$	$3x - 2y + 6 = 0$
d) $y = \frac{-x}{2} + 5$	$\mathbf{x + 2y - 10 = 0}$
e) $\mathbf{y = \frac{-x}{6} + \frac{2}{3}}$	$x + 6y - 4 = 0$
f) $y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{3}$	$\mathbf{9x - 6y + 2 = 0}$
g) $y = -10x + \frac{5}{2}$	$\mathbf{20x + 2y - 5 = 0}$
h) $\mathbf{y = \frac{-x}{4} + \frac{3}{2}}$	$3x + 12y - 18 = 0$

2. p. 12

a) L'équation est de la forme $y = \frac{1}{3}x + b$.

$-1 = \frac{1}{3} \bullet 2 + b$

$-1 = \frac{2}{3} + b$

$b = \frac{-5}{3}$

$y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$

L'équation est : $\mathbf{y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}}$.

b) $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$a = \frac{-3 - 3}{-1 - 2} = 2$

L'équation est de la forme $y = 2x + b$.

$3 = 2 \bullet 2 + b$

$3 = 4 + b$

$b = -1$

$y = 2x - 1$

$-2x + y + 1 = 0$

$2x - y - 1 = 0$

L'équation est : $\mathbf{2x - y - 1 = 0}$.

c) La droite passe par les points (0, 2) et (-3, 0).

$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$a = \frac{0 - 2}{-3 - 0} = \frac{2}{3}$

L'équation est de la forme $y = \frac{2}{3}x + b$.

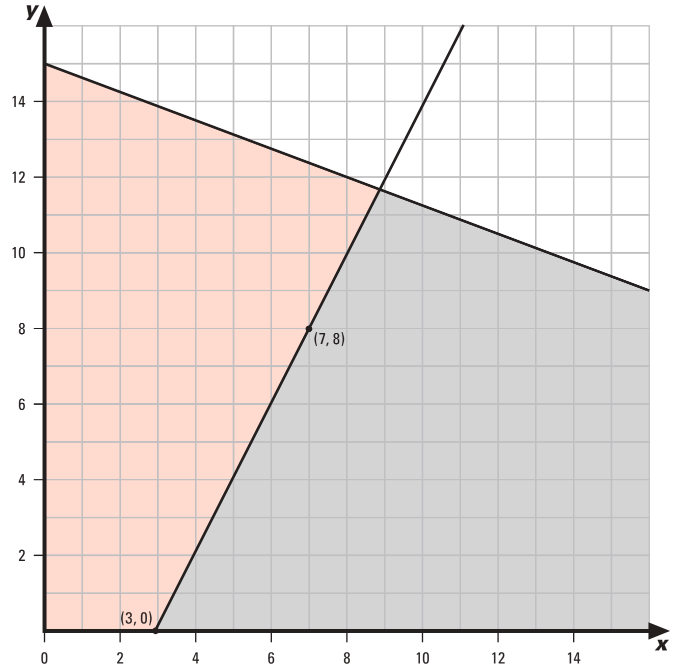
$b = 2$

$y = \frac{2}{3}x + 2$

L'équation est : $\mathbf{y = \frac{2}{3}x + 2}$.

24. p. 109 *suite*

b)



1.10. Vue d'ensemble : synthèse des savoirs

1. p. 113

a) L'équation est de la forme $y = \frac{-2}{3}x + \text{b}$.

$$-3 = \frac{-2}{3} \bullet 5 + \text{b}$$

$$-3 = \frac{-10}{3} + \text{b}$$

$$-3 + \frac{10}{3} = \text{b}$$

$$\text{b} = \frac{1}{3}$$

$$\boldsymbol{y = \frac{-2}{3}x + \frac{1}{3}}$$

b) $\text{a} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$\text{a} = \frac{-4 - 2}{-2 - 4}$$

$$\text{a} = 1$$

L'équation est de la forme $y = x + \text{b}$.

$$2 = 4 + \text{b}$$

$$2 - 4 = \text{b}$$

$$\text{b} = -2$$

$$y = x - 2$$

$$\boldsymbol{x - y - 2 = 0}$$

1.11. Situations de vie

Un corrigé aéré, élaboré avec une démarche détaillée, qui vous permet de vous vérifier de façon autonome, pour toutes les Situations de vie.

KINÉSIS ÉDUCATION

1. Achalandage et rentabilité.

p. 127

Équation du nombre de ventes selon l'achalandage :

Pour 400 clients, on estime à 61,5 le nombre de ventes. On a donc le point (

Pour 700 clients, on estime à 106,5 le nombre de ventes. On a donc le point

$a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$a = \dfrac{106{,}5 - 61{,}5}{700 - 400}$

$a = \dfrac{45}{300}$

$a = 0{,}15$

L'équation de la droite est de la forme $y = 0{,}15x + b$.

Prenons, par exemple, le point (400 ; 61,5) :

$61{,}5 = 0{,}15 \bullet 400 + b$

$61{,}5 = 60 + b$

$b = 61{,}5 - 60$

$b = 1{,}5$

L'équation est $y = 0{,}15x + 1{,}5$.

Équation du nombre de pertes selon l'achalandage :

Pour 400 clients, on estime à 40 le nombre de pertes. On a donc le point **(400, 40)**.

Pour 700 clients, on estime à 130 le nombre de pertes. On a donc le point **(700, 130)**.

$a = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$a = \dfrac{130 - 40}{700 - 400}$

$a = \dfrac{90}{300}$

$a = 0{,}3$

L'équation de la droite est de la forme $y = 0{,}3x + b$.

Prenons, par exemple, le point (400 ; 40) :

$40 = 0{,}3 \bullet 400 + b$

$40 = 120 + b$

$b = 40 - 120$

$b = -80$

L'équation est $y = 0{,}3x - 80$.

2. p. 131 *suite*

$$2x + 3y = 51{,}65$$
$$2x + 3 \bullet 8{,}69 = 51{,}65$$
$$2x + 26{,}07 = 51{,}65$$
$$2x = 51{,}65 - 26{,}07$$
$$2x = 25{,}58$$
$$x = \frac{25{,}58}{2}$$
$$x = 12{,}79$$

Un repas pour adulte coûte 12,79 et un repas pour enfant 8,69 $.
Pour un adulte et deux enfants, vous devrez payer:
12,79 $ + 2 • 8,69 $ = 30,17 $
Vous devrez payer 30,17 $.

1. L'expropriation.
p. 132

a) **Équation de l'autoroute:**

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$a = \frac{5{,}4 - 1{,}4}{12{,}5 - 2{,}5}$$
$$a = \frac{4}{10} \text{ ou } \frac{2}{5}$$
$$y = \frac{2}{5}x + b$$
$$1{,}4 = \frac{2}{5} \bullet 2{,}5 + b$$
$$1{,}4 = 1 + b$$
$$b = 1{,}4 - 1$$
$$b = 0{,}4$$

L'équation de l'autoroute est: $y = \frac{2}{5}x + 0{,}4$.

Équation de la route du Pont:

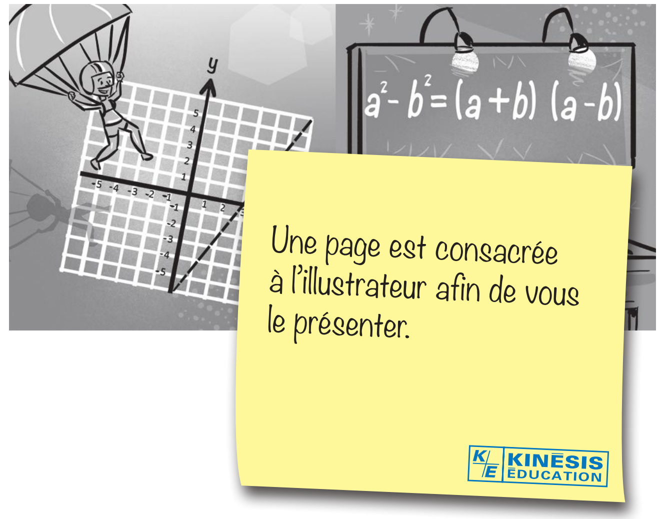
$$a = -1 \div \frac{2}{5}$$
$$a = \frac{-5}{2}$$
$$y = \frac{-5}{2}x + b$$
$$0{,}4 = \frac{-5}{2} \bullet 10{,}4 + b$$
$$0{,}4 = -26 + b$$
$$b = 0{,}4 + 26$$
$$b = 26{,}4$$

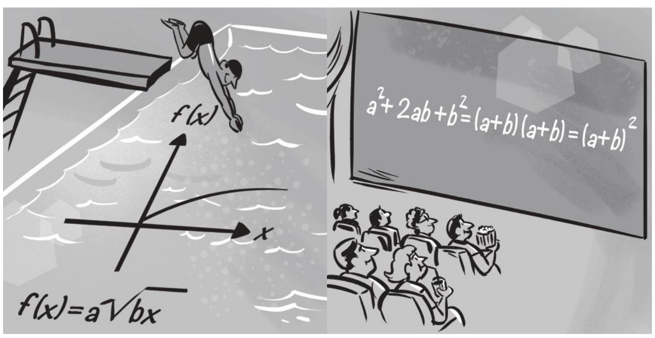
L'équation de la route du pont est: $y = \frac{-5}{2}x + 26{,}4$.

Une table alphabétique
des mots clés
et leurs références.

À propos de l’illustrateur et des illustrations…

Les illustrations des couvertures et les illustrations que vous trouverez au fil des pages de ce module sont des illustrations originales, commandées pour notre collection à Paul Bordeleau, illustrateur québécois, auteur de bandes dessinées et illustrateur-éditorialiste pour l’hebdomadaire *Voir* de 1992 à 2004, et pour le journal *La Presse* en 2001 et 2002. En 2003, il a pris la relève de Garnotte et de Gité comme illustrateur de nos collections.



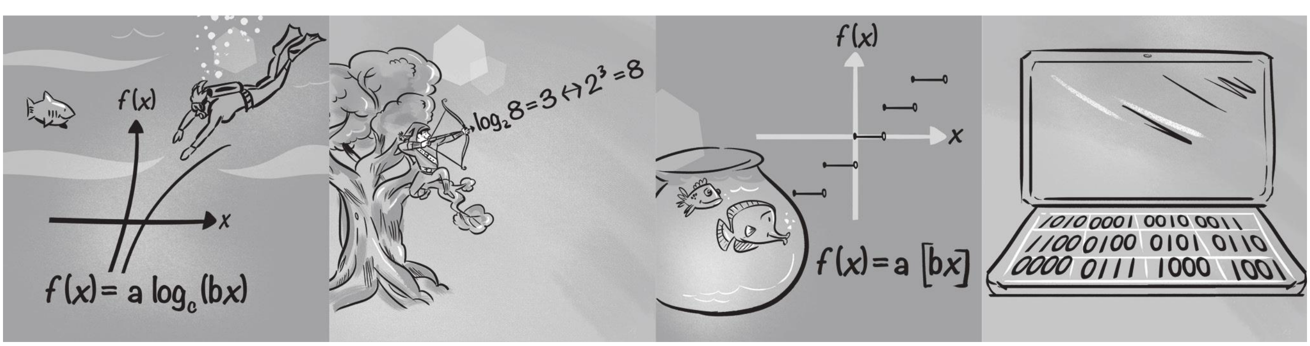


En 2009, il était l’un des bédéistes invités au festival *BoomFest* de Saint-Pétersbourg, en Russie. Il a illustré entre autres le générique de la télésérie *La Galère* à Ici Radio-Canada. En 2016, il a participé au projet *Correspondances* de Lyon.

Dans la collection MAT, ses illustrations sont parfois conçues comme de petites pauses détente au fil des chapitres.

D’autres fois, elles sont des illustrations essentielles à la compréhension et à la résolution des situations qui vous sont présentées.

Dans les pages d’ouverture des chapitres, elles illustrent la situation concrète qui vous amène à vous plonger dans la réalité mathématique des activités d’apprentissage et des situations-problèmes. Ces activités et ces situations vous permettent d’acquérir la maîtrise des savoirs mathématiques visée par le module.

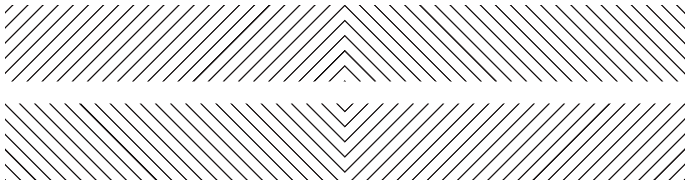


Vous voulez en savoir plus sur Paul Bordeleau ?
Voici ses coordonnées : www.paulbordeleau.com

Les petits plus...

Les illusions d'optique

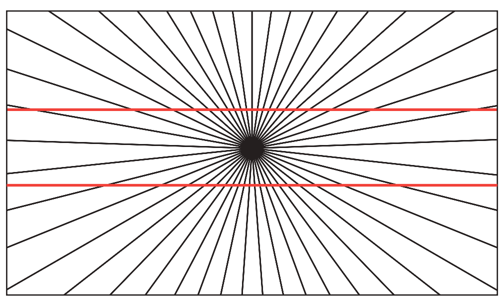
Notre perception de la réalité est parfois faussée par ce que l'on appelle des « illusions d'optique » : ce que perçoivent nos yeux diffère de la réalité. On n'a qu'à regarder la figure qui suit pour comprendre ce qu'est une illusion d'optique.



En regardant l'espace qui sépare les deux groupes de lignes, on a l'impression qu'il est plus large aux extrémités qu'au milieu. Il n'en est cependant rien.

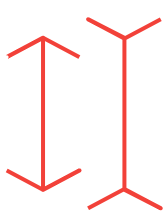
Les illusions d'optique font l'objet d'études diverses depuis environ 150 ans. Certaines sont même devenues célèbres. En voici quelques-unes qui font intervenir des droites.

L'illusion de Hering



Cette illustration a été publiée pour la première fois en 1861 par Ewald Hering.
Observez bien les lignes tracées en rouge. D'après vous, sont-elles droites ou courbes ?
Étonnant, n'est-ce pas ?

L'illusion de Müller-Lyer



On peut s'amuser
en faisant
des mathématiques !

L'illusion ci-dessus a été créée par Franz Müller-Lyer, en 1889.
Observez les deux segments verticaux. D'après vous, sont-ils de même longueur ?
Allez-y, sortez votre règle et vérifiez !

Les petits plus...

Carl Friedrich Gauss (1777 — 1855)

Surnommé le prince des mathématiques, Carl Friedrich Gauss est, certes, le plus grand mathématicien de son temps. Aujourd'hui encore, son nom circule dans plusieurs branches des mathématiques. Ses plus grandes contributions aux mathématiques ont été à l'arithmétique, à l'algèbre et à l'analyse.

Né à Brunswick, en Allemagne, Gauss est le fils unique d'un père ouvrier. Même s'il a été le plus jeune prodige en mathématiques, Gauss a toujours vécu modestement. On raconte qu'un jour, alors qu'il n'avait pas encore trois ans et qu'il suivait les calculs qu'effectuait son père pour établir le salaire hebdomadaire des ouvriers dont il avait la charge, le jeune Gauss aurait affirmé à son père que le calcul qu'il venait de faire était erroné. Après vérification, le père a bien été obligé de reconnaître que son fils avait raison. Un phénomène d'autant plus remarquable que personne n'avait encore appris à l'enfant à calculer.

On raconte aussi qu'un peu plus tard, alors que Gauss était âgé de dix ans, le professeur avait donné à sa classe indisciplinée un problème d'arithmétique consistant à trouver la somme des nombres naturels de 1 jusqu'à 100, c'est-à-dire $1 + 2 + 3 + \ldots + 98 + 99 + 100$. Le maître avait tout juste achevé d'exposer le problème que le jeune Gauss déposa son ardoise sur le bureau de son professeur. Il passa l'heure suivante assis, les bras croisés, sous l'œil sceptique du maître, alors que ses camarades continuaient laborieusement leur calcul. On dit que, de toute la classe, seul Gauss a réussi à répondre correctement.

Parmi les nombreux travaux de mathématiques qu'il a réalisés, s
des systèmes d'équations pour un système comportant autant d'
que désiré demeure sa plus importante découverte. Mais ce n'es
dans votre *MAT 4261* que nous vous expliquerons cette célèbre r

Un peu d'histoire
pour mieux comprendre
les mathématiques.

Les petits plus…

Pour en savoir un peu plus…

L'addition de nombres naturels consécutifs

Pour remédier à l'indiscipline de ses élèves, le professeur avait proposé à la classe que fréquentait Carl Friedrich Gauss le problème d'arithmétique consistant à additionner les nombres naturels de 1 jusqu'à 100. À peine avait-il terminé d'exposer le problème que le jeune Gauss avait posé son ardoise sur le bureau du professeur avec la bonne réponse. Personne n'est devin, il y a sûrement une astuce là-dessous. Mais laquelle ?

Observons bien les sommes suivantes :

$1 + 2 = 3$
$1 + 2 + 3 = 6$
$1 + 2 + 3 + 4 = 10$
etc.

Sauriez-vous, comme le jeune Gauss, trouver la somme des nombres naturels de 1 à 100, en quelques secondes ?

Pour les curieux,
un prolongement
des connaissances
et de l'enrichissement.
Et son corrigé.

CORRIGÉ ➡ PAGE 688

Pour en savoir un peu plus... / page 288
L'addition de nombres naturels consécutifs

La somme des nombres naturels de 1 à N est égale à $\frac{N \bullet (N+1)}{2}$.

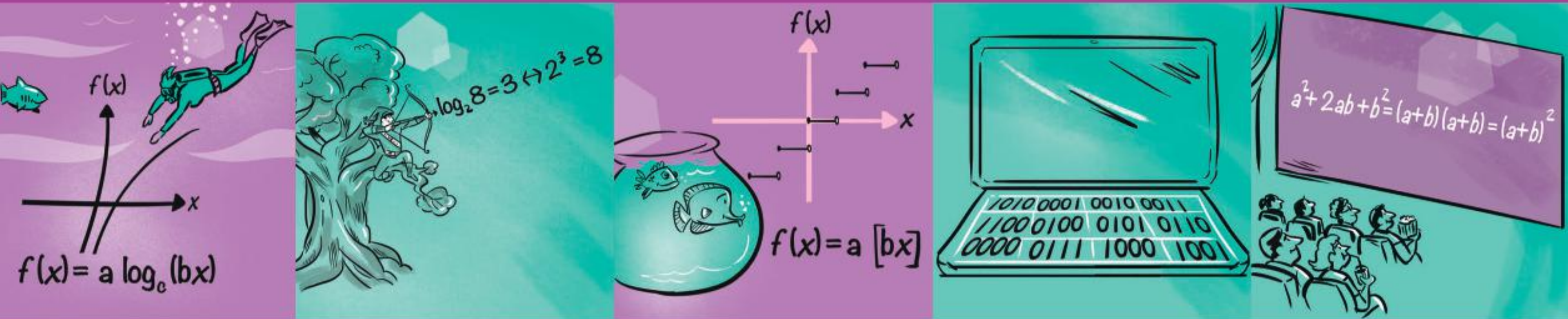
La somme des nombres naturels de 1 à 100 est donc : $\frac{100 \times 101}{2}$, soit 5 050.

Le MAT 4261

Vise l'acquisition de deux grandes compétences transversales : exploiter les technologies de l'information et de la communication et se donner des méthodes de travail efficaces. Au moyen de trois procédés intégrateurs : la représentation d'une situation par un modèle algébrique ou graphique ; l'interpolation ou l'extrapolation à partir d'un modèle algébrique ou graphique ; la généralisation d'un ensemble de situations à l'aide d'un modèle algébrique ou graphique.

MAT TS 4261 2

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE



Notre maison n'a qu'une seule et unique raison d'être depuis sa création il y a plus d'un demi-siècle : publier des ouvrages de qualité irréprochable, de bonne tenue, aux contenus solides, privilégiant des démarches en accord avec les principes des différentes approches pédagogiques, et libres de tout compromis de caractère purement commercial.

ISBN 978-2-7615-0743-1

9 782761 507431

401 1409

Florence Grandchamp
Drita Neziri
Abdelkader Amara
Raymond Thériault

ÉDITION
2019

MODÉLISATION ALGÉBRIQUE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE APPLIQUÉ I

MAT
TS
4261 2

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE

Ce document est disponible gratuitement pour l'enseignant(e). Il suffit d'en faire la demande à editions@ebbp.ca

KINÉSIS ÉDUCATION

TIRÉ À PART

Corrigé des *Situations d'évaluation de fin de chapitre*

Grilles d'évaluation

Corrigé du *Prêt pour l'évaluation de fin de module ?*

KINÉSIS ÉDUCATION