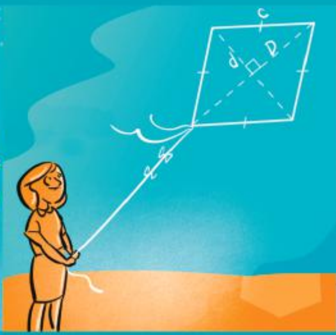
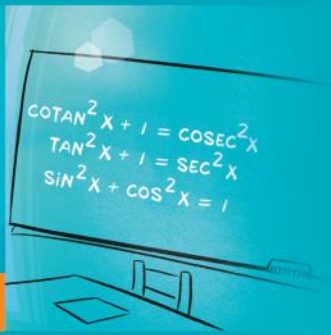
Florence Grandchamp
Drita Neziri
Abdelkader Amara
Raymond Thériault

REPRÉSENTATION GÉOMÉTRIQUE EN CONTEXTE FONDAMENTAL II

MAT SN 5173 2

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE





KINĒSIS ÉDUCATION

Graphismes, notations et symboles utilisés dans ce module

Graphismes, notations et symboles

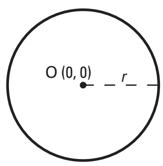
sin A	sinus de l'angle A
cos A	cosinus de l'angle A
tan A	tangente de l'angle A
cotan A	cotangente de l'angle A
sec A	sécante de l'angle A
cosec A	cosécante de l'angle A
$\overline{AB}$	segment AB
m $\overline{AB}$	mesure du segment AB
$\approx$	est approximativement égal
$\forall$	pour tout
$\exists$	il existe un
$\exists!$	il existe un et un seul
r	rayon du cercle
D	diamètre du cercle
π	pi : $\pi \approx 3{,}14$
θ	thêta, mesure d'un angle
P (θ)	point trigonométrique correspondant à un angle de θ radians
$\pm$	plus ou moins
$\vec{u}$	le vecteur *u*
$\overrightarrow{AB}$	le vecteur reliant les points A et B
$\vec{v} = (a, b)$	le vecteur *v* dont les composantes sont *a* et *b*
$\Vert \vec{u} \Vert$	la norme du vecteur *u*
E, O, N, S	est, oue
mm, cm, m, km	millimè mètre, k
$\vert a \vert$	valeur absolue de *a*
$\sqrt{}$	racine carrée, radical
$-\vec{u}$	le vecteur opposé à $\vec{u}$
$\neq$	n'est pas égal, est différent de
$\vec{u} = \vec{v}$	le vecteur *u* est équipollent au vecteur *v*
$\vec{u} + \vec{v}$	l'addition des vecteurs *u* et *v*
$\vec{u} \bullet \vec{v}$	le produit scalaire des vecteurs *u* et *v*
$\vec{u} \perp \vec{v}$	le vecteur *u* est orthogonal au vecteur *v*
50 N	50 newtons
$[x]$	partie entière de *x*
$\in$	appartenant à, est élément de
$\Leftrightarrow$	si et seulement si
$\vee$	ou

Rappel de quelques notions

KINESIS ÉDUCATION

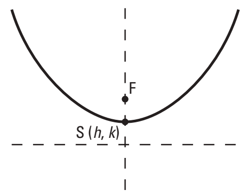
Les coniques

Cercle

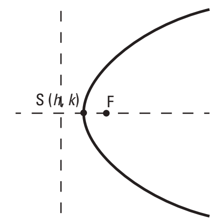


$x^2 + y^2 = r^2$

Parabole

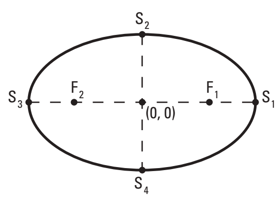


$(x - h)^2 = 4a\,(y - k)$



$(y - k)^2 = 4a\,(x - h)$

Ellipse

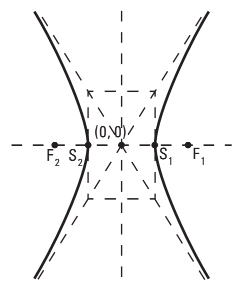


$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

avec $c^2 = a^2 - b^2$ si $a > b$

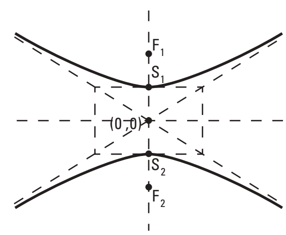
$c^2 = b^2 - a^2$ si $a < b$

Hyperbole



$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

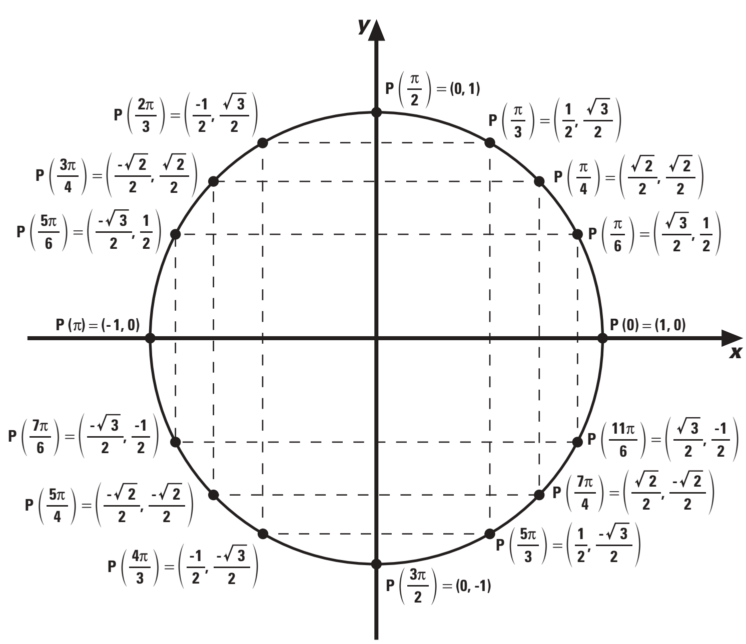
avec $c^2 = a^2 + b^2$



$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$$

avec $c^2 = a^2 + b^2$

Le cercle trigonométrique



REPRÉSENTATION GÉOMÉTRIQUE EN CONTEXTE FONDAMENTAL II

Conforme au Programme

KINÉSIS ÉDUCATION

MAT SN 5173 2

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE

NE ME JETEZ PAS !

GARDEZ-MOI COMME AIDE-MÉMOIRE

Car « *la mémoire est une faculté qui oublie* »
… en maths comme en toutes choses.

CE LIVRE APPARTIENT À : ______________________

La collection

MAT

Tous les titres de la collection MAT au catalogue

KINÉSIS ÉDUCATION

FORMATION DE BASE COMMUNE :

Présecondaire

MAT P101 4	MAT P102 3	MAT P103 2	MAT P104 4

Secondaire 1		**Secondaire 2**	
MAT 1101 3	MAT 1102 3	MAT 2101 3	MAT 2102 3

Mise À Niveau

MAN P100	MAN 1100	MAN 2100

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE :

Secondaire 3

MAT 3051 2	MAT 3052 2	MAT 3053 2

Secondaire 4

CST	MAT 4151 1	MAT 4152 1	MAT 4153 2
TS	MAT 4261 2	MAT 4262 2	MAT 4263 2
SN	MAT 4271 2	MAT 4272 2	MAT 4273 2

Secondaire 5

CST	MAT 5150 2	MAT 5151 1	MAT 5152 1
TS	MAT 5160 2	MAT 5161 2	MAT 5163 2
SN	MAT 5170 2	MAT 5171 2	**MAT 5173 2**

FORMATION À DISTANCE :

Secondaire 1, 2 et 3

Tous les guides d'apprentissage du secondaire 1, 2 et 3 ont été adaptés pour les besoins de la formation à distance. Pour en savoir plus : voyez notre site *www.ebbp.ca*

Secondaire 4 et 5 — *En préparation*

Ouvrages déjà parus au catalogue :

MAT 1005 2	MAT 1006 2	MAT 1007 2	MAT 2006 2	MAT 2007 2	MAT 2008 2
MAT 3015 2	MAT 3016 2	MAT 3017 2			
MAT 4101 2	MAT 4102 1	MAT 4103 1	MAT 4104 2	MAT 4105 1	MAT 4106 1
MAT 4107 1	MAT 4108 1	MAT 4109 1	MAT 4110 1	MAT 4111 2	
MAT 5101 1	MAT 5102 1	MAT 5103 1	MAT 5104 1	MAT 5105 1	MAT 5106 1
MAT 5107 2	MAT 5108 2	MAT 5109 1	MAT 5110 1	MAT 5111 2	MAT 5112 1
MAN 1000	MAN 2000	MAN 3000		MAT 1005 FAD à MAT 5112 FAD	

Première édition 2022 MAT 5173 2

L'ensemble des titres admissibles de notre production bénéficie du soutien financier du gouvernement du Canada.

Communication et pédagogie	Christiane Beullac
Composition et index	Audrey d'Amboise
	Francisca Martinez Galvez
	Valérie Tardif
Conseiller en mathématiques	Raymond Thériault
Correction	Jonathan Crête
Direction de la collection	
• contenu éditorial	Célestin de La Grange
	Annie Lopez
• contenu mathématique	Florence Grandchamp
• infographie et production	Francine Plante
Idéatrice	Marianne Delaroche
Illustrations	Paul Bordeleau
Informatique éditoriale	Francisca Martinez Galvez
Maquette de la couverture	Jean-Sébastien Lajeunesse
	Michel Lajeunesse
Maquette de l'ouvrage	Célestin de La Grange
	Francine Plante
Réécriture	Jonathan Crête
Révision mathématique	Sylvain Gervais
Impression	Imprimerie Héon & Nadeau
Éditrice déléguée	Francine Plante / Les Éditions Jules Châtelain

À propos de photocopie

Photocopier sans permission un imprimé — une œuvre complète ou un passage d'une œuvre —, c'est aussi plagier. C'est aussi s'approprier indûment le fruit du travail d'un auteur.

Et, la plupart du temps, la photocopie gâte l'œuvre, et fait perdre le bénéfice de cinq cents ans de pratique de l'imprimerie : c'est un péché contre l'esprit, en plus d'être un acte malhonnête.

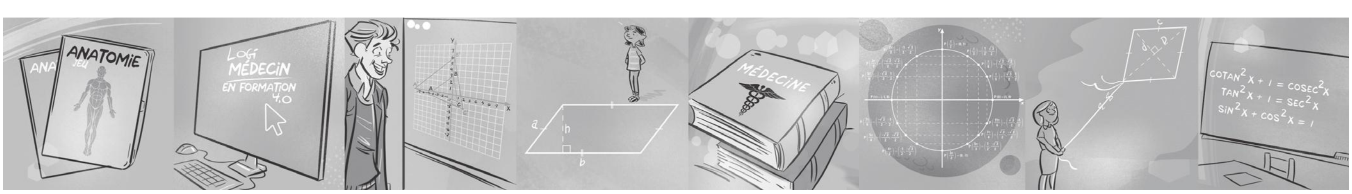
Photocopier sans permission : c'est voler.

Méprisons la photocopie sauvage. Méprisons le vol.

Page des crédits

KINÉSIS ÉDUCATION

Pour en savoir plus sur l'illustrateur et sur les illustrations de votre module, voir p. 467



Dépôt légal — Bibliothèque et Archives nationales du Québec, Bibliothèque et Archives Canada, 2022.
ISBN 978-2-7615-0785-1

À L'ÉTUDIANT ET À L'ENSEIGNANT POUR CETTE PREMIÈRE ÉDITION 2022

Vous avez en main la première édition du module MAT 5173, vingt-et-unième module de notre collection MAT FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE.

Les auteurs, les correcteurs, les réviseurs et toute l'équipe éditoriale et technique ont fait de leur mieux pour que cet ouvrage respecte l'esprit et la lettre du programme, et réponde à vos attentes et à vos besoins. Mais nul, ni rien, n'est parfait sur terre : moins que quiconque, nous prétendons avoir atteint la perfection, même après révision et correction.

Les auteurs et l'éditeur demandent aux utilisateurs — étudiants et enseignants — de leur faire part de leurs commentaires et de leurs suggestions le plus tôt possible pour que nous puissions dès la prochaine impression apporter les retouches, les modifications ou les ajouts qui se révéleraient nécessaires.

D'autre part, n'hésitez pas à nous signaler coquilles ou erreurs si vous en trouvez : **nous ne procédons jamais à une réimpression sans avoir d'abord effectué les corrections ou les retouches nécessaires.** Un ouvrage didactique n'est pas une œuvre immuable, au contraire, c'est un outil perfectible et en perpétuel devenir.

Avec la collaboration de toutes et de tous, nous pourrons ensemble améliorer et raffiner, au fil des ans, un document dont nous voudrions qu'il soit pour vous l'outil rêvé. Nous ferons tout pour qu'il le devienne.

Écrivez-nous, téléphonez-nous, ou adressez-nous un courriel à l'ac
cbeullac@ebbp.ca, la responsable des communications et notre
Nous accusons toujours réception de la correspondance reçue des
Vous pouvez aussi nous visiter sur le site www.ebbp.ca.

Depuis plus de soixante-cinq ans, nous n'avons jamais cessé de travailler en étroite collaboration avec le monde de l'enseignement, et nous voulons continuer de le faire : que vous soyez étudiant ou enseignant, merci de garder le contact avec nous par le moyen qui vous est le plus commode : téléphone, télécopieur, courriel.

L'éditeur

KINÉSIS ÉDUCATION
Bureau 275, 4823, rue Sherbrooke Ouest, Westmount, Québec H3Z 1G7
Téléphone : 514 932-9466 Télécopieur : 514 932-5929
Courriel : cbeullac@ebbp.ca Site : www.ebbp.ca

Table des matières de votre volume

KINESIS ÉDUCATION

03. LES VECTEURS

Nos petits plus...

Le module MAT 5173, intitulé ***Représentation géométrique en contex*** touchera plusieurs aspects d'une grande famille de situations d'apprentissage : *Mesure et représentation spatiale*. Cette famille regroupe les situations qui comportent un problème pouvant être traité en partie par la description ou la représentation mathématique d'objets ou de lieux géométriques. Le module ***Représentation géométrique en contexte appliqué II*** vous fournira l'occasion de poser des actions en vue de développer vos capacités de représentation spatiale.

En traitant les situations-problèmes de ce module, vous serez amené, entre autres, à observer les coniques à partir de la section d'un cône ou de diverses manipulations, à déterminer les coordonnées de points d'intersection et différentes mesures à l'aide de manipulations algébriques en recourant, si nécessaire, à un changement de variable ou encore, à établir un parallèle entre les propriétés des nombres réels et celles des vecteurs.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

Pour résoudre des situations-problèmes, vous aurez recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes ;

Déployer un raisonnement mathématique ;

Communiquer à l'aide du langage mathématique.

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Plusieurs compétences transversales peuvent contribuer au traitement de situations de la famille *Mesure et représentation spatiale*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours :

Compétence d'ordre méthodologique : *Exploiter les technologies de l'information et de la communication ;*

Compétence d'ordre intellectuel : *Résoudre des problèmes.*

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, vous réactiverez et approfondirez l'ensemble des savoirs géométriques et algébriques acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, vous compléterez votre formation en vous appropriant les savoirs suivants.

Savoirs prescrits

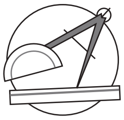
En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées dans ce module, vous développerez trois **procédés intégrateurs** énoncés comme suit :

La description et la représentation bidimensionnelle ou tridimensionnelle d'un objet ou d'un espace physique ;

La description et la représentation algébrique et graphique de lieux géométriques ;

La généralisation d'énoncés géométriques à l'aide de vecteurs.

SAVOIRS MATHÉMATIQUES



Lieux géométriques

SM-1 Description, représentation et construction de lieux géométriques

SM-2 Résolution d'un système d'équations du second degré en relation
…ec les coniques

…étermination de coordonnées de points d'intersection entre une droite
… une conique ou encore une parabole et une autre conique

Tous les savoirs
mathématiques : SM.
On le reconnaît
à ce picto associé
aux Outils mathématiques.

…igonométrique

…étermination de mesures

SM-5 Recherche des coordonnées de points d'angles remarquables

Identités trigonométriques

SM-6 Manipulation d'expressions trigonométriques simples à l'aide des définitions

Vecteurs

SM-7 Résultante et projection

SM-8 Opérations sur les vecteurs

SM-9 Détermination des coordonnées d'un point de partage

Comment est construit votre module.
Vous retrouverez des pages +détaillées un peu +loin à cet extrait.
KINÉSIS ÉDUCATION

REPRÉSENTATION GÉOMÉTRIQUE EN CONTEXTE FONDAMENTAL II — PRÉSENTATION

Présentation des *compétences disciplinaires*, des *compétences transversales*, et du contenu disciplinaire visés par le MAT 5173. ➨ *page X*

COMMENT EST CON[…]

Les deux pages

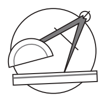
Votre MAT 5173 est divisé en chapitres :

01 LES CONIQUES

En début de chapitre une *mise en situation,* ici : ***LE DÉBUT D'UN PROJET***.
Elle est tirée de la vie courante réelle ou virtuelle, et illustre l'utilité de la matière qui sera abordée.
DANS CE CHAPITRE, vous dit ce que vous verrez comme nouvelles notions, à quoi cela sert en mathématique et dans la vie de tous les jours. ➨ *page 2*

Les chapitres de votre MAT 5173 sont divisés en sections :

1.1. Le cercle



Au début de chaque section : les **Outils mathématiques** nécessaires à l'acquisition des *savoirs mathématiques*. Présentation succincte, niveau de langue simple, exemples concrets, illustrations au besoin.
➨ *page 4 et suivantes*

1.6. Vue d'ensemble : synthèse des savoirs

Un résumé des *savoirs mathématiques* est présenté sous forme de tableau. Il est suivi de *consolidations des savoirs* pour vous aider à maîtriser les nouveaux *savoirs mathématiques*.
➨ *page 98 et suivantes*

En conclusion du chapitre, des

1.7. Situations de vie

font un *retour sur la mise en situation du début,* laquelle peut maintenant être résolue grâce aux savoirs et compétences acquis dans ce chapitre.
➨ *page 118*

MAT 5173

PRÊT POUR L'ÉVALUATION DE FIN DE MODULE ?

PREMIÈRE PARTIE — Révision des connaissances

Banque de questions portant chacune sur l'un des *savoirs mathématiques* du module.

DEUXIÈME PARTIE — Révision des compétences

Banque de *situations-problèmes* permettant de vérifier l'acquisition de toutes les compétences liées à ce module.
➨ *page 333*

MAT 5173 GLOSSAIRE DES TERMES MATHÉMATIQUES

Un mini-dictionnaire : tous les termes apparaissant en ***italique rouge gras*** dans le module. ➨ *page 356*

Et des petits plus….

Amusons-nous

Les mathématiques, un divertissement ?
Eh oui... on peut aussi s'amuser en faisant des mathématiques.
➨ *page 19*

En remontant le cours des siècles — XVe au XVIIe

Un peu d'histoire pour mieux comprendre les mathématiques.
➨ *page 64*

VOTRE MAT 5173

ATTENTES DE FIN DE COURS — **MAT 5173**

Pour savoir où vous allez : la liste des *critères d'évaluation* de ce cours.
➨ *page XII*

Si on appliquait cette théorie ?

Ensuite, des cas concrets en relation avec les *savoirs mathématiques* que vous avez découverts dans les **Outils mathématiques**.
➨ *page 8 et suivantes*

Activités d'apprentissage — **UN PEU DE PRATIQUE**

Puis, de la pratique, pour vous aider à acquérir par étapes la ou les *compétences disciplinaires* à atteindre. Vous pouvez facilement repérer ces *activités d'apprentissage* grâce à la bande gris pâle sur la tranche du module.
➨ *page 10 et suivantes*

Situations-problèmes — **UN PEU *PLUS* DE PRATIQUE**

Viennent ensuite des situations plus globales et plus complexes, les *situations-problèmes* qui vous amèneront à maîtriser les *compétences transversales* visées par le MAT 5173.
Ces situations se repèrent grâce à la bande gris foncé sur la tranche du module.
➨ *page 122 et suivantes*

Situations d'évaluation de fin de chapitre

PREMIÈRE PARTIE — **Évaluation des connaissances**
DEUXIÈME PARTIE — **Évaluation des compétences**

Ces *SÉ* se trouvent à la fin de chaque chapitre. Elles sont signalées par une bande rouge à rayures blanches sur la tranche. Elles sont en deux parties : la première vous permet de vérifier l'acquisition des connaissances, ou *savoirs mathématiques* ; la seconde, l'acquisition des *compétences* dites *transversales*. ➨ *page 131 et suivantes*

Corrigé

Il vous donne les solutions de toutes les *activités d'apprentissage*, des *situations-problèmes* et des *consolidations des savoirs*.
Ce corrigé se repère grâce à la bande rouge sur la tranche du module.
➨ *page 361 et suivantes*

MAT 5173 — **INDEX**

Une table alphabétique des mots-clés et leurs références. ➨ *page 463 et suivantes*

En tiré à part pour l'enseignant

- Corrigé des **SÉ de fin de chapitre**
- Corrigé du **Prêt pour l'évaluation de fin de module ?**
- Grilles d'évaluation

Pour en savoir un peu plus…

Pour les curieux… un prolongement des connaissances, et de l'enrichissement.
➨ *page 115*

Objectifs visés par ce cours

ATTENTES DE FIN DE COURS

Au terme de ce cours, vous serez en mesure de représenter et de décri physique en ayant recours à diverses relations vectorielles ou de coniques et en respectant les notations et les conventions mathématiques utilisées en géométrie. Vous serez à même d'utiliser différents raisonnements et stratégies pour planifier l'aménagement d'un espace physique qui répond adéquatement à certaines contraintes.

CRITÈRES D'ÉVALUATION

- Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes
- Déployer un raisonnement mathématique
- Communiquer à l'aide du langage mathématique*

1. UTILISER DES STRATÉGIES DE RÉSOLUTION DE SITUATIONS-PROBLÈMES

1.1 Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème

1.2 Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème

2. DÉPLOYER UN RAISONNEMENT MATHÉMATIQUE

2.1 Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés

2.2 Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation

2.3 Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente

---

* La compétence 3 « Communiquer à l'aide du langage mathématique » ne fait pas l'objet d'une évaluation spécifique au regard de la sanction et de la reconnaissance. Toutefois, puisqu'elle se manifeste nécessairement dans toute activité mathématique, elle a été prise en compte dans les outils d'évaluation élaborés pour aider les enseignants à porter leur jugement.

Votre MAT 5173
est divisé en 3 chapitres
dont voici les titres :

REPRÉSENTATION GÉOMÉTRIQUE EN CONTEXTE FONDAMENTAL II

01 LES CONIQUES

Pour débuter, vous aborderez les relations du second degré, relations qu'on représente dans le plan cartésien par une courbe qu'on appelle conique.

Mise en situation :

LE DÉBUT D'UN PROJET

En début de chapitre, une mise en situation tirée de la vie courante réelle ou virtuelle qui illustre l'utilité de la matière qui sera abordée.

Pascuale et Azar sont deux jeunes adultes qui ont récemment terminé leurs études secondaires. Dans le but de réduire leurs dépenses en partageant les coûts, ils ont décidé de partager un appartement pour la durée de leurs études collégiales.

Pascuale et Azar sont faits pour s'entendre : Pascuale adore programmer des jeux vidéo, Azar, quant à lui, adore y jouer. Ils ont décidé d'utiliser leur temps libre pour créer ensemble un jeu vidéo, dans le but de le mettre sur le marché et de réaliser leur rêve de faire fortune.

Les deux colocataires se sont fixé un but : créer un jeu vidéo qu'ils mettront sur le marché. Les personnages du jeu sont déjà dessinés ; leur représentation est faite de triangles et de quadrilatères. Malheureusement pour nos deux jeunes inventeurs, rien ne fonctionne dans les mouvements des personnages. Le problème vient du fait que la puissance de leurs ordinateurs n'est pas assez grande pour effectuer les calculs nécessaires.

Découragé, Azar propose à Pascuale de tout simplement en rester là, car la quantité de travail exigée par leur projet est énorme.

Pascuale, assis dans sa chaise habituelle, arbore un regard méditatif et, soudainement :

— Je crois que j'ai une idée. Si nous pouvions ajouter aux triangles et aux quadrilatères, des coniques, on sauverait beaucoup de temps de calcul. Qu'en penses-tu ?

Incertain, Azar regarde son colocataire et lui demande :

— Des comiques ? Ben là, je suis perdu. Que veux-tu dire par là ?

— Pas des comiques, … des coniques ! Les coniques, les coniques, tu connais, non ? Les cercles, les paraboles, les ellipses, les hyperboles, les coniques, quoi !

— Il faudra que tu me rafraîchisses la mémoire. Ça fait longtemps que j'ai joué avec ces trucs-là.

Dans ses réflexions, Pascuale a parlé de coniques : le cercle, la parabole, l'ellipse et l'hyperbole. Dans ce chapitre, vous découvrirez ce que sont les coniques. Vous serez en mesure de reconnaître l'équation correspondant à chacune d'elles et pourrez les représenter graphiquement.

Le bloc *Dans ce chapitre* vous indique les nouvelles notions que vous apprendrez et quelles seront leurs utilités en mathématiques et dans la vie de tous les jours.

DANS CE CHAPITRE

Quoi de nouveau ?
— Les coniques

Qu'est-ce que c'est ?
— Les coniques sont le cercle, la parabole, l'ellipse et l'hyperbole.

À quoi ça sert en mathématiques ?
— Une conique est l'ensemble-solution d'une équation du second degré. Les coniques permettent de faire le lien entre la notion de distance, la description algébrique et la représentation graphique de certaines courbes dans le plan cartésien.

À quoi ça servira dans la vie ?
— Les coniques permettent de décrire algébriquement et de représenter graphiquement certaines courbes.

1.1. Le cercle

Chaque chapitre est divisé en sections.

KINÉSIS ÉDUCATION

- DANS CETTE SECTION, VOUS DÉCOUVRIREZ L'ÉQ… VOUS VERREZ AUSSI LES INÉQUATIONS QUI DÉFI… DÉLIMITÉES PAR UN CERCLE DANS LE PLAN CARTÉSIEN.

SM-1

Les outils mathématiques nécessaires à l'acquisition des savoirs mathématiques : **SM**.

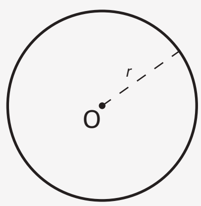
KINÉSIS ÉDUCATION

Outils mathématiques

Définition du cercle — Équation du cercle centré à l'origine — Représentation graphique d'un cercle à partir de son équation — Détermination de l'équation d'un cercle à partir de son graphique — Inéquations liées au cercle

1. Définition du cercle

Un ***cercle*** est l'ensemble de tous les points qui sont situés **à égale distance d'un point** O appelé ***centre du cercle***. On nomme cette distance le ***rayon*** du cercle (noté *r*).



Le ***diamètre*** du cercle est égal au double du rayon :

Tous les termes apparaissant en italique rouge gras se retrouvent au glossaire des termes mathématiques.

KINÉSIS ÉDUCATION

$$D = 2r$$

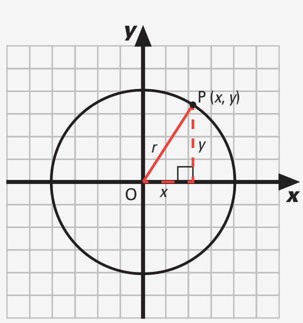
Dans ce module, nous nous intéresserons aux cercles centrés à l'origine des axes du plan cartésien.

2. Équation du cercle centré à l'origine

Rappelons d'abord qu'on calcule la distance d entre deux points A et B de coordonnées (x_1, y_1) et (x_2, y_2) à l'aide de la formule :

$$d\,(\mathrm{A}, \mathrm{B}) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

On considère un cercle centré à l'origine, de rayon r, et un point P (x, y) appartenant au cercle.



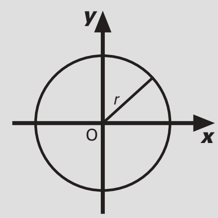
Outils mathématiques *suite*

On calcule la distance entre le centre du cercle O de coordonnées (0, 0) et le point P (x, y) en appliquant la formule du calcul de la distance entre deux points :

$$\sqrt{(x-0)^2+(y-0)^2}=r$$
$$\sqrt{x^2+y^2}=r$$

En élevant au carré chacun des membres de l'expression, on obtient l'équation du cercle centré à l'origine : $\boldsymbol{x^2+y^2=r^2}$.

Équation du cercle centré à l'origine
L'équation du cercle, de rayon r,
centré à l'origine est : $\boldsymbol{x^2+y^2=r^2}$.



Exemple
Déterminer l'équation du cercle centré à l'origine dont le rayon
Pour déterminer l'équation du cercle centré à l'origine dont le ra
on remplace le rayon $\boldsymbol{r}$ par la valeur **4** dans l'équation du cercle

$$x^2+y^2=r^2$$
$$\downarrow$$
$$x^2+y^2=\mathbf{4}^2$$
$$x^2+y^2=\mathbf{16}$$

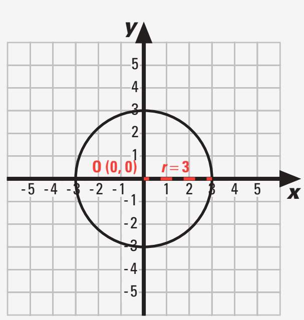
L'équation du cercle de rayon 4 centré à l'origine est donc $\boldsymbol{x^2+y^2=16}$.

3. Représentation graphique d'un cercle à partir de son équation
Connaissant l'équation d'un cercle, on détermine la valeur de son **rayon** $\boldsymbol{r}$. À l'aide de la **valeur du rayon**, on trace le cercle centré à l'origine.

Exemple
Représenter graphiquement le cercle d'équation $x^2+y^2=9$.

$$x^2+y^2=r^2$$
$$\downarrow$$
$$x^2+y^2=\mathbf{3}^2$$

La forme de l'équation nous permet de déduire que $\boldsymbol{r=3}$.
Sur un plan cartésien, on trace le cercle de rayon $\boldsymbol{r=3}$, centré à l'origine.



Outils mathématiques *suite*

4. Détermination de l'équation d'un cercle à partir de son graphique

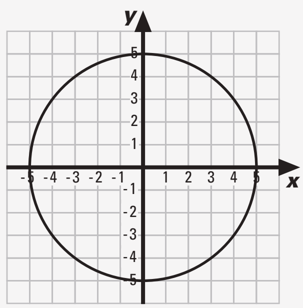
Pour trouver l'équation d'un cercle à partir de son graphique, on suit la démarche suivante :

On **détermine** le **rayon** ***r*** du cercle ;

On **remplace** le paramètre *r* par sa valeur dans l'équation du cercle.

Exemple

Déterminer l'équation du cercle représenté ci-dessous.



On détermine le rayon du cercle : $r = 5$ **unités**.
On remplace le paramètre ***r*** par **5** dans l'équation :

$$x^2 + y^2 = r^2$$
$$\downarrow$$
$$x^2 + y^2 = \mathbf{5}^2$$

L'équation du cercle est donc : $\boldsymbol{x^2 + y^2 = 25}$.

5. Inéquations liées au cercle

Le cercle partage le plan en **trois régions** :

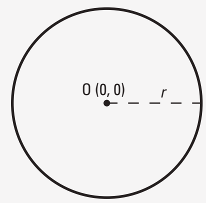
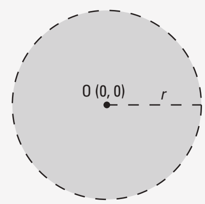
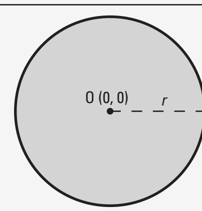
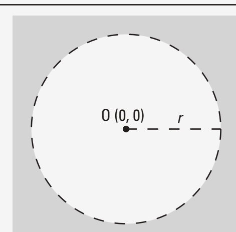
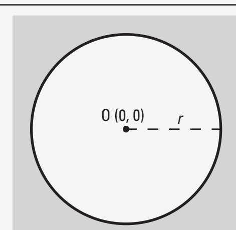
Le cercle lui-même ;

La région située à l'**intérieur du cercle** ;

La région située à l'**extérieur du cercle**.

Outils mathématiques *suite*

Pour représenter une région délimitée par le cercle, on utilise l'une des relations ci-dessous.

Équation/inéquation	Représentation graphique	Région du plan
$x^2 + y^2 = r^2$		La **courbe** représente l'ensemble-solution de l'**équation**.
$x^2 + y^2 < r^2$		La région **intérieure** du cercle **sans la courbe** représente l'ensemble-solution de l'inéquation.
$x^2 + y^2 \leq r^2$		La région **intérieure** du cercle **incluant la courbe** représente l'ensemble-solution de l'inéquation.
$x^2 + y^2 > r^2$		La région **extérieure** du cercle **sans la courbe** représente l'ensemble-solution de l'inéquation.
$x^2 + y^2 \geq r^2$		La région **extérieure** du cercle **incluant la courbe** représente l'ensemble-solution de l'inéquation.

Si on appliquait cette théorie?

- LES EXEMPLES SUIVANTS VOUS PERMETTRONT DE FAIRE LE LIEN ENTRE LA REPRÉSENTATION GRAPHIQUE D'UN CERCLE ET SON ÉQUATION.

Des cas concrets en relation avec les savoirs mathématiques. Celui-ci comprend au moins 2 exemples: Le premier est détaillé avec une démarche élaborée.

KINÉSIS ÉDUCATION

Exemple 1

Représenter graphiquement l'ensemble-solution de l'é

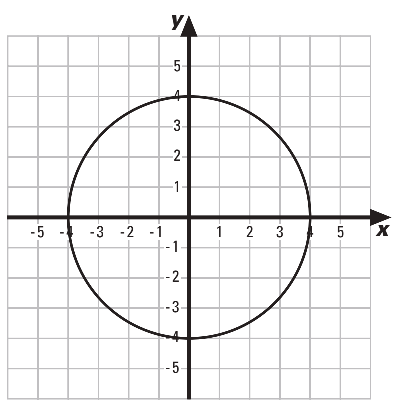
Solution

L'équation donnée est celle d'un cercle, car elle est de la form
le cercle, on détermine la valeur du **paramètre *r***.

$$x^2 + y^2 = r^2$$
$$\downarrow$$
$$x^2 + y^2 = \mathbf{4^2}$$

On peut déduire le rayon du cercle : $\boldsymbol{r = 4}$.

On trace le cercle, centré à l'origine, de **rayon 4** :



Exemple 2

On considère l'intérieur d'un cercle, centré à l'origine, qui passe par le point A (1, 3), ainsi que son contour.

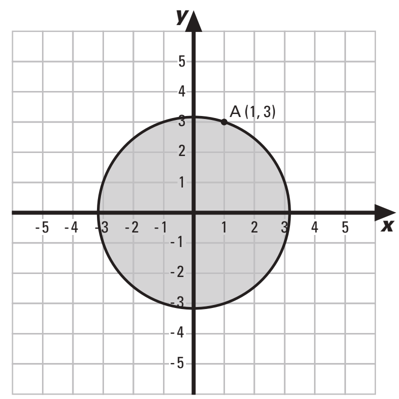
Représenter graphiquement cette région du plan cartésien, puis déterminer l'inéquation correspondant à cette région.

Solution

Représentation graphique

Sur le plan cartésien suivant, on situe tous les points qui son du centre (0, 0) que le point (1, 3). On colorie ensuite l'intérieu

Le deuxième exemple : à vous de démontrer votre savoir en effectuant la démarche proposée !



Recherche de l'inéquation

On cherche d'abord l'équation du cercle. Pour ce faire, on **calcule le rayon** du cercle, r, c'est-à-dire la distance entre le centre du cercle O (0, 0) et le point A (1, 3), en appliquant la formule du calcul de la distance entre deux points : $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$:

$$r = \sqrt{(1 - 0)^2 + (3 - 0)^2}$$

$$r = \sqrt{\boxed{}^2 + \boxed{}^2}$$

$$r = \sqrt{\boxed{}}$$

$$\boldsymbol{r} = \boxed{}$$

On remplace ***r* par $\sqrt{10}$** dans l'**équation** du cercle :

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$\downarrow$$

$$x^2 + y^2 = \boxed{}^2$$

L'équation du cercle est : $\boldsymbol{x^2 + y^2 = 10}$.

L'inéquation correspondant à la région intérieure de ce cercle est : $\boldsymbol{x^2 + y^2 \leq 10}$.

Les **Activités d'apprentissage** suivantes vous aideront à mieux maîtriser les notions relatives au cercle.

1. Compléter le tableau suivant en indiquant le rayon ou l'équation du cercle centré à l'origine.

Des activités d'apprentissage afin de vous pratiquer à acquérir par étapes la ou les compétences disciplinaires.

KINÉSIS ÉDUCATION

Équation	Rayon
a) $x^2 + y^2 = 25$	
b) $x^2 + y^2 = 9$	
c)	2
d)	4
e)	2,5
f) $x^2 + y^2 = 12{,}25$	

De l'espace fourni afin de vous faciliter la tâche en écrivant à même le module ! Aucune feuille volante !

KINÉSIS ÉDUCATION

Une mention tout au bas vous indique à quelle page vous trouverez le corrigé afin de vous vérifier.

KINÉSIS ÉDUCATION

CORRIGÉ ➡ PAGE 361

1.6. Vue d'ensemble : synthèse des savoirs

Nous arrivons à la fin du chapitre sur les coniques. Avant de vous attaquer aux **Situations-problèmes** plus globales qui vont conclure ce chapitre, voyons un résumé des *savoirs mathématiques* que vous avez appris jusqu'ici.

Résumé des savoirs mathématiques

Un résumé des savoirs mathématiques de ce chapitre vous est présenté.

Conique

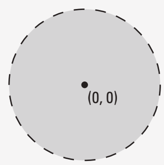
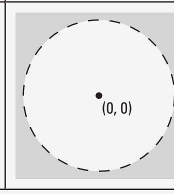
Une conique est la représentation graphique de l'ensemble-solution d'u
Les coniques sont le cercle, la parabole, l'ellipse et l'hyperbole.

Le cercle

Un cercle est composé de l'ensemble de tous les points situés à égale
centre du cercle. L'équation du cercle de rayon r, centré à l'origine est :

Inéquations liées au cercle

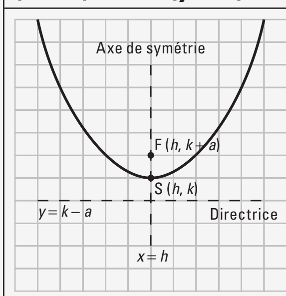
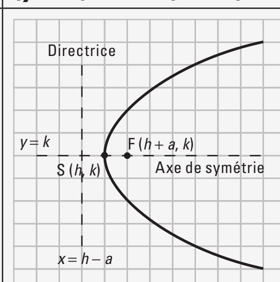
Lorsqu'on considère la région intérieure ou extérieure au cercle, on transforme l'équation du cercle en une inéquation :

Inéquation	$x^2 + y^2 < r^2$	$x^2 + y^2 > r^2$
Représentation graphique		

Remarque :
Si le symbole de l'inéquation est ≤ ou ≥, on **inclut la courbe**.

La parabole

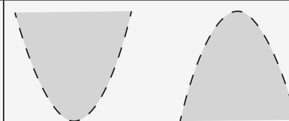
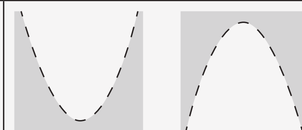
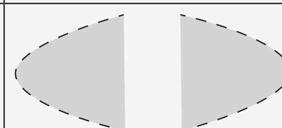
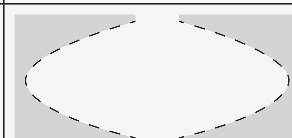
Une parabole est une courbe composée de tous les points situés à égale distance d'une droite fixe appelée **directrice** et d'un point fixe appelé **foyer**.

Parabole verticale $(x - h)^2 = 4a(y - k)$	**Parabole horizontale** $(y - k)^2 = 4a(x - h)$
	

Résumé des savoirs mathématiques *suite*

Inéquations liées à la parabole

Lorsqu’on considère la région intérieure à la parabole ou la région extérieure à la parabole, on transforme l’équation de la parabole en une inéquation :

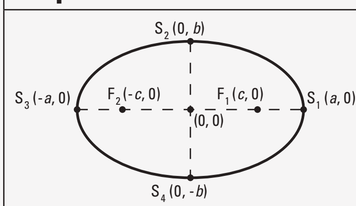
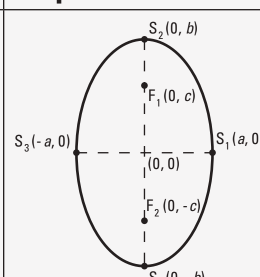
	Inéquation	**Représentation graphique**
Parabole verticale	$(x - h)^2 < 4a\,(y - k)$	 $\boldsymbol{a > 0}$ $\boldsymbol{a < 0}$
	$(x - h)^2 > 4a\,(y - k)$	 $\boldsymbol{a > 0}$ $\boldsymbol{a < 0}$
Parabole horizontale	$(y - k)^2 < 4a\,(x - h)$	 $\boldsymbol{a > 0}$ $\boldsymbol{a < 0}$
	$(y - k)^2 > 4a\,(x - h)$	 $\boldsymbol{a > 0}$ $\boldsymbol{a < 0}$

Remarque :
Si le symbole de l’inéquation est ≤ ou ≥, on **inclut la courbe**.

L’ellipse

Une **ellipse** est une courbe composée de tous les points dont la somme des distances à deux points fixes appelés **foyers** est constante. Cette constante correspond à la longueur du grand axe.

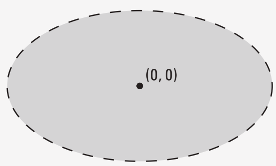
L’équation de l’ellipse est représentée par : $\boldsymbol{\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1}$.

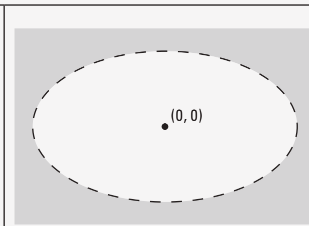
Ellipse horizontale	**Ellipse verticale**
 $a > b$ $c^2 = a^2 - b^2$	 $a < b$ $c^2 = b^2 - a^2$

Résumé des savoirs mathématiques *suite*

Inéquations liées à l'ellipse

Lorsqu'on considère la région intérieure ou la région extérieure à l'ellipse, on transforme l'équation de l'ellipse en une inéquation :

<table>
<tr>
<td>

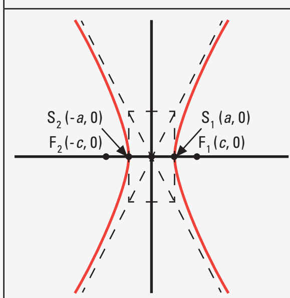
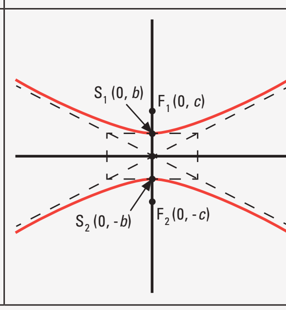
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} < 1$</td>
<td>

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} > 1$</td>
</tr>
</table>

Remarque :
Si le symbole de l'inéquation est ≤ ou ≥, on **inclut la courbe**.

L'hyperbole

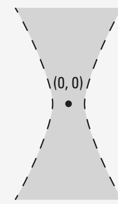
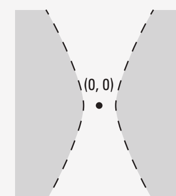
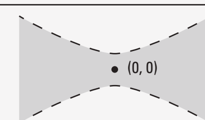
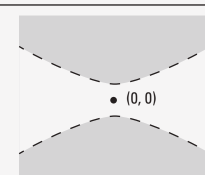
Une **hyperbole** est une courbe composée de tous les points dont la valeur absolue de la différence des distances à deux points fixes, les **foyers**, est constante. Cette constante représente la distance entre les deux sommets de l'hyperbole.

<table>
<tr>
<th>Hyperbole horizontale
$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$</th>
<th>Hyperbole verticale
$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$</th>
</tr>
<tr>
<td>
</td>
<td>
</td>
</tr>
</table>

Résumé des savoirs mathématiques *suite*

Inéquations liées à l'hyperbole

Lorsqu'on considère la région intérieure ou la région extérieure à l'hyperbole, on transforme l'équation de l'hyperbole en une inéquation :

	Inéquation	Représentation graphique
Hyperbole horizontale	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} < 1$	
	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} > 1$	
Hyperbole verticale	$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} < 1$	
	$\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} > 1$	

Remarque :

Si le symbole ≤ ou ≥ apparaît dans l'inéquation d'une hyperbole, on inclut la courbe elle-même dans la représentation graphique.

Coordonnées des points de rencontre entre une droite et une conique ou entre une parabole et une autre conique

Pour déterminer les coordonnées des points de rencontre entre une droite et une conique, on résout le système d'équations correspondant à l'équation de la droite et de la conique en procédant par la **méthode de substitution**.

Pour déterminer les coordonnées des points de rencontre entre une parabole et une autre conique, on résout le système d'équations du second degré correspondant aux deux coniques en substituant à $\boldsymbol{x^2}$ **ou à** $\boldsymbol{y^2}$ son expression obtenue à partir d'une équation dans l'autre équation.

Consolidation des savoirs

1. Déterminer l'équation demandée.

a) Déterminer l'équation d'une conique dont la valeur absolue de la différence des distances de chaque point aux points (0, 5) et (0, -5) est égale à 6 unités.

b) Une conique dont tous les points sont situés à une distance de $\frac{5}{2}$ unités du point (0, 0).

c) Une conique
situés à égale
et de la droite

Des consolidations des savoirs vous sont offertes afin de mieux les maîtriser.

d) Une conique dont la somme des distances de chaque point aux points (0, 3) et (0, -3) est égale à 10 unités.

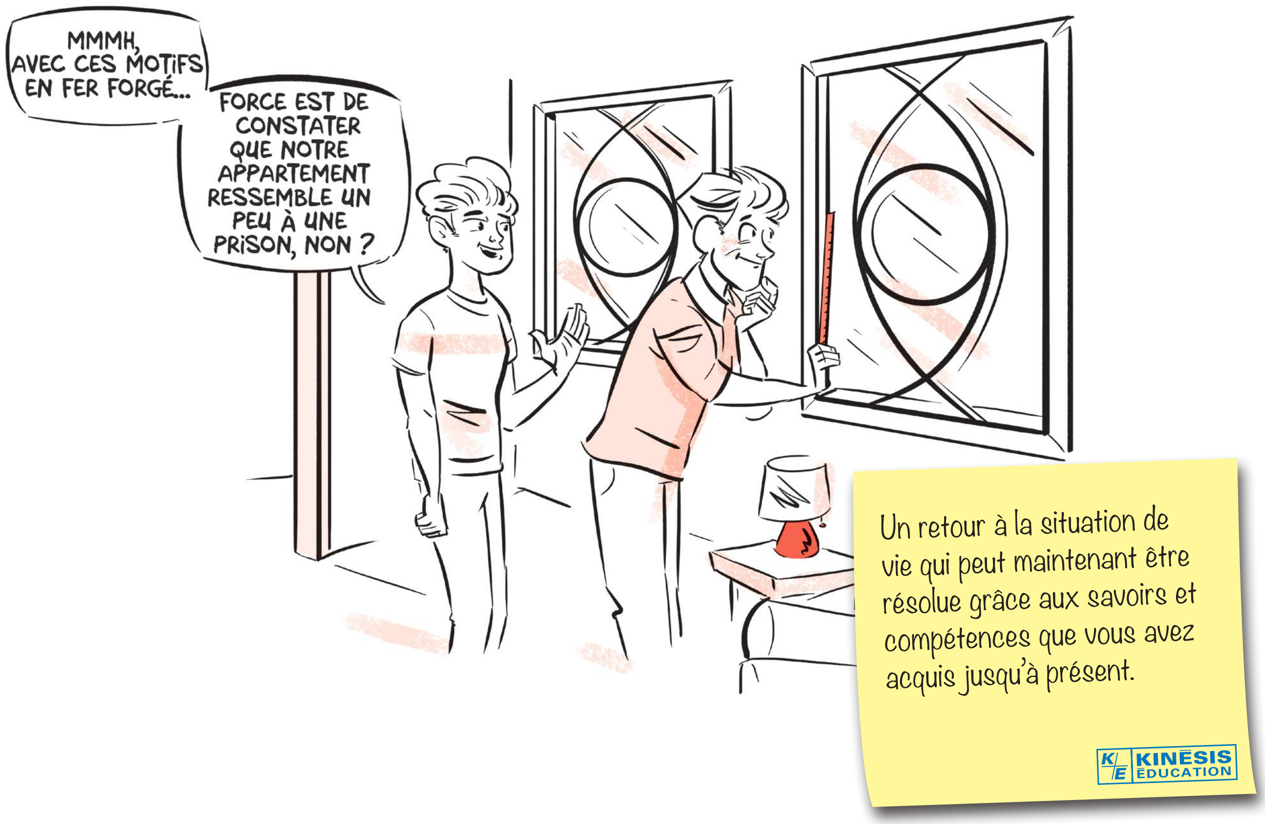
CORRIGÉ ➡ PAGE 387

1.7. Situations de vie

Si vous vous souvenez bien, au début de ce chapitre, Azar avait frémi en entendant son colocataire parler des coniques.

Retour à la mise en situation :

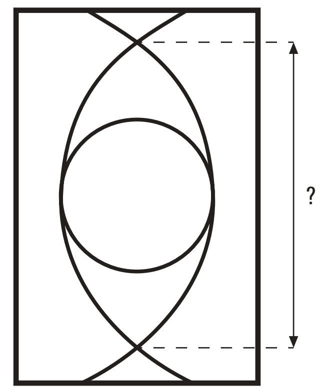
LES CONIQUES DANS LES OBJETS DE TOUS LES JOURS...



Maintenant qu'il a eu l'occasion d'explorer le cercle, la parabole, l'ellipse et l'hyperbole, Azar a tout en main pour calculer diverses mesures d'objets courants formés par des coniques. En particulier, ces fameux motifs en fer forgé qui protègent les fenêtres de leur appartement.

1. Le motif intriguant.

Les fenêtres de l'appartement de Pascuale et d'Azar sont protégées par des motifs en fer forgé. La sculpture représentée ci-contre est formée d'un cercle de 30 cm de diamètre et de deux paraboles qui se croisent en deux points.



Les sommets des deux paraboles coïncident avec les extrémités d'un diamètre du cercle, et le centre du cercle coïncide avec les foyers des paraboles.

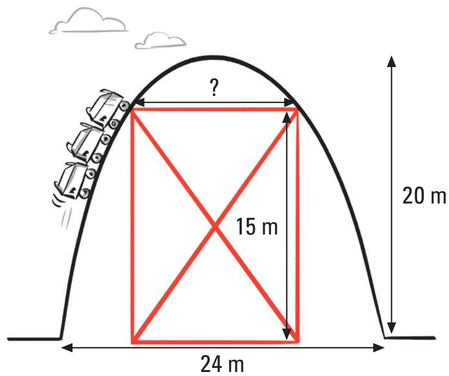
Calculer la distance entre les points de rencontre des deux paraboles.

Toujours de l'espace fourni afin d'écrire vos développements !

1. Les montagnes russes.

Ces situations-problèmes sont plus globales et plus complexes afin de maîtriser les compétences transversales visées par ce module.

La figure ci-dessous illustre une section des montagnes russes.



Ce tronçon de forme parabolique fait 20 m de hauteur.

Une structure métallique rectangulaire de 15 m de hauteur soutient les rails.

Calculer la largeur de la structure métallique.

Toujours de l'espace pour inscrire vos développements et votre réponse !

Avant de continuer et pour conclure cette première étape

Pour terminer ce chapitre, traitant des **coniques**, et pour vous assurer de bien maîtriser les notions que vous y avez découvertes, vous traiterez maintenant des SÉ. Les solutions de ces situations ne sont pas dans votre module : votre enseignante ou votre enseignant en fera la correction.

Avant d’aborder ces SÉ, nous vous recommandons de noter, sur une feuille, les formules, les énoncés, et même des exemples que vous jugez importants. Vous pouvez utiliser cette feuille comme aide-mémoire.

Présentez une solution claire et complète et ne demandez l’aide de personne. Cela vous permettra de vous évaluer, et de connaître les exigences et les attentes de fin d’étape. Ce faisant, vous pourrez, si vous constatez certaines lacunes, les corriger avant de poursuivre.

Cette auto-évaluation vous permettra aussi de savoir si vous répondez aux attentes fixées pour cette étape du MAT 5173, et si vous êtes prêt à aborder la prochaine étape. Étape par étape, vous arriverez à la fin du cours. Avec succès, n’en doutez pas.

Bon travail !

> Ces situations d’évaluation se trouvent à la fin de chaque chapitre et sont divisées en 2 parties.
> Votre enseignant(e) en fera la correction.
>
> KINÉSIS ÉDUCATION

01 PREMIÈRE PARTIE — Évaluation des connaissances

1. Une conique...

Ces situations d'évaluation vous permettent de vérifier l'acquisition des connaissances et des compétences dites transversales.

KINÉSIS ÉDUCATION

01 DEUXIÈME PARTIE — Évaluation des compétences

5. Le logo.
Les membres...

MAT
5173

PRÊT POUR L'ÉVALUATION DE FIN DE MODULE ?

Félicitations, vous êtes près de la fin, le questionnaire qui suit a été préparé pour vous permettre d'évaluer vos forces et vos faiblesses dans ce module. Le corrigé de ce questionnaire ne se trouve pas dans votre module. Votre enseignant en fera la correction.

La première partie de ce questionnaire porte sur les savoirs mathématiques de ce cours. Dans la deuxième partie de cette rubrique, vous trouverez dix situations-problèmes pour démontrer vos compétences liées à ce module : utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes et déployer un raisonnement mathématique. Bonne révision !

PREMIÈRE PARTIE — Révision des connaissances

1. Représenter…

Cette section est constituée de 2 banques d'exercices dont votre enseignant(e) en fera la correction : ceci dans le but d'évaluer vos forces et vos faiblesses.

DEUXIÈME PARTIE — Révision des compétences

Voici enfin le dernier virage avant l'examen : une banque de 10 situations-problèmes portant sur la représentation géométrique en contexte fondamental. Faites-en bon usage!

1. La porte interstellaire.
Dans un jeu…

Un glossaire des termes mathématiques.

angle au centre

Un angle au centre est un angle dont deux côtés
d'un cercle.

angle d'orientation d'un vecteur

L'angle d'orientation d'un vecteur est l'angle formé par la flèche qui le représente et la partie positive d'un axe horizontal qui passe par l'origine du vecteur. L'angle d'orientation se mesure en tournant dans le sens antihoraire à partir de l'axe, c'est-à-dire dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.

centre du cercle

Le centre d'un cercle est le point fixe dont tous les points du cercle sont situés à égale distance.

cercle

Le cercle est une ligne courbe fermée dont tous les points sont situés à égale distance du centre.

cercle trigonométrique

Un cercle trigonométrique est un cercle dont le centre correspond à l'origine du plan cartésien et dont le rayon mesure 1 unité.

combinaison linéaire

Une combinaison linéaire de deux vecteurs u et v est le résultat d'une expression de la forme $k_1 \vec{u} + k_2 \vec{v}$, où k_1 et k_2 sont des scalaires.

composantes d'un vecteur

Les composantes d'un vecteur sont chacun des deux nombres a et b. Ils représentent respectivement la différence entre les abscisses et la différence entre les ordonnées des deux points situés l'un à l'origine et l'autre à l'extrémité de la flèche qui sert à représenter ce vecteur. Si $A = (x_1, y_1)$ et $B = (x_2, y_2)$, alors $\overrightarrow{AB} = (a, b)$ où $a = x_2 - x_1$ et $b = y_2 - y_1$.

cosécante

Dans le cercle trigonométrique, la cosécante d'un angle correspond à l'inverse du sinus de cet angle.

cosinus d'un angle

Dans le cercle trigonométrique, le cosinus d'un angle est la valeur de x en ce point.

1.1. Le cercle

Un corrigé aéré, élaboré avec une démarche détaillée, qui vous permet de vous vérifier de façon autonome, pour toutes les Activités d'apprentissage.

KINÉSIS ÉDUCATION

1. p. 10

Équation	Rayon
a) $x^2 + y^2 = 25$	**5**
b) $x^2 + y^2 = 9$	**3**
c) $\mathbf{x^2 + y^2 = 4}$	2
d) $\mathbf{x^2 + y^2 = 16}$	4
e) $\mathbf{x^2 + y^2 = 6{,}25}$	2,5
f) $x^2 + y^2 = 12{,}25$	**3,5**

2. p. 11

a) $x^2 + y^2 = 16$

b) $x^2 + y^2 = 25$

c) $x^2 + y^2 = 100$

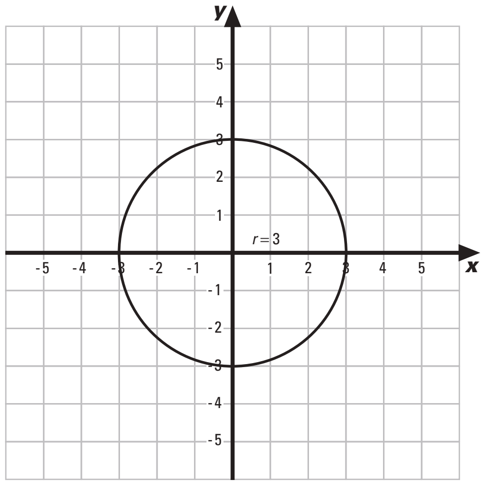
d) $x^2 + y^2 = 5$

e) $x^2 + y^2 = \dfrac{49}{4}$

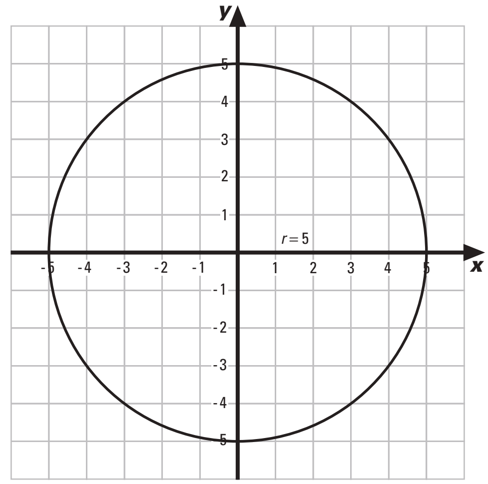
f) $x^2 + y^2 = \dfrac{225}{4}$

3. p. 12

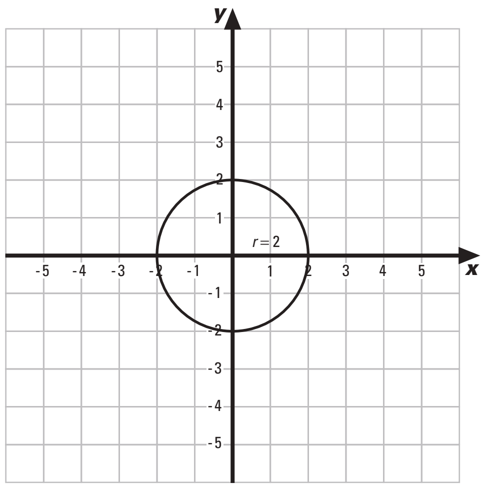
a)



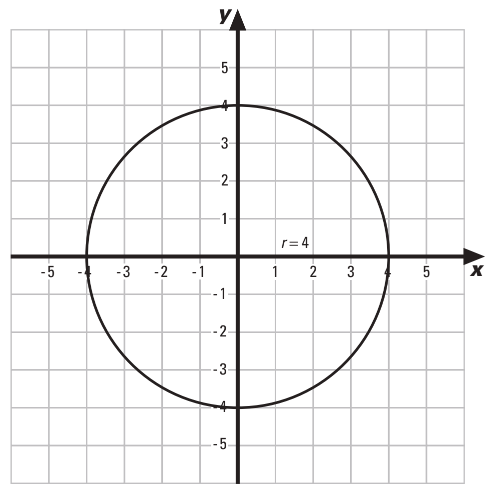
c)



b)



d)



25. p. 97 *suite*

b) Calcul des coordonnées des points de rencontre des deux coniques :

$$\begin{cases} \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{16} = 1 \\ x^2 = \dfrac{-9}{5}y \end{cases}$$

$$\frac{\frac{-9}{5}y}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$$

$$\frac{-9y}{20} + \frac{y^2}{16} = 1$$

$$\frac{-36y}{80} + \frac{5y^2}{80} = \frac{80}{80}$$

$$5y^2 - 36y - 80 = 0$$

$$y = \frac{-(-36) \pm \sqrt{(-36)^2 - 4 \bullet 5 \bullet (-80)}}{2 \bullet 5}$$

$$y = \frac{36 \pm \sqrt{2\,896}}{10}$$

$$y_1 = \frac{36 + \sqrt{2\,896}}{10} \qquad y_2 = \frac{36 - \sqrt{2\,896}}{10}$$

$$y_1 \approx 8{,}98 \qquad y_2 \approx -1{,}78$$

Si $y = 8{,}98$ → $x^2 = \frac{-9}{5}y$

$x^2 = \frac{-9}{5} \bullet 8{,}98$

$x^2 = -16{,}164$

Ce qui est impossible.

Si $y = -1{,}78$ → $x^2 = \frac{-9}{5}y$

$x^2 = \frac{-9}{5} \bullet (-1{,}78)$

$x^2 = 3{,}204$

$x = \pm\sqrt{3{,}204} \approx \pm 1{,}79$

Les points de rencontre entre la parabole et l'ellipse sont : (1,79 ; -1,78) et (-1,79 ; -1,78).

1.6. Vue d'ensemble : synthèse des savoirs

1. p. 102

a) La conique est une hyperbole de foyers (0, 5) et (0, -5). Le centre de

Les foyers sont alignés verticalement et l'équation de l'hyperbole e

$2b = 6$, donc, $b = 3$

Les coordonnées des sommets sont : (0, 3) et (0, -3).

$a^2 + b^2 = c^2$

$a^2 + 3^2 = 5^2$

$a^2 = 5^2 - 3^2$

$a^2 = 16$

On remplace chacun des paramètres par sa valeur dans l'équation, on trouve : $\frac{y^2}{3^2} - \frac{x^2}{16} = 1.$

L'équation de l'hyperbole est : $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$.

b) $x^2 + y^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$

$\mathbf{x^2 + y^2 = \frac{25}{4}}$

7. p. 112 *suite*

e) Équation de la droite :

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$a = \frac{30 - (-30)}{10 - (-10)}$$
$$a = 3$$
$$y = 3x + b$$
$$30 = 3 \bullet 10 + b$$
$$b = 0$$

L'équation de la droite est : $y = 3x$.

Résolution du système d'équations :

$$\begin{cases} \dfrac{y^2}{225} - \dfrac{x^2}{75} = 1 \\ y = 3x \end{cases}$$

$$\frac{y^2}{225} - \frac{x^2}{75} = 1$$
$$\frac{(3x)^2}{225} - \frac{x^2}{75} = 1$$
$$\frac{9x^2}{225} - \frac{x^2}{75} = 1$$
$$\frac{9x^2}{225} - \frac{3x^2}{225} = \frac{225}{225}$$
$$6x^2 = 225$$
$$x^2 = \frac{225}{6}$$
$$x^2 = 37{,}5$$
$$x = \pm\sqrt{37{,}5} \approx \pm 6{,}12$$

Si $x = 6{,}12$ → $y = 3x$
$y = 3 \bullet 6{,}12$
$y = 18{,}36$

Si $x = -6{,}12$ → $y = 3x$
$y = 3 \bullet (-6{,}12)$
$y = -18{,}36$

La barre oblique réunit les points (6,12 ; 18,36) et (-6,12 ; -18,36).

Longueur de la barre oblique :

Longueur $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Longueur $= \sqrt{(-6{,}12 - 6{,}12)^2 + (-18{,}36 - 18{,}36)^2}$

Longueur $= \sqrt{(-12{,}24)^2 + (-36{,}72)^2}$

Longueur $\approx 38{,}71$ cm

La barre oblique du Z mesure 38,71 cm.

1.7. Situations de vie

1. Le motif intrigant.

p. 119

Extrémités du diamètre horizontal du cercle :
Les extrémités du diamètre horizontal du cercle sont : (15, 0) et (-15, 0).

Équation de la parabole orientée vers la droite :
Sommet : (-15, 0)
Foyer : (0, 0)
Valeur de a : 15
$y^2 = 4 \bullet 15\ (x + 15)$, c'est-à-dire $y^2 = 60\ (x + 15)$

Un corrigé aéré, élaboré avec une démarche détaillée, qui vous permet de vous vérifier de façon autonome, pour toutes les Situations de vie.

KINÉSIS ÉDUCATION

1. p. 119 *suite*

Parabole orientée vers la gauche :
Sommet : (15, 0)
Foyer : (0, 0)
Valeur de a : -15
$y^2 = 4 \bullet (-15)(x - 15)$, c'est-à-dire $y^2 = -60(x - 15)$

Si on substitue à x la valeur 0 dans l'une ou l'autre des équations des paraboles, on obtient :
$y^2 = 60(x + 15)$
$y^2 = 60(0 + 15)$
$y^2 = 900$
$y = \pm\sqrt{900}$
$y = \pm 30$

Distance entre les deux points de rencontre des paraboles :
Les paraboles se rencontrent aux points (0, 30) et (0, -30).
$30 - (-30) = 60$ cm
La distance entre les deux points de rencontre des paraboles est de 60 cm.

2. La lampe de Pascuale.
p. 120

30 cm $\div$ 2 = 15 cm

$$\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{196} = 1$$
$$\frac{15^2}{144} - \frac{y^2}{196} = 1$$
$$\frac{225}{144} - \frac{y^2}{196} = 1$$
$$1{,}562\,5 - \frac{y^2}{196} = 1$$
$$\frac{-y^2}{196} = 1 - 1{,}562\,5$$
$$\frac{-y^2}{196} = -0{,}562\,5$$
$$y^2 = -196 \bullet (-0{,}562\,5)$$
$$y^2 = 110{,}25$$
$$y = \pm\sqrt{110{,}25} = \pm 10{,}5$$

Distance entre la base et le dessus de l'abat-jour : $10{,}5 - (-10{,}5) = 21$ cm
L'abat-jour mesure 21 cm de hauteur.

1. Les montagnes russes.
p. 122

Équation de la parabole :
Les coordonnées du sommet de la parabole sont : $h = 24 \div 2 = 12$ et $k = 20$.
L'équation de la parabole est de la forme : $(x - 12)^2 = 4a(y - 20)$.
La parabole passe par le point (0, 0) :
$(0 - 12)^2 = 4a(0 - 20)$
$$144 = -80a$$
$$\frac{144}{-80} = a$$
$$a = \frac{-9}{5}$$
$$(x - 12)^2 = 4 \bullet \frac{-9}{5}(y - 20)$$
L'équation de la parabole est : $(x - 12)^2 = \frac{-36}{5}(y - 20)$.

Une table alphabétique
des mots clés
et leurs références.

Annexe : Énoncés

Les énoncés suivants sont prescrits. Ils peuvent être utilisés dans une preuve.

Annexe des énoncés prescrits

KINÉSIS ÉDUCATION

Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ des vecteurs dans le plan, et ***r*** et ***s***, des scalaires.

E22. Le vecteur $r\vec{u} = \vec{0}$ si, et seulement si, $r = 0$ ou $\vec{u} = \vec{0}$.

$(r\vec{u} = \vec{0}) \Leftrightarrow (r = 0 \vee \vec{u} = \vec{0})$

E23. Si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non colinéaires, alors $r\vec{u} = s\vec{v}$ si, et seulement si, $r = 0$ et $s = 0$.

Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non colinéaires, alors $(r\vec{u} = s\vec{v}) \Leftrightarrow (r = s = 0)$

E24. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires si, et seulement si, il existe un nombre réel r différent de zéro tel que $\vec{w} = r\vec{u}$.

($\vec{w}$ est colinéaire à $\vec{u}$) $\Leftrightarrow (\exists!\ r \in \mathbb{R} : \vec{w} = r\vec{u})$

E25. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non colinéaires si, et seulement si, pour tout vecteur $\vec{w}$, il existe deux nombres réels r et s tels que $\vec{w} = r\vec{u} + s\vec{v}$.

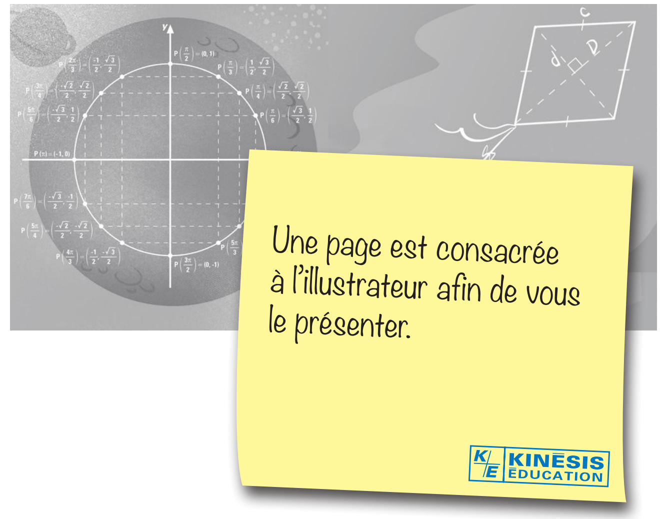
($\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non colinéaires) $\Leftrightarrow (\forall\ \vec{w}, \exists!\ r \in \mathbb{R}, \exists!\ s \in \mathbb{R} : \vec{w} = r\vec{u} + s\vec{v})$

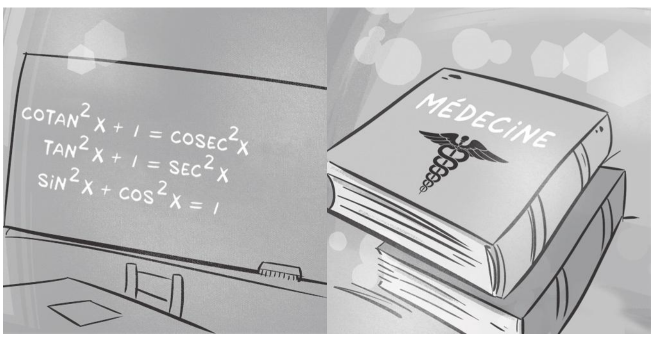
E26. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si, et seulement si, leur produit scalaire est nul.

$(\vec{u} \perp \vec{v}) \Leftrightarrow (\vec{u} \bullet \vec{v}) = 0$

À propos de l’illustrateur et des illustrations…

Les illustrations des couvertures et les illustrations que vous trouverez au fil des pages de ce module sont des illustrations originales, commandées pour notre collection à Paul Bordeleau, illustrateur québécois, auteur de bandes dessinées et illustrateur-éditorialiste pour l’hebdomadaire *Voir* de 1992 à 2004, et pour le journal *La Presse* en 2001 et 2002. En 2003, il a pris la relève de Garnotte et de Gité comme illustrateur de nos collections.



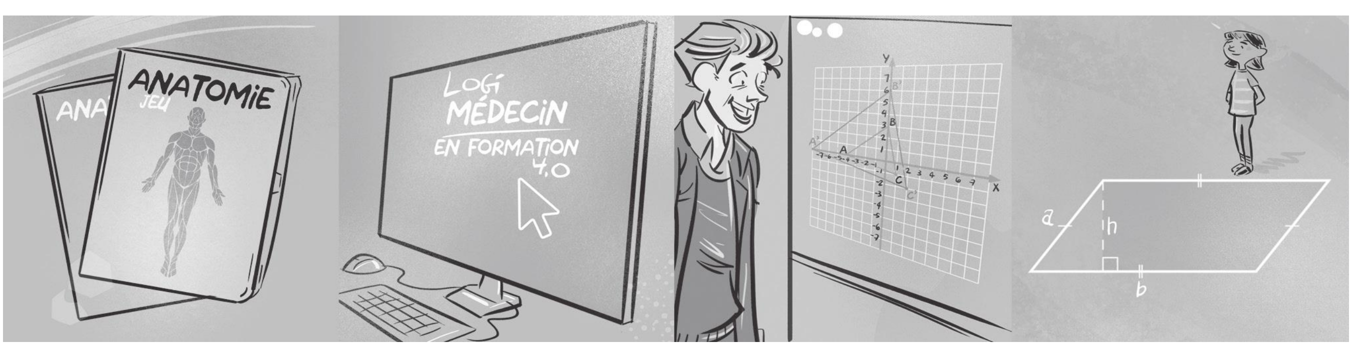


En 2009, il était l’un des bédéistes invités au festival *BoomFest* de Saint-Pétersbourg, en Russie. Il a illustré entre autres le générique de la télésérie *La Galère* à Ici Radio-Canada. En 2016, il a participé au projet *Correspondances* de Lyon.

Dans la collection MAT, ses illustrations sont parfois conçues comme de petites pauses détente au fil des chapitres.

D’autres fois, elles sont des illustrations essentielles à la compréhension et à la résolution des situations qui vous sont présentées.

Dans les pages d’ouverture des chapitres, elles illustrent la situation concrète qui vous amène à vous plonger dans la réalité mathématique des activités d’apprentissage et des situations-problèmes. Ces activités et ces situations vous permettent d’acquérir la maîtrise des savoirs mathématiques visée par le module.



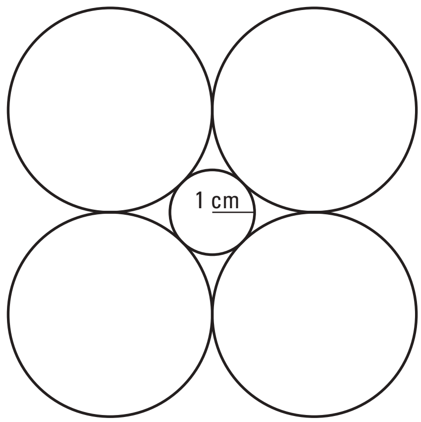
Vous voulez en savoir plus sur Paul Bordeleau ?
Voici ses coordonnées : www.paulbordeleau.com

Les petits plus...

KINĒSIS ÉDUCATION

Les cercles tangents

Quatre cercles de même rayon sont disposés autour d'un cercle de 1 cm de rayon de façon que chacun de ces quatre cercles soit tangent à la fois au cercle intérieur et à ses voisins.



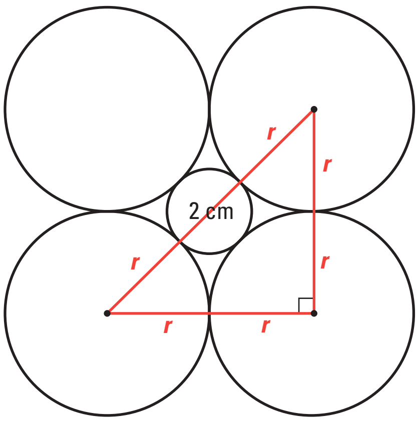
Déterminer le rayon des quatre grands cercles.

On peut s'amuser
en faisant
des mathématiques !
Et son corrigé !

KINĒSIS ÉDUCATION

CORRIGÉ ➨ PAGE 404

Amusons-nous / page 19
Les cercles tangents
Posons r le rayon de chacun des grands cercles. On utilise la relation de Pythagore :



$$(2r)^2 + (2r)^2 = (2r + 2)^2$$
$$4r^2 + 4r^2 = 4r^2 + 8r + 4$$
$$4r^2 - 8r - 4 = 0$$
$$r = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$r = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 4 \times (-4)}}{2 \times 4}$$
$$r = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 64}}{8}$$
$$r = \frac{8 \pm \sqrt{128}}{8}$$
$$r = \frac{8 \pm 11,31}{8}$$
$r_1 = \frac{8 + 11,31}{8}$ $\qquad$ $r_2 = \frac{8 - 11,31}{8}$

$r_1 \approx 2,4$ $\qquad$ $r_2 \approx -0,4$ (à rejeter)

Le rayon de chacun des quatre grands cercles est de 2,4 cm.

Les petits plus…

KINÉSIS ÉDUCATION

Le système solaire

À l’origine, l’Homme croit que la Terre est plate et que les astres tournent autour d’elle. L’astronome polonais Nicolas Copernic (1473-1543) proposa un jour un modèle où les planètes décrivaient un mouvement parfaitement circulaire autour du Soleil. L’hypothèse selon laquelle la Terre n’occupait plus une position privilégiée dans l’Univers ne fut pas sans déplaire à l’Église catholique.

L’astronome danois Tycho Brahé (1546-1601) profita de l’appui du roi Frédéric II du Danemark pour faire construire un observatoire à Uraniborg. Pendant plus de vingt ans, il observa avec une grande précision la position et le mouvement des planètes.

C’est à l’astronome allemand Johannes Kepler (1571-1630) qu’on doit la découverte de la trajectoire elliptique de la Terre et des autres planètes autour du Soleil, qui occupe l’un des foyers de l’ellipse décrite par l’orbite de chaque planète. Kepler fut l’assistant de Brahé ; à la mort de ce dernier, il lui succéda comme astronome de l’empereur Rodolphe II et utilisa la documentation laissée par son prédécesseur.

L’Italien Galileo Galilei (1564-1642), dit Galilée, fut le premier astronome à utiliser le télescope, ce qui lui permit de faire de nombreuses découvertes. Malgré une conviction inébranlable, lui aussi fut condamné par l’Église, qui l’obligea à se rétracter.

Depuis le XVIIe siècle, on en sait beaucoup plus sur le système solaire, car l’astronomie n’a jamais cessé de se développer et de fasciner l’Homme. Pensez seulement à tous vos films de science-fiction préférés…

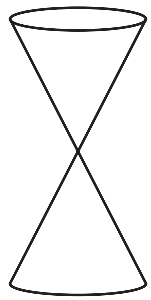
Un peu d’histoire
pour mieux comprendre
les mathématiques.

KINÉSIS ÉDUCATION

Les petits plus…

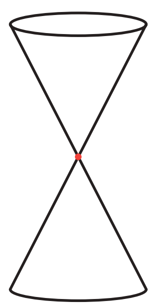
Pour en savoir un peu plus…

Pourquoi appelle-t-on les coniques des « coniques » ?
De nombreux lieux géométriques plans peuvent être formés à partir de deux cônes disposés comme ceci :

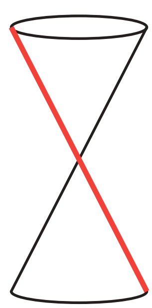


Pour les curieux, un prolongement des connaissances et de l'enrichissement.

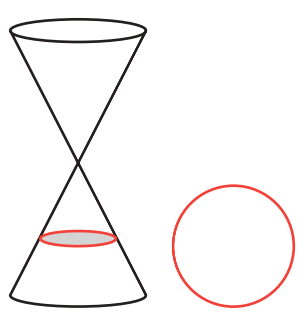
Le point est le plus petit élément géométrique qui existe :



La droite est obtenue en considérant la génératrice des cônes :



Le cercle est obtenu en effectuant une coupe horizontale du cône :



Le MAT 5173

Vise l'acquisition de deux grandes compétences transversales : exploiter les technologies de l'information et de la communication et résoudre des problèmes. Au moyen de trois procédés intégrateurs : la description et la représentation bidimensionnelle ou tridimensionnelle d'un objet ou d'un espace physique, la description et la représentation algébrique et graphique de lieux géométriques et la généralisation d'énoncés géométriques à l'aide de vecteurs.

MAT SN 5173 2

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE

K/E

Notre maison n'a qu'une seule et unique raison d'être depuis sa création il y a plus d'un demi-siècle : publier des ouvrages de qualité irréprochable, de bonne tenue, aux contenus solides, privilégiant des démarches en accord avec les principes des différentes approches pédagogiques, et libres de tout compromis de caractère purement commercial.

ISBN 978-2-7615-0785-1

9 782761 507851

401 1821

Florence Grandchamp
Drita Neziri
Abdelkader Amara
Raymond Thériault

ÉDITION
2022

REPRÉSENTATION GÉOMÉTRIQUE EN CONTEXTE FONDAMENTAL II

Ce document est disponible gratuitement pour l'enseignant(e). Il suffit d'en faire la demande à editions@ebbp.ca

K/E KINÉSIS ÉDUCATION

MAT SN 5173 2

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE

TIRÉ À PART

Corrigé des *Situations d'évaluation de fin de chapitre*

Grilles d'évaluation

Corrigé du *Prêt pour l'évaluation de fin de module ?*

K/E KINÉSIS ÉDUCATION