

ВЕКТОРИ НАВКОЛО НАС

Від супутників до комп'ютерних ігор



Над вашою головою прямо зараз летить близько **14 500 супутників**. МКС оминає Землю кожні 92 хвилини. Стрілка GPS у вашому телефоні знає, де ви, з точністю до 5 метрів. А коли ви граєте у Minecraft або FIFA, ваш персонаж переміщується не випадково – комп'ютер щомиті обчислює його нову позицію. Усі ці явища пов'язує одна й та сама математична ідея – **вектор**.

Вектор – це стрілка. У неї є **довжина** (наскільки далеко) і **напрямок** (куди саме). Звичайне число каже лише «скільки» – наприклад, «100 км/год». Вектор каже «скільки і куди» – «100 км/год на північ». Ця маленька різниця змінює все.

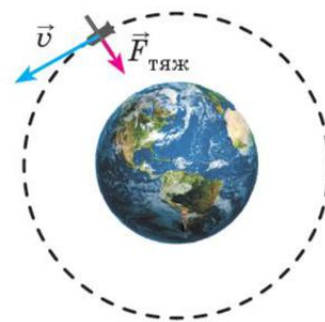
ЧОМУ МКС НЕ ПАДАЄ НА ЗЕМЛЮ?

Здавалося б – на висоті 420 км над нами висить станція, що важить 470 тонн, і її тримає... що саме? Адже сила тяжіння там майже така ж, як на поверхні Землі (приблизно 89 % від земної). Парадоксальна відповідь: **Міжнародна космічна станція (МКС) постійно падає** – і вже понад 25 років не може впасти.

Цю ідею ще у XVII столітті описав **Ісаак Ньютон**. Уявіть гармату на вершині дуже високої гори. Вистрелимо горизонтально – ядро пролетить кілька кілометрів і впаде. Збільшимо кількість пороху – пролетить далі. А якщо швидкість буде такою, що ядро падатиме рівно з тією ж кривиною, з якою заокруглюється Земля? Тоді воно **ніколи не досягне поверхні** – буде вічно падати, промахуючись повз планету. Це і є орбіта.

Для МКС така «магічна» швидкість – **7,66 км/с** (це майже 28 000 км/год – у 25 разів швидше за пасажирський літак). За цієї швидкості сила тяжіння спрямована до центра Землі, а швидкість – по дотичній до орбіти, тобто строго перпендикулярно до сили. Робота A , яку виконує незмінна сила \vec{F} під час переміщення тіла з точки A в точку B , дорівнює скалярному добутку цих векторів: $A = \vec{F} \cdot \vec{AB} = |\vec{F}| \cdot |\vec{AB}| \cdot \cos \varphi$, де φ – кут між векторами \vec{F} і \vec{AB} . Зазначимо, що коли вектори \vec{F} і \vec{AB} перпендикулярні, то $\cos \varphi = 0$ і тоді робота $A = 0$. Тобто сила не буде виконувати роботу.

Сила тяжіння напрямлена до центра Землі, а швидкість МКС – по дотичній до орбіти. Кут між ними – 90° . Ось чому під час руху МКС по орбіті навколо Землі (див. рисунок), сила тяжіння, яка діє на МКС, не виконує ніякої роботи. Саме тому МКС не втрачає свою енергію і може залишатися на орбіті багато років.





ЦІКАВО

МКС у цифрах. Висота – 415 км, швидкість – 27 700 км/год, повний оберт – 92 хвилини, 16 «світанків» і «заходів» за добу. Станцію збирали з 1998 року, з 2000-го вона **безперервно жила** – на ній постійно є люди вже понад 25 років.

ГРА, У ЯКУ ТИ ГРАЄШ, – ЦЕ ВЕКТОРНА АРИФМЕТИКА

Натискаєш «вправо» – персонаж рушає вправо. Здається, нічого складного. Але всередині гри щомиті відбувається така математика: у персонажа є **вектор позиції** P (де він зараз) і **вектор швидкості** \vec{V} (куди й як швидко рухається). Кожний кадр (а їх 60 за секунду) комп'ютер виконує одну операцію – додає вектори:

$$P_{\text{нова}} = P_{\text{початкова}} + \vec{V}$$

Так, це звичайне додавання векторів за координатами – те, що ви проходите на уроці геометрії. Ось, наприклад, у грі персонаж стоїть у точці (10; 5), і ви рухаєте його вправо на вектор = (2; 0). Через 3 кадри він буде у (10 + 3 · 2; 5) = (16; 5). А якщо додати вектор гравітації = (0; -1), персонаж починає падати – точно як у реальному світі.

Усі ваші улюблені ігри – від Mario до Counter-Strike – побудовані на цій простій ідеї. Angry Birds – це вектор початкової швидкості пташки. Шейдери, які малюють блискітки на воді, – це скалярний добуток нормалі поверхні й напрямку на сонце. У **3D-іграх** кожна точка задається трьома координатами замість двох – але математика та сама.

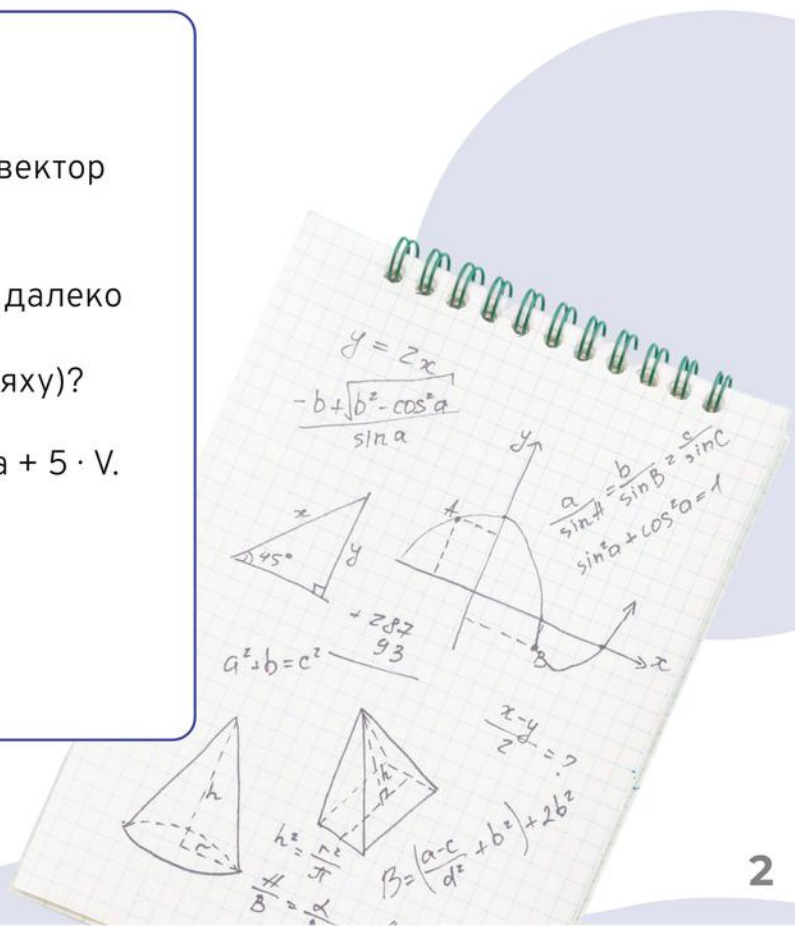
СПРОБУЙ САМ

У грі літак стоїть у точці (0; 0). Його вектор швидкості – $\vec{V} = (3; 4)$ одиниць за секунду.

Де буде літак через 5 секунд? І як далеко він пролетить (тобто яка довжина пройденого шляху)?

Підказка: нова позиція = початкова + 5 · \vec{V} . Довжина пройденого шляху – це довжина вектора $5\vec{V}$

Відповідь: позиція (15; 20); шлях – 25 одиниць.



ЧИСЛА З ОРБИТИ



GPS у твоєму телефоні. 31 супутник на висоті 20 200 км. Кожен оминає Землю двічі за добу. Щоб визначити твоє положення, телефон отримує сигнали мінімум від 4 супутників і обчислює відстані як вектори у тривимірному просторі.



Starlink. Близько 10 000 супутників на низькій орбіті – найбільше угруповання в історії людства. Це 65 % усіх активних супутників на орбіті Землі.



Геостаціонарні. На висоті 35 786 км один оберт триває рівно одну добу – тому ці супутники «висять» над однією точкою Землі. Саме тому супутникові тарілки для ТВ ніколи не повертаються – їм нікуди дивитися, окрім фіксованого напрямку.

Один математичний об'єкт – **стрілка з координатами** – пояснює і політ МКС над Києвом, і політ зомбі у твоїй грі, і знаходження тебе на карті Google. Це не випадковість: коли якась ідея виявляється дуже корисною, її використовують усюди, де вона працює. Тому коли на уроці геометрії ви додаєте вектори, ви робите рівно те саме, що робить твій телефон, ігрова консоль і кожен з 14 500 супутників над твоєю головою.

