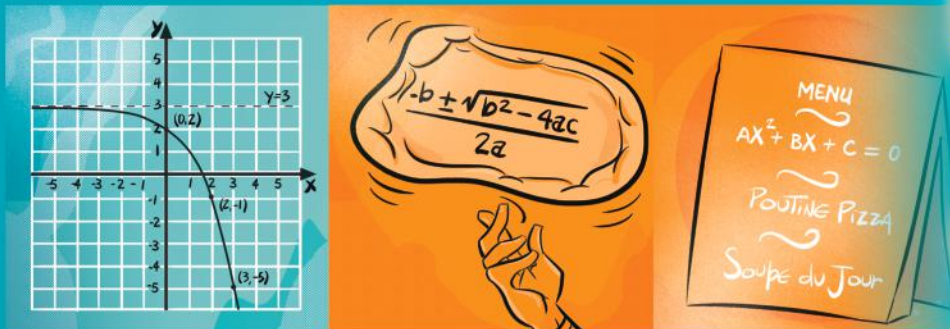


Florence Grandchamp
Drita Neziri
Abdelkader Amara
Raymond Thériault

MODÉLISATION ALGÈBRIQUE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE APPLIQUÉ II

MAT_{TS} 5161 2

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE



Graphismes, notations et symboles

Graphismes, notations
et symboles utilisés
dans ce module



$<$	est inférieur à
\leq	est inférieur ou égal à
$>$	est supérieur à
\geq	est supérieur ou égal à
\mathbb{R}	ensemble des nombres réels
$\mathbb{R} \setminus \{n\}$	ensemble des nombres réels sauf la valeur n
$f(x) = y$	image de x par la fonction f est y
$\text{dom } f$	domaine de f
$\text{codom } f$	codomaine de f
$\min f$	minimum de f
$\max f$	maximum de f
f^{-1}	réciproque de la fonction f
∞	infini
\emptyset	ensemble vide
\cup	union
$[a, b]$	intervalle fermé de a à b
$]a, b[$	intervalle ouvert de a à b
$[a, b[,]a, b]$	intervalle semi-ouvert de a à b
x^2	x exposant 2; x au carré
\sqrt{x}	radical x ; racine carrée de x
$[x]$	partie entière de x
c^x	c exposant x ; la x^{e} puissance de c
$\log_c x$	logarithme en base c de x
$\sin x$	sinus de x
$\cos x$	cosinus de x
$\tan x$	tangente de x
$\sin^{-1} x$	arc sinus de x
$\cos^{-1} x$	arc cosinus de x
$\tan^{-1} x$	arc tangente de x
$f \circ g$	composée des fonctions f et g

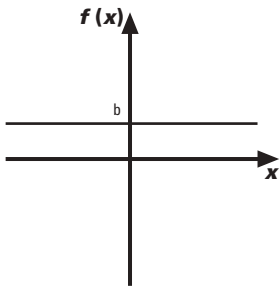
Les fonctions réelles

Rappel de quelques notions



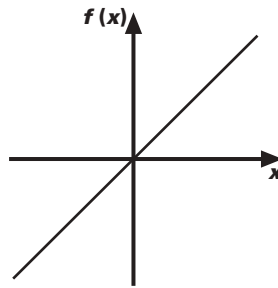
Fonction constante

$$f(x) = b$$

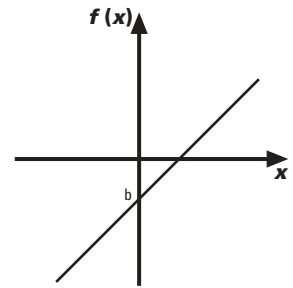


Fonction linéaire

$$f(x) = ax$$

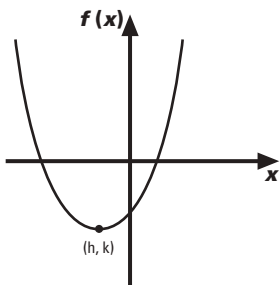


$$f(x) = ax + b$$



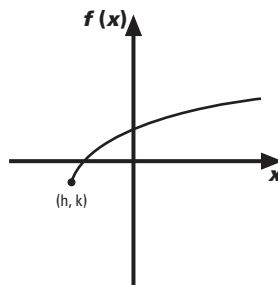
Fonction quadratique

$$f(x) = a(x - h)^2 + k$$



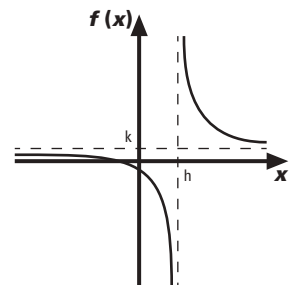
Fonction racine carrée

$$f(x) = a\sqrt{b(x - h)} + k$$



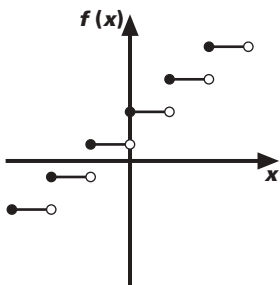
Fonction rationnelle

$$f(x) = \frac{a}{b(x - h)} + k$$



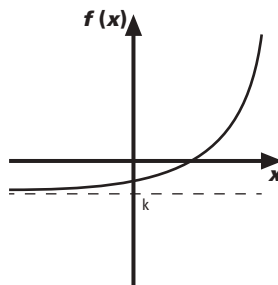
Fonction partie entière

$$f(x) = a[b(x - h)] + k$$



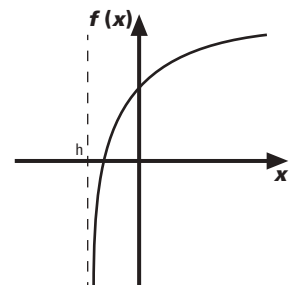
Fonction exponentielle

$$f(x) = ac^{b(x-h)} + k$$



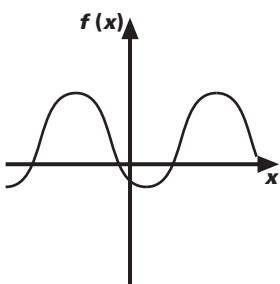
Fonction logarithmique

$$f(x) = a \log_c b(x - h) + k$$



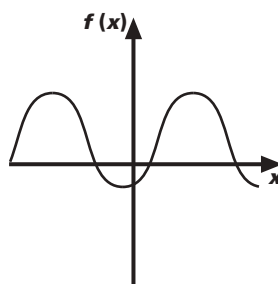
Fonction sinus

$$f(x) = a \sin b(x - h) + k$$



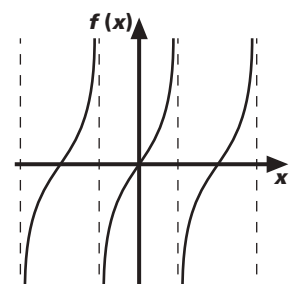
Fonction cosinus

$$f(x) = a \cos b(x - h) + k$$



Fonction tangente

$$f(x) = a \tan b(x - h) + k$$



MODÉLISATION ALGÈBRE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE APPLIQUÉ II

Conforme au Programme



MAT_{TS} 5161 2

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE

NE ME JETEZ PAS !
GARDEZ-MOI
COMME AIDE-MÉMOIRE



Car « *la mémoire est une faculté qui oublie* »
... en maths comme en toutes choses.

CE LIVRE APPARTIENT À : _____

La collection



Tous les titres
de la collection MAT
au catalogue



FORMATION DE BASE COMMUNE:

Présecondaire

MAT P101 4 MAT P102 3 MAT P103 2 MAT P104 4

Secondaire 1

MAT 1101 3 MAT 1102 3

Secondaire 2

MAT 2101 3 MAT 2102 3

Mise À Niveau

MAN P100 MAN 1100 MAN 2100

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE:

Secondaire 3

MAT 3051 2 MAT 3052 2 MAT 3053 2

Secondaire 4

CST MAT 4151 1 MAT 4152 1 MAT 4153 2

TS MAT 4261 2 MAT 4262 2 MAT 4263 2

SN MAT 4271 2 MAT 4272 2 MAT 4273 2

Secondaire 5

CST MAT 5150 2 MAT 5151 1 MAT 5152 1

TS MAT 5160 2 **MAT 5161 2** MAT 5163 2

SN MAT 5170 2 MAT 5171 2 MAT 5173 2

FORMATION À DISTANCE:

Secondaire 1, 2 et 3

Tous les guides d'apprentissage du secondaire 1, 2 et 3 ont été adaptés pour les besoins de la formation à distance. Pour en savoir plus: voyez notre site www.ebbp.ca

Secondaire 4 et 5 — *En préparation*

Ouvrages déjà parus au catalogue:

MAT 1005 2	MAT 1006 2	MAT 1007 2	MAT 2006 2	MAT 2007 2	MAT 2008 2
MAT 3015 2	MAT 3016 2	MAT 3017 2			
MAT 4101 2	MAT 4102 1	MAT 4103 1	MAT 4104 2	MAT 4105 1	MAT 4106 1
MAT 4107 1	MAT 4108 1	MAT 4109 1	MAT 4110 1	MAT 4111 2	
MAT 5101 1	MAT 5102 1	MAT 5103 1	MAT 5104 1	MAT 5105 1	MAT 5106 1
MAT 5107 2	MAT 5108 2	MAT 5109 1	MAT 5110 1	MAT 5111 2	MAT 5112 1
MAN 1000	MAN 2000	MAN 3000		MAT 1005 FAD à MAT 5112 FAD	



L'ensemble des titres admissibles de notre production bénéficie du soutien financier du gouvernement du Canada.

Communication et pédagogie	Christiane Beullac
Composition et index	Audrey d'Amboise Francisca Martinez Galvez Valérie Tardif
Conseiller en mathématiques	Raymond Thériault
Correction	Jonathan Crête
Direction de la collection	
• contenu éditorial	Célestin de La Grange Annie Lopez
• contenu mathématique	Florence Grandchamp
• infographie et production	Francine Plante
Idéatrice	Marianne Delaroche
Illustrations	Paul Bordeleau
Informatique éditoriale	Francisca Martinez Galvez
Maquette de la couverture	Jean-Sébastien Lajeunesse Michel Lajeunesse
Maquette de l'ouvrage	Célestin de La Grange Francine Plante
Réécriture	Jonathan Crête
Révision mathématique	Sylvain Gervais

À propos de photocopie

Photocopier sans permission un imprimé — une œuvre complète ou un passage d'une œuvre —, c'est aussi plagier. C'est aussi s'approprier indûment le fruit du travail d'un auteur.

Et, la plupart du temps, la photocopie gâte l'œuvre, et fait perdre le bénéfice de cinq cents ans de pratique de l'imprimerie: c'est un péché contre l'esprit, en plus d'être un acte malhonnête.

Photocopier sans permission: c'est voler.

Méprisons la photocopie sauvage. Méprisons le vol.

Droits d'auteur et droits de reproduction

Toutes les demandes de reproduction doivent être acheminées à: Copibec (reproduction papier) 514 288-1664 1 800 717-2022 licences@copibec.qc.ca

© Œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute reproduction interdite sans autorisation de l'éditeur.

Tout usage en location ou prêt est interdit sans autorisation écrite octroyée par Kinésis éducation inc.

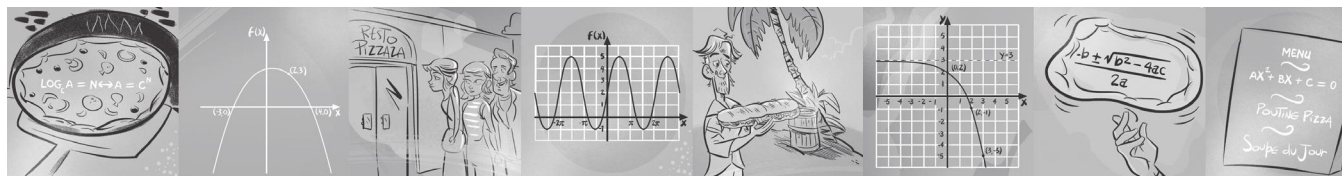
Impression Sprintmédia

Éditrice déléguée Francine Plante / Les Éditions Jules Châtelain

Page des crédits



Pour en savoir plus sur l'illustrateur et sur les illustrations de votre module, voir p. 537



À L'ÉTUDIANT ET À L'ENSEIGNANT POUR CETTE PREMIÈRE ÉDITION 2022

Vous avez en main la première édition du module MAT 5161, dix-septième module de notre collection MAT FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE.

Les auteurs, les correcteurs, les réviseurs et toute l'équipe éditoriale et technique ont fait de leur mieux pour que cet ouvrage respecte l'esprit et la lettre du programme, et réponde à vos attentes et à vos besoins. Mais nul, ni rien, n'est parfait sur terre: moins que quiconque, nous prétendons avoir atteint la perfection, même après révision et correction.

Les auteurs et l'éditeur demandent aux utilisateurs – étudiants et enseignants – de leur faire part de leurs commentaires et de leurs suggestions le plus tôt possible pour que nous puissions dès la prochaine impression apporter les retouches, les modifications ou les ajouts qui se révéleraient nécessaires.

D'autre part, n'hésitez pas à nous signaler coquilles ou erreurs si vous en trouvez: **nous ne procédons jamais à une réimpression sans avoir d'abord effectué les corrections ou les retouches nécessaires.** Un ouvrage didactique n'est pas une œuvre immuable, au contraire, c'est un outil perfectible et en perpétuel devenir.

Avec la collaboration de toutes et de tous, nous pourrons ensemble améliorer et raffiner, au fil des ans, un document dont nous voudrions qu'il soit pour vous l'outil rêvé. Nous ferons tout pour qu'il le devienne.

Écrivez-nous, téléphonez-nous, ou adressez-nous un courriel à l'adresse **cbeullac@ebbp.ca**, la responsable des communications et notre responsable des médias sociaux. Nous accusons toujours réception de la correspondance reçue des utilisateurs. Vous pouvez aussi nous visiter sur le site www.ebbp.ca.

N'hésitez surtout pas!



Depuis plus de soixante-cinq ans, nous n'avons jamais cessé de travailler en étroite collaboration avec le monde de l'enseignement, et nous voulons continuer de le faire: que vous soyez étudiant ou enseignant, merci de garder le contact avec nous par le moyen qui vous est le plus commode: téléphone, télécopieur, courriel.

L'éditeur

KINÉSIS ÉDUCATION
Bureau 275, 4823, rue Sherbrooke Ouest, Westmount, Québec H3Z 1G7
Téléphone: 514 932-9466 Télécopieur: 514 932-5929
Courriel: cbeullac@ebbp.ca Site: www.ebbp.ca

Graphismes, notations et symboles	
Les fonctions réelles	
À l'étudiant et à l'enseignant	V
Présentation	VIII
Comment est construit votre MAT 5161	X
Attentes de fin de cours	XII

page 3 de couverture

01. FONCTIONS DU SECOND DEGRÉ, RACINE CARRÉE, RATIONNELLE ET PARTIE ENTIÈRE

Mise en situation:	
LES SANDWICHES D'HÉLÈNE	2
1.1. La division d'un polynôme du 2 ^e degré	
à une ou deux variables par un binôme du 1 ^{er} degré	4
1.2. Décomposition en facteurs	11
1.3. Complétion de carré	18
1.4. Factorisation de trinômes à l'aide des racines	24
Pour en savoir un peu plus... : D'où vient la formule quadratique ?	32
1.5. Résolution d'une équation du second degré à une variable	34
1.6. La fonction polynomiale du second degré	40
Pause calculatrice: Représentation graphique d'une fonction quadratique	
à l'aide de la calculatrice graphique	61
1.7. Recherche de la règle d'une fonction polynomiale du second degré	62
1.8. Résolution d'une inéquation du second degré à une variable	69
1.9. Résolution d'une équation racine carrée	77
1.10. La fonction racine carrée	83
1.11. Résolution d'une inéquation racine carrée	97
Pause calculatrice: Représentation graphique d'une fonction racine carrée	
à l'aide de la calculatrice graphique	104
En remontant le cours des siècles: August Ferdinand Möbius (1790–1868)	105
1.12. Résolution d'une équation rationnelle	106
1.13. La fonction rationnelle	110
1.14. Résolution d'une inéquation rationnelle	124
Pause calculatrice: Représentation graphique d'une fonction rationnelle	
à l'aide de la calculatrice graphique	129
1.15. La fonction partie entière	130
Pause calculatrice: Représentation graphique d'une fonction partie entière	
à l'aide de la calculatrice graphique	149
1.16. Vue d'ensemble: synthèse des savoirs	150
Consolidation des savoirs	153
1.17. Situations de vie	166
Situations d'évaluation de fin de chapitre SÉ	177
Évaluation des connaissances	178
Évaluation des compétences	180

02. FONCTIONS EXPONENTIELLES, LOGARITHMIQUES ET TRIGONOMÉTRIQUES

Mise en situation :	
LE RESTAURANT DE GIOVANNI	186
2.1. Résolution d'une équation exponentielle	188
Pour en savoir un peu plus... : Le nombre e	198
En remontant le cours des siècles :	
John Napier (1550-1617) et Henry Briggs (1561-1630)	199
Amusons-nous: Un marché intéressant	200
2.2. La fonction exponentielle	202
Pause calculatrice: Représenter une fonction exponentielle à l'aide de la calculatrice à affichage graphique	215
2.3. Résolution d'une inéquation exponentielle	217
2.4. Résolution d'une équation logarithmique	223
2.5. La fonction logarithmique	231
2.6. Résolution d'une inéquation logarithmique	245
En remontant le cours des siècles: Charles Babbage (1792-1871)	252
Amusons-nous: Voyager de la Terre à la Lune avec... une feuille de papier	253
2.7. Les fonctions sinusoidales	254
2.8. Résolution d'équations et d'inéquations comportant un sinus ou un cosinus	274
2.9. La fonction tangente	290
2.10. Résolution d'équations et d'inéquations du premier degré comportant une tangente	300
2.11. Opérations sur les fonctions	308
2.12. Composition de fonctions	321
2.13. Résolution graphique de situations impliquant des systèmes d'équations ou d'inéquations faisant intervenir divers modèles fonctionnels	327
2.14. Vue d'ensemble: synthèse des savoirs	333
Consolidation des savoirs	335
2.15. Situations de vie	346
Situations d'évaluation de fin de chapitre SÉ	356
Évaluation des connaissances	357
Évaluation des compétences	359
Prêt pour l'évaluation de fin de module ?	362
Révision des connaissances	362
Révision des compétences	393
Glossaire des termes mathématiques	408
Corrigé	417
Index	531
À propos de l'illustrateur et des illustrations...	537

Nos petits plus...

Amusons-nous	200, 253
En remontant le cours des siècles	105, 199, 252
Pause calculatrice	61, 104, 129, 149, 215
Pour en savoir un peu plus...	32, 198

MODÉLISATION ALGÈBRE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE APPLIQUÉ II

Le module MAT 5161, intitulé **Modélisation algébrique et graphique en** touchera plusieurs aspects d'une grande famille de situations d'apprentissage: *Relations entre quantités*. Cette famille regroupe les situations qui comportent un problème pouvant être traité en partie par une représentation fondée sur un modèle fonctionnel algébrique ou graphique exprimant une relation entre quantités. Le module **Modélisation algébrique et graphique en contexte appliqué II** vous fournira l'occasion de poser des actions qui visent à vous rendre apte à exprimer une relation ou un lien de dépendance entre des quantités.

En traitant les situations-problèmes de ce module, vous serez amené, entre autres, à accroître votre familiarisation avec les symboles et les notations liés aux savoirs mathématiques ayant trait aux fonctions et aux réciproques exprimées sous la forme générale, à extrapoler des résultats à l'aide d'une règle algébrique ou d'un graphique ou encore, à utiliser l'échelle appropriée au contexte pour représenter graphiquement la situation-problème afin que cette représentation garde tout son sens par rapport à la situation.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

La résolution des situations-problèmes dans ce cours implique le recours aux trois compétences disciplinaires, soit:

- Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes;
- Déployer un raisonnement mathématique;
- Communiquer à l'aide du langage mathématique.

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Plusieurs compétences transversales peuvent contribuer au traitement de situations de la famille *Relations entre quantités*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours:

Compétence d'ordre méthodologique: *Exploiter les technologies de l'information et de la communication;*

Compétence d'ordre intellectuel: *Exploiter l'information.*

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, vous réactiveriez et approfondirez l'ensemble des savoirs arithmétiques et algébriques acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, vous complétez votre formation en construisant et en vous appropriant les savoirs suivants.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées dans ce cours, vous développerez trois **procédés intégrateurs**:

- La représentation d'une situation par un modèle algébrique ou graphique;
- L'interpolation ou l'extrapolation à partir d'un modèle graphique;
- La généralisation d'un ensemble de situations à l'aide d'un modèle fonctionnel algébrique ou graphique.

SAVOIRS MATHÉMATIQUES**Expressions numériques et algébriques**

SM-1 Complétion de carré

SM-2 Division de polynôme de 2^e degré à une ou deux variables par un binôme
à 1^{er} degré

Tous les savoirs
mathématiques : SM.

On le reconnaît

à ce picto associé

aux Outils mathématiques.

**Fonction et réciproque**

expérimentation, observation, interprétation, description et représentation

différentes fonctions réelles et de leur réciproque

SM-4 Opérations sur les fonctions

SM-5 Description et interprétation des propriétés d'une fonction

SM-6 Interprétation du paramètre additif dans les différents registres
de représentation

SM-7 Résolution d'équations et d'inéquations à une variable

SystemeSM-8 Résolution graphique de situations impliquant des systèmes d'équations
ou d'inéquations faisant intervenir divers modèles fonctionnels

Présentation des *compétences disciplinaires*, des *compétences transversales*, et du contenu disciplinaire visés par le MAT 5161. ➔ page VIII

Les deux pages

Comment est construit votre module.
Vous retrouverez des pages +détaillées un peu +loin à cet extrait.



Votre MAT 5161 est divisé en chapitres :

01 FONCTIONS DU SECOND DEGRÉ, RACINE CARRÉE, RATIONNELLE ET PARTIE ENTIÈRE

En début de chapitre une *mise en situation*, ici : **LES SANDWICHES D'HÉLÈNE.**

Elle est tirée de la vie courante réelle ou virtuelle, et illustre l'utilité de la matière qui sera abordée.

DANS CE CHAPITRE, vous dit ce que vous verrez comme nouvelles notions, à quoi cela sert en mathématique et dans la vie de tous les jours. ➔ page 2

Les chapitres de votre MAT 5161 sont divisés en sections :

1.1. La division d'un polynôme du 2^e degré à une ou deux variables par un binôme du 1^{er} degré



Au début de chaque section : les

Outils mathématiques nécessaires à l'acquisition des *savoirs mathématiques*. Présentation succincte, niveau de langue simple, exemples concrets, illustrations au besoin.

➔ page 4 et suivantes

1.16. Vue d'ensemble : synthèse des savoirs

Un résumé des *savoirs mathématiques* est présenté sous forme de tableau. Il est suivi de *consolidations des savoirs* pour vous aider à maîtriser les nouveaux *savoirs mathématiques*.

➔ page 150 et suivantes

En conclusion du chapitre, des

1.17. Situations de vie

font un *retour sur la mise en situation du début*, laquelle peut maintenant être résolue grâce aux savoirs et compétences acquis dans ce chapitre.

➔ page 166

MAT 5161

PRÊT POUR L'ÉVALUATION DE FIN DE MODULE ?

PREMIÈRE PARTIE Révision des connaissances

Banque de questions portant chacune sur l'un des *savoirs mathématiques* du module.

DEUXIÈME PARTIE Révision des compétences

Banque de *situations-problèmes* permettant de vérifier l'acquisition de toutes les compétences liées à ce module.

➔ page 362

MAT 5161 GLOSSAIRE DES TERMES MATHÉMATIQUES

Un mini-dictionnaire : tous les termes apparaissant en **italique rouge gras** dans le module. ➔ page 408

Et des petits plus....

Amusons-nous

Les mathématiques, un divertissement ? Eh oui... on peut aussi s'amuser en faisant des mathématiques.

➔ page 200



Pause calculatrice

Pratique, la calculatrice ? Bien sûr. Mais il est aussi bien commode — et beaucoup plus futé — de savoir s'en servir.

➔ page 61

ATTENTES DE FIN DE COURS

MAT 5161

Pour savoir où vous allez: la liste des *critères d'évaluation* de ce cours.

➔ page XII

Si on appliquait cette théorie?

Ensuite, des cas concrets en relation avec les *savoirs mathématiques* que vous avez découverts dans les **Outils mathématiques**.

➔ page 5 et suivantes

Activités d'apprentissage

Puis, de la pratique, pour vous aider à acquérir par étapes la ou les *compétences disciplinaires* à atteindre. Vous pouvez facilement repérer ces *activités d'apprentissage* grâce à la bande gris pâle sur la tranche du module.

➔ page 9 et suivantes

UN PEU DE PRATIQUE

Situations-problèmes

UN PEU PLUS DE PRATIQUE

Viennent ensuite des situations plus globales et plus complexes, les *situations-problèmes* qui vous amèneront à maîtriser les *compétences transversales* visées par le MAT 5161. Ces situations se repèrent grâce à la bande gris foncé sur la tranche du module.

➔ page 169 et suivantes

Situations d'évaluation de fin de chapitre

PREMIÈRE PARTIE

Évaluation des connaissances

DEUXIÈME PARTIE

Évaluation des compétences

Ces *SÉ* se trouvent à la fin de chaque chapitre. Elles sont signalées par une bande rouge à rayures blanches sur la tranche. Elles sont en deux parties: la première vous permet de vérifier l'acquisition des connaissances, ou *savoirs mathématiques*; la seconde, l'acquisition des *compétences dites transversales*. ➔ page 177 et suivantes

Corrigé

Il vous donne les solutions de toutes les *activités d'apprentissage*, des *situations-problèmes* et des *consolidations des savoirs*.

Ce corrigé se repère grâce à la bande rouge sur la tranche du module.

➔ page 417 et suivantes

MAT 5161

INDEX

Une table alphabétique des mots-clés et leurs références. ➔ page 531 et suivantes

En tiré à part pour l'enseignant

- Corrigé des **SÉ de fin de chapitre**
- Corrigé du **Prêt pour l'évaluation de fin de module?**
- Grilles d'évaluation

En remontant le cours des siècles

XVIII^e-XIX^e

Un peu d'histoire pour mieux comprendre les mathématiques.

➔ page 105

Pour en savoir un peu plus...

Pour les curieux... un prolongement des connaissances, et de l'enrichissement.

➔ page 32

ATTENTES DE FIN DE COURS

Objectifs visés
par ce cours



Au terme de ce cours, vous serez en mesure de représenter des situations de diverses fonctions dont la fonction sinusoidale. Votre production, juste et claire, sera réalisée dans le respect des règles et des conventions mathématiques. La représentation algébrique ou graphique d'une situation à l'aide de fonctions réelles et d'opérations sur ces dernières vous permettra d'induire des résultats par interpolation ou extrapolation. De plus, vous utiliserez différents registres de représentation pour généraliser le comportement à un ensemble de situations.

CRITÈRES D'ÉVALUATION

- Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes
- Déployer un raisonnement mathématique
- Communiquer à l'aide du langage mathématique*

1. UTILISER DES STRATÉGIES DE RÉOLUTION DE SITUATIONS-PROBLÈMES

- 1.1 Manifestation, orale ou écrite, de la compréhension de la situation-problème
- 1.2 Mobilisation des stratégies et des savoirs mathématiques appropriés

2. DÉPLOYER UN RAISONNEMENT MATHÉMATIQUE

- 2.1 Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés
- 2.2 Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation
- 2.3 Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente

* La compétence 3 « Communiquer à l'aide du langage mathématique » ne fait pas l'objet d'une évaluation spécifique au regard de la sanction et de la reconnaissance. Toutefois, puisqu'elle se manifeste nécessairement dans toute activité mathématique, elle a été prise en compte dans les outils d'évaluation élaborés pour aider les enseignants à porter leur jugement.

MODÉLISATION ALGÈBRE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE APPLIQUÉ II

Votre MAT 5161
est divisé en 2 chapitres
dont voici les titres:



**01. FONCTIONS DU SECOND DEGRÉ,
RACINE CARRÉE, RATIONNELLE
ET PARTIE ENTIÈRE**

**02. FONCTIONS EXPONENTIELLES,
LOGARITHMIQUES ET TRIGONOMÉTRIQUES**

Les situations que vous vivrez dans ce chapitre vous permettront de vous approprier quatre nouvelles fonctions: la fonction du second degré, la fonction racine carrée, la fonction rationnelle et la fonction partie entière. Vous y verrez aussi comment résoudre des équations et des inéquations impliquant ces fonctions.

Mise en situation:

LES SANDWICHES D'HÉLÈNE

En début de chapitre, une mise en situation tirée de la vie courante réelle ou virtuelle qui illustre l'utilité de la matière qui sera abordée.



Hélène a récemment ouvert un comptoir de sandwiches et de boissons dans la foire alimentaire d'un centre commercial. Outre le sourire d'Hélène qui prépare les sandwiches au goût du client et devant lui, on s'y présente pour la fraîcheur des pains et la qualité des ingrédients.

Tous les sandwiches confectionnés par Hélène sont vendus à un prix unique, mais voilà, depuis l'ouverture de son comptoir, Hélène a tenté en vain de déterminer le prix qu'elle devrait fixer pour ses sandwiches qui lui rapporterait le plus.

Hélène a découvert que le nombre de sandwiches vendus au cours d'une journée dépend de leur prix. Hélène ne veut pas exiger un prix trop élevé, car elle ferait ainsi fuir sa clientèle, ni afficher un prix trop bas, car elle diminuerait ainsi ses profits.

Au départ, Hélène avait fixé le prix de ses sandwiches à 8,80 \$. À un tel prix, elle en vendait en moyenne 40 par jour. Après avoir minutieusement observé les habitudes de sa clientèle, Hélène a découvert qu'à chaque fois qu'elle diminue le prix de ses sandwiches de 0,40 \$, elle en vend, en moyenne 10 de plus par jour.

Connaissant votre sens inné des affaires, Hélène vous appelle à l'aide pour que vous déterminiez le prix qu'elle doit fixer pour ses sandwiches de façon à maximiser le revenu de ses ventes.

Le bloc *Dans ce chapitre* vous indique les nouvelles notions que vous apprendrez et quelles seront leurs utilités en mathématiques et dans la vie de tous les jours.



DANS CE CHAPITRE

Quoi de nouveau ?

- Les fonctions quadratique, racine carrée, rationnelle et partie entière et leurs propriétés
- Les équations et inéquations du second degré, rationnelle ou comportant une racine carrée

Qu'est-ce que c'est ?

- Les fonctions quadratique, racine carrée, rationnelle et partie entière expriment le lien de dépendance entre deux variables.

À quoi ça sert en mathématiques ?

- Les fonctions quadratique, racine carrée, rationnelle et partie entière sont quelques exemples des relations fonctionnelles les plus répandues entre deux variables.

À quoi ça servira dans la vie ?

- Les fonctions quadratique, racine carrée, rationnelle et partie entière permettent de représenter des situations concrètes à l'aide de l'algèbre. Elles permettent d'interpoler ou d'extrapoler des valeurs dans de nombreuses situations de la vie courante.

1.1. La division d'un polynôme du 2^e degré à une ou deux variables par un binôme

Chaque chapitre est divisé en sections.



- DANS CETTE SECTION, VOUS APPRENDREZ À DIVISER UN POLYNÔME DU 2^e DEGRÉ PAR UN BINÔME DU PREMIER DEGRÉ.



SM-2

Les outils mathématiques nécessaires à l'acquisition des savoirs mathématiques: **SM**.



Outils mathématiques

Quotient d'un polynôme par un binôme

Pour **diviser un polynôme par un binôme**, on suit les étapes suivantes :

On **ordonne** les termes du dividende et du diviseur en ordre décroissant selon l'**exposant** d'une même variable;

On **divise** le premier terme du dividende par le premier terme du diviseur et on inscrit le résultat au quotient;

On **multiplie** le résultat par chacun des termes du diviseur et on inscrit le résultat au-dessous du dividende;

On **soustrait** le résultat ainsi obtenu du dividende;

On **abaisse** les termes restants du dividende sur la même ligne que le reste obtenu;

On **répète** chacune des étapes précédentes jusqu'à ce que le reste soit un monôme.

Exemple

Diviser le polynôme $(10x + 8x^2 + 8)$ par $(4x + 3)$.

On **ordonne** d'abord les termes des polynômes en ordre décroissant selon les exposants de la variable x :

$$8x^2 + 10x + 8 \quad | \quad 4x + 3$$

On **divise** le **premier terme** du dividende par le **premier terme** du diviseur: $\frac{8x^2}{4x} = 2x$.

On **inscrit** ce résultat **au quotient**, c'est-à-dire **sous le diviseur**.

$$8x^2 + 10x + 8 \quad | \quad 4x + 3$$

$$2x$$

On **multiplie** le résultat qu'on vient d'écrire au quotient par **chacun des termes du diviseur** et on **inscrit** le résultat **sous le dividende**: $2x \cdot (4x + 3) = 8x^2 + 6x$.

$$8x^2 + 10x + 8 \quad | \quad 4x + 3$$

$$8x^2 + 6x$$

On **soustrait** le résultat ainsi obtenu **du dividende**, ce qui correspond à **changer les signes** du résultat obtenu et on **répète** l'opération de soustraction:

$$8x^2 + 10x + 8 \quad | \quad 4x + 3$$

$$-8x^2 + -6x$$

$$4x$$

On **abaisse** le terme restant du dividende sur la même ligne que le résultat de la soustraction, et on **reprend la division**.

$$8x^2 + 10x + 8 \quad | \quad 4x + 3$$

$$-8x^2 + -6x \quad \downarrow$$

$$4x + 8$$

Cet outil comprend des exemples, des démarches détaillées et leurs résolutions.



On **multiplie 2x** par **chacun des termes du diviseur**, puis on **inscrit** le résultat **sous le dividende**: $2x(2x + 3) = 4x^2 + 6x$.

$$\begin{array}{r} 4x^2 + 10x + 6 \\ \underline{4x^2 + 6x} \\ 4x + 6 \end{array} \quad \begin{array}{l} | 2x + 3 \\ \hline 2x \end{array}$$

On **soustrait** le résultat ainsi obtenu du **dividende**:

$$\begin{array}{r} 4x^2 + 10x + 6 \\ \underline{-4x^2 + -6x} \\ 4x + 6 \end{array} \quad \begin{array}{l} | 2x + 3 \\ \hline 2x \end{array}$$

On **abaisse** le terme restant sur la même ligne que le résultat de la soustraction.

$$\begin{array}{r} 4x^2 + 10x + 6 \\ \underline{-4x^2 + -6x} \\ 4x + 6 \end{array} \quad \begin{array}{l} | 2x + 3 \\ \hline 2x \end{array}$$

On **divise** le **premier terme** du nouveau dividende par le **premier terme** du diviseur. $4x \div 2x = 2$. On inscrit ce résultat au quotient:

$$\begin{array}{r} 4x^2 + 10x + 6 \\ \underline{-4x^2 + -6x} \\ 4x + 6 \end{array} \quad \begin{array}{l} | 2x + 3 \\ \hline 2x + 2 \end{array}$$

On **multiplie 2** par **chacun des termes du diviseur** et on **inscrit** le résultat **sous le dividende**: $2(2x + 3) = 4x + 6$.

$$\begin{array}{r} 4x^2 + 10x + 6 \\ \underline{-4x^2 + -6x} \\ 4x + 6 \\ \underline{4x + 6} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} | 2x + 3 \\ \hline 2x + 2 \end{array}$$

On **effectue** la **soustraction**:

$$\begin{array}{r} 4x^2 + 10x + 6 \\ \underline{-4x^2 + -6x} \\ 4x + 6 \\ \underline{-4x + -6} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} | 2x + 3 \\ \hline 2x + 2 \end{array}$$

Le reste de la division est 0. On a donc: $(4x^2 + 10x + 6) \div (2x + 3) = 2x + 2$.

Lorsque le reste de la division est 0, on peut toujours vérifier si le résultat de la division est exact: il suffit de multiplier le quotient par le diviseur. Si le résultat est égal au dividende, alors le résultat est exact:

$$\begin{aligned} (2x + 2)(2x + 3) &= 2x \cdot 2x + 2x \cdot 3 + 2 \cdot 2x + 2 \cdot 3 \\ &= 4x^2 + 6x + 4x + 6 \\ &= 4x^2 + 10x + 6 \end{aligned}$$

Le résultat de la division est bien exact.

Exemple 2

Effectuer la division suivante :

$$(10a^2 - a - 26) \div (2a + 3)$$

Solution

Les termes sont déjà ordonnés dans le dividende et le diviseur **décroissants** de la variable **a**. On **divise** le **premier terme** du dividende par le **premier terme** du diviseur: $10a^2 \div 2a = 5a$. On **inscrit** ce résultat au

$$\begin{array}{r} 10a^2 - a - 26 \\ \underline{5a} \end{array}$$

Le deuxième exemple: à vous de démontrer votre savoir en effectuant la démarche proposée!



On **multiplie** 5a par **chacun des termes du diviseur** et on **inscrit** le résultat **sous le dividende**: $5a(2a + 3) = 10a^2 + 15a$.

$$\begin{array}{r} 10a^2 - a - 26 \\ \underline{10a^2 + 15a} \\ \square + \square \end{array} \quad \begin{array}{r} 2a + 3 \\ \hline 5a \end{array}$$

On **soustrait** le résultat de la multiplication **du dividende** :

$$\begin{array}{r} 10a^2 - a - 26 \\ \underline{-10a^2 + 15a} \\ \square \end{array} \quad \begin{array}{r} 2a + 3 \\ \hline 5a \end{array}$$

On **abaisse** le terme restant sur la même ligne que le résultat de la soustraction :

$$\begin{array}{r} 10a^2 - a - 26 \\ \underline{-10a^2 + 15a} \quad \downarrow \\ -16a - \square \end{array} \quad \begin{array}{r} 2a + 3 \\ \hline 5a \end{array}$$

On **divise** le **premier terme** du nouveau dividende par le **premier terme** du diviseur :

$-16a \div 2a = \square$. On **inscrit** ce résultat au **quotient** :

$$\begin{array}{r} 10a^2 - a - 26 \\ \underline{-10a^2 + 15a} \\ -16a - 26 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2a + 3 \\ \hline 5a - \square \end{array}$$

On **multiplie** -8 par chacun des termes du diviseur et on **inscrit** le résultat **sous le dividende** : $-8(2a + 3) = -16a - 24$.

$$\begin{array}{r} 10a^2 - a - 26 \\ \underline{-10a^2 + 15a} \\ -16a - 26 \\ \underline{-16a - 24} \\ \square \end{array} \quad \begin{array}{r} 2a + 3 \\ \hline 5a - 8 \end{array}$$



On **soustrait** le résultat de la multiplication **du dividende** :

$$\begin{array}{r} 10a^2 - a - 26 \quad | 2a + 3 \\ -10a^2 + -15a \quad \quad \quad 5a - 8 \\ \hline -16a - 26 \\ -16a - -24 \\ \hline \end{array}$$

Vous avez certainement obtenu le résultat: $(10a^2 - a - 26) \div (2a + 3) = 5a - 8$ **reste -2**

ou $5a - 8 - \frac{2}{2a + 3}$.

Augmentez votre habileté à effectuer des divisions de polynômes avec les **Activités d'apprentissage** qui suivent.

1. Effectuer les divisions suivantes.

a) $a^2 + 5ab + 6b^2$ $\overline{) a + 2b}$

d) $-8x^2 + 6x +$

Des activités d'apprentissage afin de vous pratiquer à acquérir par étapes la ou les compétences disciplinaires.



b) $4x^2 - 8x + 3$ $\overline{) 2x - 3}$

e) $12y^2 - 15y + 3$ $\overline{) 4y - 1}$

De l'espace fourni afin de vous faciliter la tâche en écrivant à même le module! Aucune feuille volante!



c) $48b^2 + 22b + 3$ $\overline{) 6b + 2}$

f) $15a^2 - 10a - 5$ $\overline{) 5a - 5}$

Une mention tout au bas vous indique à quelle page vous trouverez le corrigé afin de vous vérifier.



1.16. Vue d'ensemble : synthèse des savoirs

Nous arrivons à la fin du chapitre portant sur les fonctions quadratique, racine carrée, rationnelle et partie entière. Avant de vous attaquer aux **Situations-problèmes** plus globales qui vont conclure ce chapitre, voici un résumé des *savoirs mathématiques* que vous avez acquis jusqu'à présent.

Résumé des savoirs mathématiques

Division d'un polynôme par un binôme

On divise un polynôme par un binôme de la même façon qu'on divise un

Exemple

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 5x - 3 \quad | \quad x + 3 \\ -2x^2 + -6x \quad \quad \quad 2x - 1 \\ \hline -x - 3 \\ -x - 3 \\ \hline 0 \end{array}$$

Donc, $(2x^2 + 5x - 3) \div (x + 3) = 2x - 1$.

Décomposition en facteurs

Mise en évidence simple:

$$8x^2 - 12x + 16 = 4(2x^2 - 3x + 4)$$

Mise en évidence double:

$$\begin{aligned} 5x^2 - 10x + 3xy - 6y &= 5x(x - 2) + 3y(x - 2) \\ &= (x - 2)(5x + 3y) \end{aligned}$$

Différence de deux carrés:

$$25x^2 - 16 = (5x + 4)(5x - 4)$$

Trinôme de la forme $x^2 + bx + c$:

On cherche deux nombres dont le produit est c et dont la somme est b .

$$x^2 + 8x + 15 = (x + 3)(x + 5)$$

Trinôme de la forme $ax^2 + bx + c$:

On cherche deux nombres dont le produit est ac et dont la somme est b .

$$\begin{aligned} 2x^2 + 7x + 6 &= 2x^2 + 3x + 4x + 6 \\ &= x(2x + 3) + 2(2x + 3) \\ &= (2x + 3)(x + 2) \end{aligned}$$

Complétion de carré

La complétion de carré est une méthode algébrique qui consiste à additionner à une expression de la forme $x^2 + bx$ un nombre c tel que l'expression $x^2 + bx + c$ devienne un trinôme carré parfait.

Factorisation de trinômes à l'aide des racines

On peut également factoriser un trinôme à l'aide de ses racines. Si les racines d'un trinôme sont x_1 et x_2 , alors la décomposition du trinôme est: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Résolution d'une équation du 2^e degré à une variable

On résout une équation du 2^e degré à une variable:

Par décomposition en facteurs;

À l'aide de la formule quadratique: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Un résumé des savoirs mathématiques de ce chapitre vous est présenté.



Résumé des savoirs mathématiques suite

Les différents types de fonctions

Les divers types de fonctions de ce chapitre sont :

Type de fonction	Règle	Représentation graphique
Quadratique	<p>Forme canonique: $f(x) = a(x - h)^2 + k$</p> <p>Forme factorisée: $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$</p> <p>Forme générale: $f(x) = ax^2 + bx + c$</p>	
Racine carrée	$f(x) = a\sqrt{b(x - h)} + k$	
Rationnelle	<p>Forme canonique: $f(x) = \frac{a}{b(x - h)} + k$</p> <p>Forme générale: $f(x) = \frac{Ax + B}{Cx + D}$, où $Cx + D \neq 0$</p>	
Partie entière	$f(x) = a[b(x - h)] + k$	



Résumé des savoirs mathématiques *suite*

Rôle des paramètres

Le **paramètre a** représente le facteur de **dilatation verticale**: l'ordonnée de chaque couple de la fonction de base est multipliée par a; un **signe négatif** de a implique une **réflexion** par rapport à l'axe horizontal.

L'**inverse du paramètre b**, soit $\frac{1}{b}$, représente le facteur de dilatation horizontale: l'abscisse de chaque couple de la fonction de base est divisée par b; un **signe négatif** de b implique une **réflexion** par rapport à l'axe vertical.

Le **paramètre h** représente une **translation horizontale** vers la droite si $h > 0$, ou vers la gauche si $h < 0$.

Le **paramètre k** représente une **translation verticale** vers le haut si $k > 0$, ou vers le bas si $k < 0$.

Les propriétés des fonctions

Les propriétés des fonctions auxquelles nous nous intéressons sont: le domaine et le codomaine, la croissance et la décroissance, les extremums, le signe et les coordonnées à l'origine.

Le **domaine** d'une fonction correspond à l'ensemble des valeurs que peut prendre sa variable indépendante, x .

Le **codomaine** d'une fonction correspond à l'ensemble des valeurs que peut prendre sa variable dépendante, y ou $f(x)$.

Une fonction est **croissante** sur un intervalle de son domaine si, lorsque la variable indépendante augmente, la variable dépendante augmente aussi.

Une fonction est **décroissante** sur un intervalle de son domaine si, lorsque la variable indépendante augmente, la variable dépendante diminue.

Le **maximum** d'une fonction, si la fonction est limitée, correspond à la valeur maximale de son codomaine.

Le **minimum** d'une fonction, si la fonction est limitée, correspond à la valeur minimale de son codomaine.

Une fonction est **positive** sur un intervalle donné en x si, sur cet intervalle, les valeurs de $f(x)$ sont supérieures ou égales à zéro, c'est-à-dire $f(x) \geq 0$.

Une fonction est **négative** sur un intervalle donné en x si, sur cet intervalle, les valeurs de $f(x)$ sont inférieures ou égales à zéro, c'est-à-dire $f(x) \leq 0$.

Une **abscisse à l'origine** ou un **zéro** d'une fonction est la valeur de l'abscisse à un point de rencontre de f avec l'axe des abscisses, c'est-à-dire une valeur de x pour laquelle $f(x) = 0$.

L'**ordonnée à l'origine** d'une fonction est la valeur de l'ordonnée au point de rencontre de f avec l'axe des ordonnées, c'est-à-dire la valeur de $f(0)$.

La réciproque d'une fonction

La **réciproque** d'une fonction est la relation obtenue lorsqu'on intervertit les rôles de la variable indépendante et de la variable dépendante.

La **réciproque d'une fonction polynomiale du second degré** est une relation comportant deux fonctions racine carrée.

La **réciproque d'une fonction racine carrée** est une fonction polynomiale du second degré limitée par l'abscisse de son sommet.

La **réciproque d'une fonction rationnelle** est une fonction rationnelle.

Résolution d'une inéquation

Pour résoudre une inéquation liée à l'un des types de fonctions, on résout d'abord l'équation, puis on procède graphiquement pour trouver l'ensemble-solution de l'inéquation.

Consolidation des savoirs

1. Effectuer les divisions suivantes.

a) $(10x^2 - 23x + 12) \div (2x - 3)$

c) $(-8a^2 - 16a) \div (-4a)$

Des consolidations des savoirs vous sont offertes afin de mieux les maîtriser.



b) $(-18a^2 + 36ab - 16b^2) \div (-3a + 2b)$

d) $(-24x^2 + 23xy + 16y^2) \div (-3x + 4y)$

1.17. Situations de vie

Vous avez exploré de nouvelles fonctions: la fonction polynomiale de degré 2, la fonction racine carrée, la fonction rationnelle et la fonction partie entière. Vous avez appris à représenter graphiquement ces fonctions et en avez déterminé les propriétés. C'est le moment de mettre à profit vos nouvelles connaissances pour venir en aide à votre amie Hélène.

Retour à la mise en situation:

AMÉLIORER SES PROFITS DANS LA RESTAURATION GRÂCE AUX FONCTIONS



Un retour à la situation de vie qui peut maintenant être résolue grâce aux savoirs et compétences que vous avez acquis jusqu'à présent.



Hélène a ouvert un comptoir de sandwiches dans un centre commercial. Tous les sandwiches confectionnés par Hélène sont vendus à un prix unique, mais Hélène n'arrive pas à déterminer le prix qu'elle devrait fixer pour ses sandwiches de façon à maximiser ses revenus.

Hélène a découvert que le nombre de sandwiches vendus au cours d'une journée dépend de leur prix. Connaissant votre sens inné des affaires, Hélène vous appelle à l'aide pour que vous déterminiez le prix qu'elle doit fixer pour ses sandwiches de façon à maximiser le revenu de ses ventes.

1. Les sandwiches d'Hélène.

Hélène avait initialement fixé le prix de ses sandwiches à 8,80 \$. À ce prix, elle en vendait en moyenne 40 par jour. À chaque fois qu'elle diminue le prix de 0,40 \$, elle en vend 10 de plus par jour.

Déterminer quel doit être le prix d'un sandwich pour qu'Hélène maximise le montant de ses ventes en une journée.

Toujours de l'espace
fourni afin d'écrire
vos développements!

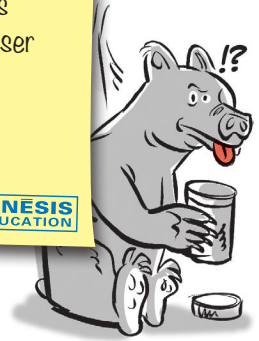


1. Les ours bruns.

Sur l'Île-à-Tony, le nombre d'ours a évolué selon une f...
carrée depuis 2016. Voici un tableau donnant le nomb...

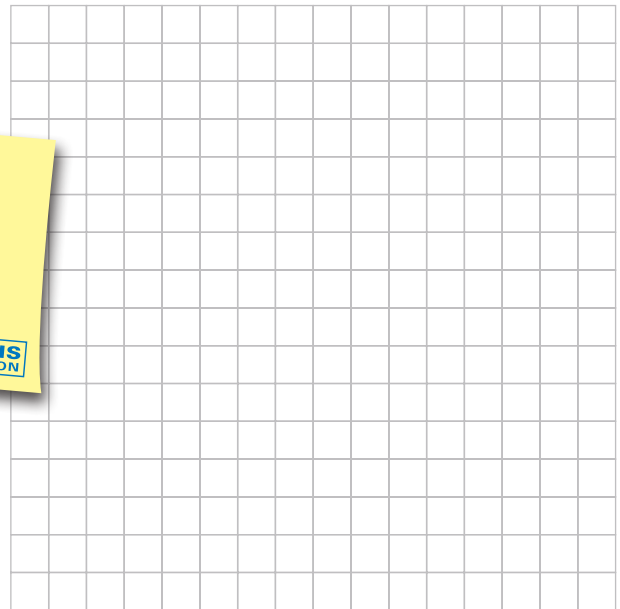
Année	Nombre d'ours bruns sur l'île
2016	30
2017	35
2020	40

Ces situations-problèmes sont plus globales et plus complexes afin de maîtriser les compétences transversales visées par ce module.



En supposant que la population des ours bruns sur l'Île-à-Tony continue d'évoluer de la même façon, déterminer à partir de quelle année, il y aura au moins 50 ours sur cette île.

Des éléments graphiques, tel qu'ici une grille vous évitant les feuilles quadrillées volantes.



Avant de continuer et pour conclure cette première étape

Pour terminer ce chapitre traitant des **fonctions quadratique, racine carrée, rationnelle et partie entière**, et pour vous assurer de bien maîtriser les notions que vous y avez découvertes, vous traiterez maintenant des **SÉ**. Les solutions de ces situations ne sont pas dans votre module : votre enseignante ou votre enseignant en fera la correction.

Avant d'aborder ces **SÉ**, nous vous recommandons de noter, sur une feuille, les formules, les énoncés, et même des exemples que vous jugez importants. Vous pouvez utiliser cette feuille comme aide-mémoire.

Présentez une solution claire et complète et ne demandez l'aide de personne. Cela vous permettra de vous évaluer, et de connaître les exigences et les attentes de fin d'étape. Ce faisant, vous pourrez, si vous constatez certaines lacunes, les corriger avant de poursuivre.

Cette auto-évaluation vous permettra aussi de savoir si vous répondez aux attentes fixées pour cette étape du MAT 5161, et si vous êtes prêt à aborder la prochaine étape. Étape par étape, vous arriverez à la fin du cours. Avec succès, n'en doutez pas.

Bon travail !

Ces situations d'évaluation se trouvent à la fin de chaque chapitre et sont divisées en 2 parties. Votre enseignant(e) en fera la correction.



01 PREMIÈRE PARTIE

Évaluation des connaissances

1. Représenter...

Ces situations d'évaluation vous permettent de vérifier l'acquisition des connaissances et des compétences dites transversales.



01 DEUXIÈME PARTIE

Évaluation des compétences

5. L'achalandage.

Lors de l'exposition...

Félicitations, vous êtes près de la fin, le questionnaire qui suit a été préparé pour vous permettre d'évaluer vos forces et vos faiblesses dans ce module. Le corrigé de ce questionnaire ne se trouve pas dans votre module. Votre enseignant en fera la correction.

La première partie de ce questionnaire porte sur les savoirs mathématiques de ce cours. Dans la deuxième partie de cette rubrique, vous trouverez dix situations-problèmes pour démontrer vos compétences liées à ce module : utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes et déployer un raisonnement mathématique. Bonne révision !

PREMIÈRE PARTIE**Révision des connaissances****1. Effectuer...**

Cette section est constituée de 2 banques d'exercices dont votre enseignant(e) en fera la correction : ceci dans le but d'évaluer vos forces et vos faiblesses.

**DEUXIÈME PARTIE****Révision des compétences**

Voici enfin le dernier virage avant l'examen : une banque de 10 situations-problèmes portant sur la modélisation algébrique et graphique en contexte appliqué. Faites-en bon usage !

1. L'usine d'assemblage des pièces de plastique.

Sur une chaîne de...

abscisse à l'origine

Une abscisse à l'origine, ou un zéro, est une valeur de x pour laquelle y vaut 0. C'est l'abscisse du point de rencontre d'une courbe avec l'axe horizontal.

amplitude

L'amplitude d'une fonction sinusoïdale est égale à la demi-différence entre le maximum et le minimum de la fonction.

angle au centre

Un angle au centre est un angle formé par deux rayons. Le sommet de l'angle coïncide avec le centre du cercle.

arc cosinus

L'arc cosinus d'une valeur a est la mesure de l'angle dont la valeur du cosinus est a .

arc sinus

L'arc sinus d'une valeur a est la mesure de l'angle dont la valeur du sinus est a .

arc tangente

L'arc tangente d'une valeur a est la mesure de l'angle dont la valeur de la tangente est a .

asymptote

Une asymptote est une droite dont une courbe se rapproche sans jamais la croiser.

axe de symétrie

L'axe de symétrie est une droite par rapport à laquelle une courbe est symétrique.

base

La base est une variable ou un nombre affecté d'un exposant.

cercle trigonométrique

Le cercle trigonométrique est un cercle de rayon 1 centré à l'origine du plan cartésien.

codomaine

Le codomaine d'une fonction f , aussi appelé image, qu'on note $\text{codom } f$ ou $\text{ima } f$, correspond à l'ensemble des valeurs que peut prendre la variable dépendante, généralement y .

01 FONCTIONS DU SECOND DEGRÉ, RACINE CARRÉE, RATIONNELLE ET PARTIE ENTIÈRE

Activités d'apprentissage

1.1. La division d'un polynôme du 2^e degré à une ou deux variables par un binôme du 1^{er} degré

1. p. 9

$$\begin{array}{r} a) \quad a^2 + 5ab + 6b^2 \quad | \begin{array}{l} a+2b \\ a+3b \end{array} \\ \underline{-a^2 - 2ab} \\ 3ab + 6b^2 \\ \underline{-3ab - 6b^2} \\ 0 \end{array}$$

Le quotient est $a + 3b$.

$$\begin{array}{r} b) \quad 4x^2 - 8x + 3 \quad | \begin{array}{l} 2x-3 \\ 2x-1 \end{array} \\ \underline{-4x^2 - 6x} \\ -2x + 3 \\ \underline{-2x - 3} \\ 0 \end{array}$$

Le quotient est $2x - 1$.

$$\begin{array}{r} c) \quad 48b^2 + 22b + 3 \quad | \begin{array}{l} 6b+2 \\ 8b+1 \end{array} \\ \underline{-48b^2 - 16b} \\ 6b + 3 \\ \underline{-6b - 2} \\ 1 \end{array}$$

Le quotient est $8b + 1$ reste 1 ou $8b + 1 + \frac{1}{6b + 2}$.

$$\begin{array}{r} d) \quad -8x^2 + 6x + 38 \quad | \begin{array}{l} 2x-5 \\ -4x-7 \end{array} \\ \underline{-8x^2 + 20x} \\ -14x + 38 \\ \underline{-14x - 35} \\ 3 \end{array}$$

Le quotient est $-4x - 7$ reste 3 ou $-4x - 7 + \frac{3}{2x - 5}$.

$$\begin{array}{r} e) \quad 12y^2 - 15y + 3 \quad | \begin{array}{l} 4y-1 \\ 3y-3 \end{array} \\ \underline{-12y^2 - 3y} \\ -12y + 3 \\ \underline{-12y - 3} \\ 0 \end{array}$$

Le quotient est $3y - 3$.

$$\begin{array}{r} f) \quad 15a^2 - 10a - 5 \quad | \begin{array}{l} 5a-5 \\ 3a+1 \end{array} \\ \underline{-15a^2 - 15a} \\ 5a - 5 \\ \underline{-5a - 5} \\ 0 \end{array}$$

Le quotient est $3a + 1$.

Un corrigé aéré, élaboré avec une démarche détaillée, qui vous permet de vous vérifier de façon autonome, pour toutes les Activités d'apprentissage.



1.17. Situations de vie

1. Les sandwiches d'Hélène.

p. 167

Posons x le nombre de diminution du prix de 0,40 \$.

Nombre de diminutions de 0,40 \$	Prix d'un sandwich	Nombre de sandwiches vendus	
0	8,80 \$	40	
1	$8,80 \$ - 1 \times 0,40 \$ = 8,40 \$$	$40 + 1 \times 10 = 50$	
2	$8,80 \$ - 2 \times 0,40 \$ = 8,00 \$$	$40 + 2 \times 10 = 60$	$8,00 \$ \times 60 = 480 \$$
...
x	$8,80 - 0,40x$	$40 + 10x$	$(8,80 - 0,40x)(40 + 10x)$

Un corrigé aéré, élaboré avec une démarche détaillée, qui vous permet de vous vérifier de façon autonome, pour toutes les Situations de vie.



Le montant des ventes obéit à une fonction polynomiale du second degré :

$$V(x) = (8,80 - 0,40x)(40 + 10x)$$

$$V(x) = 352 + 88x - 16x - 4x^2$$

$$V(x) = -4x^2 + 72x + 352$$

Le maximum d'une telle fonction est atteint au sommet de la parabole :

$$h = \frac{-b}{2a}$$

$$h = \frac{-72}{2 \cdot (-4)}$$

$$h = \frac{-72}{-8}$$

$$h = 9$$

Le montant des ventes est maximal pour $x = 9$:

$$\text{Prix d'un sandwich : } 8,80 \$ - 9 \cdot 0,40 \$ = 5,20 \$$$

Le montant des ventes est maximal pour un coût unitaire de 5,20 \$.

2. La chaîne de charcuterie.

p. 168

$$D(p) \geq 100$$

$$-125\sqrt{150p} + 3850 \geq 100$$

$$-125\sqrt{150p} \geq 100 - 3850$$

$$-125\sqrt{150p} \geq -3750$$

$$\sqrt{150p} \leq \frac{-3750}{-125}$$

$$\sqrt{150p} \leq 30$$

On résout l'équation $\sqrt{150p} = 30$.

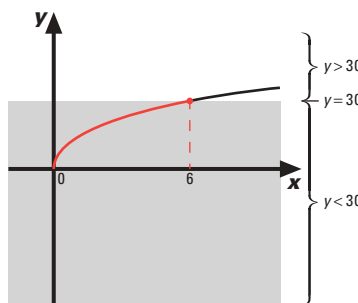
$$(\sqrt{150p})^2 = 30^2$$

$$150p = 900$$

$$p = \frac{900}{150}$$

$$p = 6$$

Le commerçant devrait annoncer ses douzaines de saucisses au plus à 6 \$.



1. Les ours bruns.

p. 169

Recherche de la règle de la fonction :

Désignons par x le nombre d'années écoulées depuis 2016.Le sommet est le point $(0, 30)$. La règle de la fonction est de la forme $f(x) = a$ La courbe passe par le point $(1, 35)$:

$$35 = a\sqrt{1} + 30$$

$$35 = a + 30$$

$$35 - 30 = a$$

$$5 = a$$

La règle de la fonction est : $f(x) = 5\sqrt{x} + 30$.

Calcul de l'année où la population des ours sera d'au moins 50 :

$$f(x) \geq 50$$

$$5\sqrt{x} + 30 \geq 50$$

$$5\sqrt{x} \geq 50 - 30$$

$$5\sqrt{x} \geq 20$$

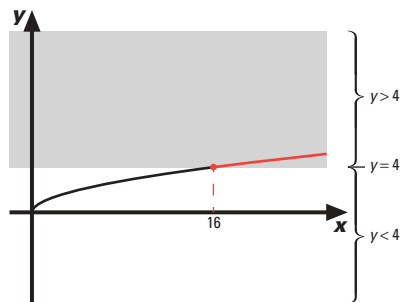
$$\sqrt{x} \geq \frac{20}{5}$$

$$\sqrt{x} \geq 4$$

On résout l'équation $\sqrt{x} = 4$.

$$(\sqrt{x})^2 = 4^2$$

$$x = 16$$



$$2016 + 16 = 2032$$

Il y aura au moins 50 ours sur l'île à partir de 2032.

Un corrigé aéré, élaboré avec une démarche détaillée, qui vous permet de vous vérifier de façon autonome, pour toutes les Situations-problèmes.

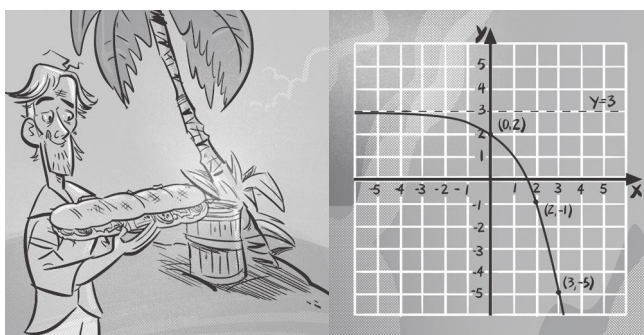
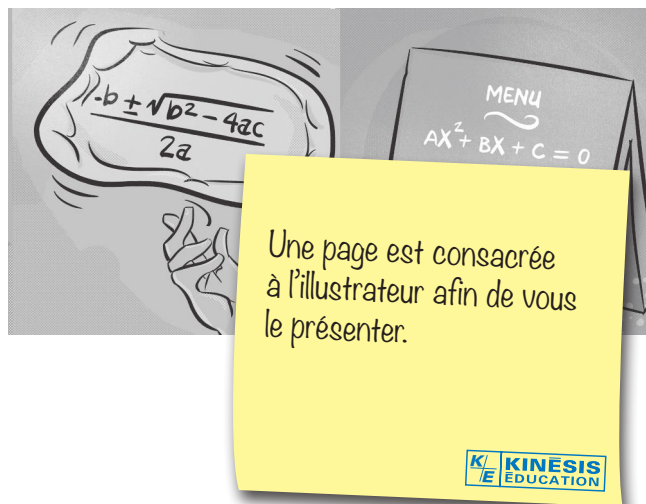


MOTS	CHAPITRE 1	CHAPITRE 2
Abscisse à l'origine	49, 55, 85, 88, 113, 115, 136, 138, 152	206, 208, 236, 238, 293
Amplitude		257
Angle au centre		254
Arc cosinus		274
Arc sinus		275
Arc tangente		300, 301, 302
Asymptote	110, 111, 112, 113, 114, 115, 116	202, 203, 206, 207, 208, 231, 232, 234, 238, 239, 291, 292, 293, 294, 295, 296
Base		188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 206, 210, 218, 219, 224, 236
Cercle trigonométrique		254, 255, 274, 275, 278
Codomaine	48, 49, 54, 84, 85, 87, 113, 115, 136, 138, 152	206, 207, 236, 238, 261, 265, 293, 295, 308, 312, 314, 334
Complétion de carré	18, 19, 45, 46, 47, 150	
Composée de deux fonctions		321, 334
Coordonnées à l'origine	48, 49, 54, 55, 84, 85, 88, 115, 138, 152	208, 238, 295, 308, 312, 334
Cosinus		255, 256, 258, 259, 261, 262, 263, 264, 266, 268, 274, 275, 276, 278, 290
Déphasage		259, 261, 263, 265, 266, 294
Différence de deux carrés	12, 15, 18, 19, 69, 150	
Discriminant	25, 26	



À propos de l'illustrateur et des illustrations...

Les illustrations des couvertures et les illustrations que vous trouverez au fil des pages de ce module sont des illustrations originales, commandées pour notre collection à Paul Bordeleau, illustrateur québécois, auteur de bandes dessinées et illustrateur-éditorialiste pour l'hebdomadaire *Voir* de 1992 à 2004, et pour le journal *La Presse* en 2001 et 2002. En 2003, il a pris la relève de Garnotte et de Gité comme illustrateur de nos collections.

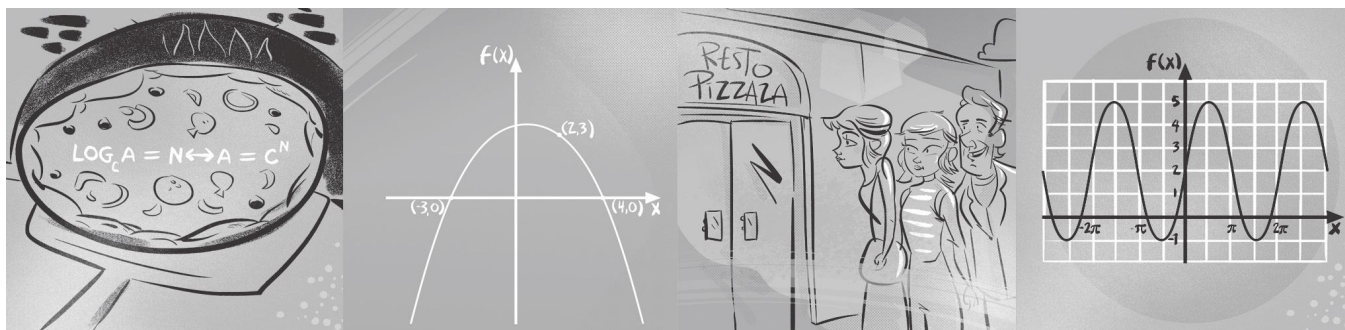


En 2009, il était l'un des bédéistes invités au festival *BoomFest* de Saint-Pétersbourg, en Russie. Il a illustré entre autres le générique de la télésérie *La Galère* à Ici Radio-Canada. En 2016, il a participé au projet *Correspondances* de Lyon.

Dans la collection MAT, ses illustrations sont parfois conçues comme de petites pauses détente au fil des chapitres.

D'autres fois, elles sont des illustrations essentielles à la compréhension et à la résolution des situations qui vous sont présentées.

Dans les pages d'ouverture des chapitres, elles illustrent la situation concrète qui vous amène à vous plonger dans la réalité mathématique des activités d'apprentissage et des situations-problèmes. Ces activités et ces situations vous permettent d'acquérir la maîtrise des savoirs mathématiques visée par le module.



Vous voulez en savoir plus sur Paul Bordeleau?
Voici ses coordonnées : www.paulbordeleau.com

D'où vient la formule quadratique ?

Vous vous demandez certainement d'où vient la formule quadratique. Eh bien, cette formule peut être obtenue à partir de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$, dans laquelle on isole la variable x .

Si vous êtes curieux, suivez le raisonnement ci-dessous.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

On divise chaque terme de l'équation par a .

$$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0$$

On déplace le terme constant pour qu'il se retrouve dans le membre droit de l'équation.

$$x^2 + \frac{bx}{a} = -\frac{c}{a}$$

On complète l'expression du membre gauche de l'équation en ajoutant un terme qui en fait un carré parfait. On ajoute ce même terme au membre droit de l'équation.

$$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

On factorise le membre gauche de l'équation : le trinôme $x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$ est le carré parfait de $x + \frac{b}{2a}$.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

On exprime le membre droit de l'équation sur un dénominateur commun.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

On élimine le carré dans le membre gauche de l'équation en extrayant la racine carrée de chaque membre de l'équation.

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

On transforme l'expression du membre droit de l'équation en appliquant la racine carrée au numérateur et au dénominateur.

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{\sqrt{4a^2}}$$

On extrait la racine carrée du dénominateur : $\sqrt{4a^2} = 2a$, car $2a \times 2a = 4a^2$.

Pour les curieux,
un prolongement
des connaissances
et de l'enrichissement.



Représentation graphique d'une fonction quadratique à l'aide graphique

On peut obtenir la représentation graphique d'une fonction quadratique à l'aide d'une calculatrice à affichage graphique. On doit simplement saisir la règle de la fonction dans l'éditeur «Y=» et appuyer sur la touche **GRAPH** et le graphique s'affichera automatiquement.

Exemple

Représenter graphiquement la fonction $f(x) = 2(x + 3)^2 - 5$ à l'aide d'une calculatrice graphique.

Solution

- Appuyer sur la touche **Y=**.
- Saisir l'expression $2(x + 3)^2 - 5$ à la suite de «Y₁=» à l'aide des touches **2**, **(**, **x,t,θ,n**, **+**, **3**, **)**, **x²**, **-**, **5** et **ENTER**.

```

Plot1 Plot2 Plot3
Y1=2(X+3)²-5
Y2=
Y3=
Y4=
Y5=
Y6=
Y7=

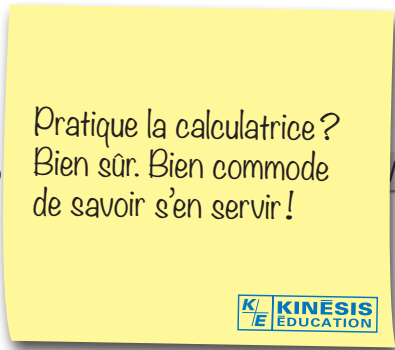
```

- Vérifier si l'échelle des axes est adéquate en appuyant sur la touche **WINDOW**.

```

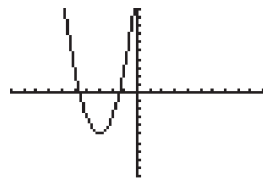
WINDOW
Xmin=-10
Xmax=10
Xscl=1
Ymin=-10
Ymax=10
Yscl=1
Xres=1

```



Pour cette équation, des axes gradués de -10 à 10 conviennent parfaitement.

- Afficher le graphique en appuyant sur la touche **GRAPH**.



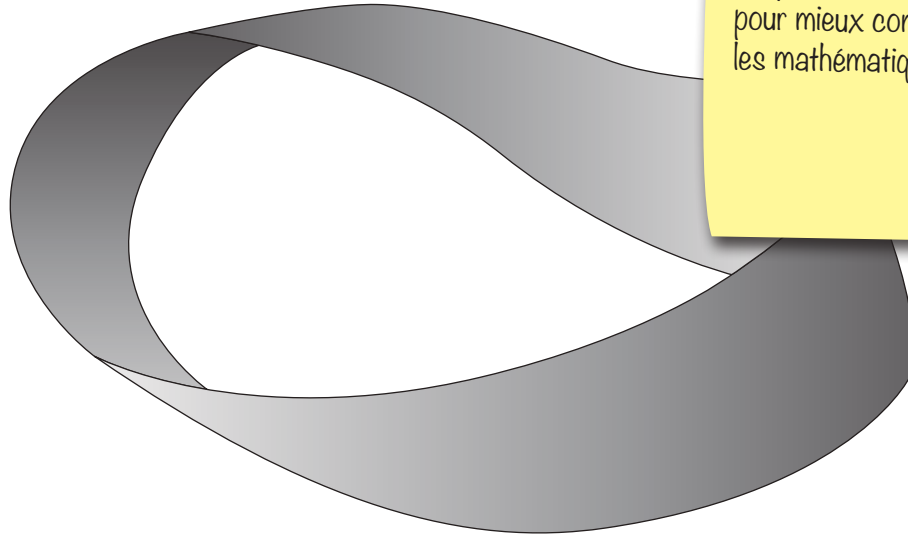
Avez-vous obtenu le même graphique?

Les petits plus...

**August Ferdinand Möbius (1790–1868)**

On dit qu'en 1805 un meunier prit contact avec le mathématicien allemand August Ferdinand Möbius pour lui soumettre son problème : les lanières de cuir des roues d'entraînement de son moulin s'usaient trop rapidement, et d'un seul côté. Möbius résolut le problème du meunier : il coupa les bandes de cuir en deux, tourna l'une des faces de 180° et reconnecta les deux extrémités. À partir de ce jour, le meunier usa ses lanières de cuir des deux côtés, et deux fois moins vite.

En résolvant le problème du meunier d'une façon simple et ingénieuse, Möbius créa ce qui allait être appelé plus tard la « bande de Möbius », ou encore le « ruban de Möbius ». Une curieuse propriété de cette bande est qu'elle ne comporte qu'un côté. La bande de Möbius a donc cette particularité que l'extérieur se confond avec l'intérieur.



Un peu d'histoire
pour mieux comprendre
les mathématiques.



Un marché intéressant

On ne sait ni où ni quand cette histoire se passa, ni même si elle est véridique. Mais cette curiosité mathématique vaut assurément la peine d'être écrite et lue.

Un jour, un voyageur fit la connaissance d'un millionnaire.

« Toi et moi, nous allons faire un marché, dit le voyageur. Pendant un mois, je te donnerai chaque matin une somme de 100 000 dollars. Mais ce ne sera pas pour rien: il faudra que, le premier jour, tu me paies un cent.

- Un seul cent? demanda le millionnaire, qui n'en croyait pas ses oreilles.
- Un seul cent, répondit le voyageur. Le deuxième jour, ce sera deux cents.
- Et après? questionna le millionnaire.
- Le troisième jour, tu me paieras quatre cents, le quatrième jour huit cents, le cinquième jour seize cents, et ainsi de suite, en doublant chaque jour la somme versée la veille, jusqu'à ce que le mois se termine.
- Et ensuite? demanda le millionnaire, de plus en plus intrigué.
- C'est tout, je ne demande rien d'autre. Il faut s'en tenir à l'engagement: je t'apporterai chaque matin 100 000 \$ et tu me donneras en échange la somme convenue. Mais il ne faut pas s'arrêter avant la fin du mois. »

« Échanger des centaines de milliers de dollars contre quelques cents, il faut être idiot pour proposer un tel marché, et encore plus pour laisser passer l'occasion », pensa le millionnaire. « Marché conclu, répondit-il. Apporte l'argent dès demain matin, et je te paierai chaque jour rubis sur l'ongle ! » Le millionnaire n'avait qu'une appréhension: le voyageur se présenterait-il à leur premier rendez-vous? « Il s'agit là d'une affaire beaucoup trop désavantageuse pour lui », se disait-il.

Pourtant, le matin suivant, le voyageur apporta au riche homme la somme de 100 000 \$.

« J'ai l'argent, dit le voyageur. Et toi, as-tu le tien? »

Comme convenu, le millionnaire remit au voyageur une pièce d'un cent. Ce dernier regarda la pièce, la soupesa et l'enfouit dans sa poche. Le millionnaire se demanda si le voyageur ne se rendrait pas compte de sa stupidité et s'il ne reprendrait pas ses 100 000 \$ en lui demandant de rompre le marché. Il n'en fit rien. Le lendemain matin, le voyageur apporta au millionnaire une somme de 100 000 \$ qu'il échangea au millionnaire contre 0,02 \$, et le lendemain 0,04 \$ pour le lendemain matin. Le jour suivant, le voyageur fut fidèle et apporta ses 100 000 \$ contre 0,04 \$.

Le 4^e jour, le voyageur reçut 0,08 \$;

le 5^e jour, 0,16 \$;

le 6^e jour, 0,32 \$;

le 7^e jour, 0,64 \$.

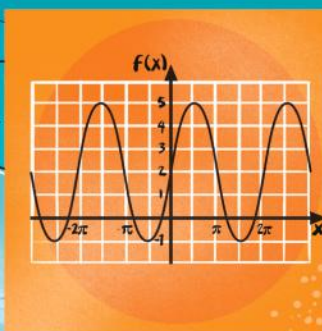
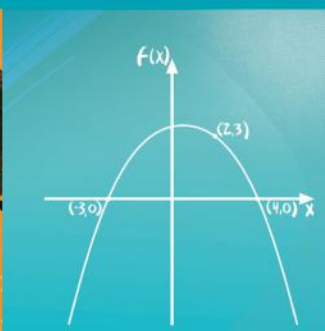
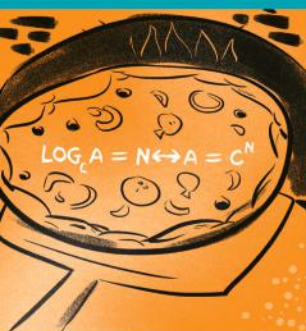
On peut s'amuser
en faisant
des mathématiques!

Le MAT 5161

Vise l'acquisition de deux grandes compétences transversales : exploiter les technologies de l'information et de la communication et exploiter l'information. Au moyen de trois procédés intégrateurs : la représentation d'une situation par un modèle algébrique ou graphique, l'interpolation ou l'extrapolation à partir d'un modèle graphique et la généralisation d'un ensemble de situations par un modèle fonctionnel algébrique ou graphique.

MAT_{TS} 5161 2

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE



Notre maison n'a qu'une seule et unique raison d'être depuis sa création il y a plus d'un demi-siècle : publier des ouvrages de qualité irréprochable, de bonne tenue, aux contenus solides, privilégiant des démarches en accord avec les principes des différentes approches pédagogiques, et libres de tout compromis de caractère purement commercial.



401 1706

Florence Grandchamp
Drita Neziri
Abdelkader Amara
Raymond Thériault

ÉDITION
2022

MODÉLISATION ALGÈBRIQUE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE APPLIQUÉ II

MAT
A_{TS}
5161 2

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE

Ce document est disponible
gratuitement pour
l'enseignant(e). Il suffit
d'en faire la demande
à editions@ebbp.ca

 KINESIS
EDUCATION

TIRÉ À PART

Corrigé des *Situations d'évaluation de fin de chapitre*

Grilles d'évaluation

Corrigé du *Prêt pour l'évaluation de fin de module?*

 KINESIS
EDUCATION

L'éditeur permet la reproduction
de ce document.