

Florence Grandchamp
Drita Neziri
Abdelkader Amara
Raymond Thériault

**MODÉLISATION
ALGÈBRIQUE ET GRAPHIQUE
EN CONTEXTE GÉNÉRAL I**

MAT
A^{CST}
4151 1

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE



Graphismes, notations et symboles

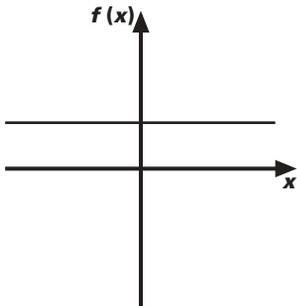
(x, y)	couple de coordonnées x et y
\mathbb{R}	ensemble des nombres réels
\mathbb{Z}	ensemble des nombres entiers
$d_1 \parallel d_2$	la droite d_1 est parallèle à la droite d_2
$d_1 \perp d_2$	la droite d_1 est perpendiculaire à la droite d_2
$f(x)$	f de x : l'unique valeur de y associée à la valeur de x par la fonction f
f^{-1}	réciproque de la fonction f
$\text{dom } f$	domaine de la fonction f
$\text{codom } f$	codomaine de la fonction f
$\text{ima } f$	image de la fonction f
$\min f$	minimum de la fonction f
$\max f$	maximum de la fonction f
∞	infini
$[2, 3[$	intervalle de 2 fermé à 3 ouvert
\in	appartenant à
\emptyset	ensemble vide
x^2	carré de x
$\sqrt{400}$	racine carrée de 400
\pm	plus ou moins
a^m	a exposant m
$a < 0$	a est plus petit que 0
$b > 1$	b est plus grand que 1
$[x]$	partie entière du nombre x
$\{0, 1, 2, 3\}$	ensemble des nombres 0, 1, 2 et 3
T	période d'une fonction périodique
\neq	n'est pas égal à

Rappel de quelques notions



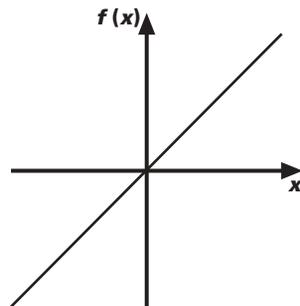
Les différents types de fonction

Fonction constante



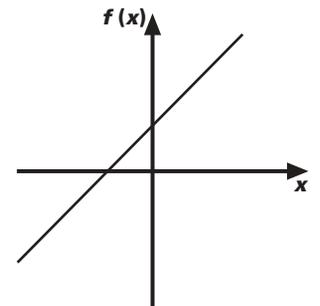
$$f(x) = b$$

Fonction linéaire



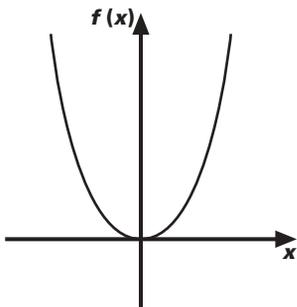
$$f(x) = ax$$

Fonction affine



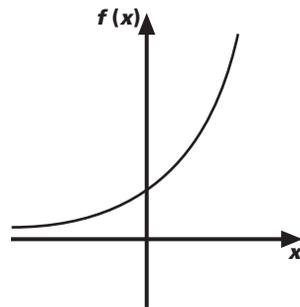
$$f(x) = ax + b$$

Fonction quadratique



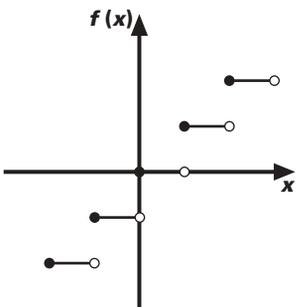
$$f(x) = ax^2$$

Fonction exponentielle



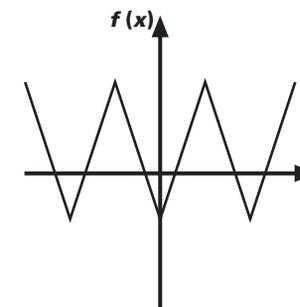
$$f(x) = ab^x$$

Fonction partie entière



$$f(x) = a [bx]$$

Fonction périodique



$$f(x) = f(x + T), \text{ où } T \text{ est la période}$$

MODÉLISATION ALGÈBRE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE GÉNÉRAL I

Conforme au Programme



MAT A_{CST} 4151 1

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE

NE ME JETEZ PAS !
GARDEZ-MOI
COMME AIDE-MÉMOIRE



Car « *la mémoire est une faculté qui oublie* »
... en maths comme en toutes choses.

CE LIVRE APPARTIENT À : _____

La collection



Des titres
de la collection MAT
au catalogue



FORMATION DE BASE COMMUNE:

Présecondaire

MAT P101 4 MAT P102 3 MAT P103 2 MAT P104 4

Secondaire 1

MAT 1101 3 MAT 1102 3

Secondaire 2

MAT 2101 3 MAT 2102 3

Mise À Niveau

MAN P100 MAN 1100 MAN 2100

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE:

Secondaire 3

MAT 3051 2 MAT 3052 2 MAT 3053 2

Secondaire 4

CST **MAT 4151 1** MAT 4152 1 MAT 4153 2

TS MAT 4261 2 MAT 4262 2 MAT 4263 2

SN MAT 4271 2 MAT 4272 2 MAT 4273 2

Secondaire 5

CST MAT 5150 2 MAT 5151 1 MAT 5152 1

TS MAT 5160 2 MAT 5161 2 MAT 5163 2

SN MAT 5170 2 MAT 5171 2 MAT 5173 2

FORMATION À DISTANCE:

Secondaire 1, 2 et 3

Tous les guides d'apprentissage du secondaire 1, 2 et 3 ont été adaptés pour les besoins de la formation à distance. Pour en savoir plus: voyez notre site www.ebbp.ca

Secondaire 4 et 5 — *En préparation*

Ouvrages déjà parus au catalogue:

MAT 1005 2	MAT 1006 2	MAT 1007 2	MAT 2006 2	MAT 2007 2	MAT 2008 2
MAT 3015 2	MAT 3016 2	MAT 3017 2			
MAT 4101 2	MAT 4102 1	MAT 4103 1	MAT 4104 2	MAT 4105 1	MAT 4106 1
MAT 4107 1	MAT 4108 1	MAT 4109 1	MAT 4110 1	MAT 4111 2	
MAT 5101 1	MAT 5102 1	MAT 5103 1	MAT 5104 1	MAT 5105 1	MAT 5106 1
MAT 5107 2	MAT 5108 2	MAT 5109 1	MAT 5110 1	MAT 5111 2	MAT 5112 1
MAN 1000	MAN 2000	MAN 3000		MAT 1005 FAD à MAT 5112 FAD	



L'ensemble des titres admissibles de notre production bénéficie du soutien financier du gouvernement du Canada.

Communication et pédagogie	Christiane Beullac
Composition et index	Audrey d'Amboise Francisca Martinez Galvez Valérie Tardif
Conseiller en mathématiques	Raymond Thériault
Correction	Jonathan Crête
Direction de la collection	
• contenu éditorial	Célestin de La Grange Annie Lopez
• contenu mathématique	Florence Grandchamp
• infographie et production	Francine Plante
Ideatrice	Marianne Delaroche
Illustrations	Paul Bordeleau
Informatique éditoriale	Francisca Martinez Galvez
Maquette de la couverture	Jean-Sébastien Lajeunesse Michel Lajeunesse
Maquette de l'ouvrage	Célestin de La Grange Francine Plante
Réécriture	Jonathan Crête
Révision mathématique	Sylvain Gervais

À propos de photocopie

Photocopier sans permission un imprimé — une œuvre complète ou un passage d'une œuvre —, c'est aussi plagier. C'est aussi s'approprier indûment le fruit du travail d'un auteur.

Et, la plupart du temps, la photocopie gâte l'œuvre, et fait perdre le bénéfice de cinq cents ans de pratique de l'imprimerie: c'est un péché contre l'esprit, en plus d'être un acte malhonnête.

Photocopier sans permission: c'est voler.

Méprisons la photocopie sauvage. Méprisons le vol.

Droits d'auteur et droits de reproduction

Toutes les demandes de reproduction doivent être acheminées à: Copibec (reproduction papier) 514 288-1664 1 800 717-2022 licences@copibec.qc.ca

© Œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute reproduction interdite sans autorisation de l'éditeur.

Tout usage en location ou prêt est interdit sans autorisation écrite octroyée par Kinésis éducation inc.

Impression Imprimerie Héon & Nadeau

Éditrice déléguée Francine Plante / Les Éditions Jules Châtelain

Page des crédits



Pour en savoir plus sur l'illustrateur et sur les illustrations de votre module, voir p. 431



À L'ÉTUDIANT ET À L'ENSEIGNANT POUR CETTE PREMIÈRE ÉDITION 2019

Vous avez en main la première édition du module MAT 4151, quatrième module de notre collection MAT FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE.

Les auteurs, les correcteurs, les réviseurs et toute l'équipe éditoriale et technique ont fait de leur mieux pour que cet ouvrage respecte l'esprit et la lettre du programme, et réponde à vos attentes et à vos besoins. Mais nul, ni rien, n'est parfait sur terre: moins que quiconque, nous prétendons avoir atteint la perfection, même après révision et correction.

Les auteurs et l'éditeur demandent aux utilisateurs – étudiants et enseignants – de leur faire part de leurs commentaires et de leurs suggestions le plus tôt possible pour que nous puissions dès la prochaine impression apporter les retouches, les modifications ou les ajouts qui se révéleraient nécessaires.

D'autre part, n'hésitez pas à nous signaler coquilles ou erreurs si vous en trouvez: **nous ne procédons jamais à une réimpression sans avoir d'abord effectué les corrections ou les retouches nécessaires.** Un ouvrage didactique n'est pas une œuvre immuable, au contraire, c'est un outil perfectible et en perpétuel devenir.

Avec la collaboration de toutes et de tous, nous pourrions ensemble améliorer et raffiner, au fil des ans, un document dont nous voudrions qu'il soit pour vous l'outil rêvé. Nous ferons tout pour qu'il le devienne.

Écrivez-nous, téléphonez-nous, ou adressez-nous un courriel à l'adresse **cbeullac@ebbp.ca**, la responsable des communications et notre responsable de la correspondance. Nous accusons toujours réception de la correspondance reçue des utilisateurs. Vous pouvez aussi nous visiter sur le site www.ebbp.ca.

N'hésitez surtout pas!



Depuis plus de soixante-cinq ans, nous n'avons jamais cessé de travailler en étroite collaboration avec le monde de l'enseignement, et nous voulons continuer de le faire: que vous soyez étudiant ou enseignant, merci de garder le contact avec nous par le moyen qui vous est le plus commode: téléphone, télécopieur, courriel.

L'éditeur

KINÉSIS ÉDUCATION

Bureau 275, 4823, rue Sherbrooke Ouest, Westmount, Québec H3Z 1G7

Téléphone: 514 932-9466 Télécopieur: 514 932-5929

Courriel: cbeullac@ebbp.ca Site: www.ebbp.ca

Graphismes, notations et symboles	V
Les différents types de fonction	V
À l'étudiant et à l'enseignant	VIII
Présentation	VIII
Comment est construit votre MAT 4151	X
Attentes de fin de cours	XII

page 3 de couverture

01. SYSTÈMES D'ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ À DEUX INCONNUES

Mise en situation:	
LA RÉCEPTION DE MARIAGE	2
1.1. Équation d'une droite	4
1.2. Position relative de deux droites	13
Amusons-nous: Les illusions d'optique	32
1.3. Résolution d'un système d'équations du premier degré à deux variables à l'aide d'une table de valeurs	34
1.4. Résolution graphique d'un système d'équations du premier degré à deux variables	42
1.5. Résolution d'un système d'équations du premier degré à deux variables à l'aide de la méthode de comparaison	55
1.6. Résolution d'un système d'équations du premier degré à deux variables à l'aide de la méthode de substitution	64
1.7. Résolution d'un système d'équations du premier degré à deux variables à l'aide de la méthode d'élimination	73
1.8. Résolution d'une situation à l'aide d'un système de deux équations à deux variables	84
Amusons-nous: Le dollar manquant	100
1.9. Vue d'ensemble: synthèse des savoirs	101
Consolidation des savoirs	104
1.10. Situations de vie	114
Situations d'évaluation de fin de chapitre SÉ	128
Évaluation des connaissances	129
Évaluation des compétences	133

02. RELATION, FONCTION ET RÉCIPROQUE

Mise en situation :

PRENDRE UN PETIT COUP, C'EST AGRÉABLE... **136****2.1.** Les fonctions représentées graphiquement par une droite **138****2.2.** La fonction polynomiale du second degré **157**En remontant le cours des siècles: Carl Friedrich Gauss (1777–1855) **181**Pour en savoir un peu plus... : L'addition de nombres naturels consécutifs **182****2.3.** La fonction exponentielle **183**Amusons-nous: Le jeu d'échecs et la puissance des exposants **213**En remontant le cours des siècles: Pierre de Fermat (1601–1665) **214****2.4.** La fonction en escalier **215****2.5.** Fonction périodique **233****2.6.** La fonction définie par parties **248****2.7. Vue d'ensemble: synthèse des savoirs** **262**Consolidation des savoirs **265****2.8.** Situations de vie **273****Situations d'évaluation de fin de chapitre SÉ** **288**Évaluation des connaissances **289**Évaluation des compétences **292****Prêt pour l'évaluation de fin de module ?** **298**Révision des connaissances **298**Révision des compétences **313**Glossaire des termes mathématiques **335**Corrigé **342**Index **425**À propos de l'illustrateur et des illustrations... **431****Nos petits plus...**Amusons-nous **32, 100, 213**En remontant le cours des siècles **181, 214**Pour en savoir un peu plus... **182**

Le module MAT 4151, intitulé **Modélisation algébrique et graphique en** touchera plusieurs aspects d'une grande famille de situations d'apprentissage: *Relation entre quantités*. Cette famille regroupe les situations qui comportent un problème pouvant être traité en partie par une représentation fondée sur un modèle algébrique ou graphique exprimant une relation entre quantités, dans une perspective générale. Le module **Modélisation algébrique et graphique en contexte général I** vous donnera l'occasion de poser des actions en vue d'établir des relations ou des liens de dépendance entre des quantités.

En traitant les situations-problèmes de ce module, vous serez amené, entre autres, à dégager les règles et les conditions qui déterminent le nombre de solutions du système et à procéder à des généralisations, à construire des liens entre les formes algébrique et graphique durant l'étude des systèmes d'équations ou encore, à chercher à extrapoler des résultats à l'aide d'une règle algébrique ou d'un graphique.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

La résolution des situations-problèmes de ce cours implique le recours aux trois compétences disciplinaires, soit:

- Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes;
- Déployer un raisonnement mathématique;
- Communiquer à l'aide du langage mathématique.

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Plusieurs compétences transversales peuvent être développées en vue du traitement de situations de la famille *Relation entre quantités*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours:

Compétence d'ordre intellectuel: *Exercer son jugement critique;*

Compétence d'ordre méthodologique: *Exploiter les technologies de l'information et de la communication.*

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, vous réactiveriez et approfondirez l'ensemble des savoirs arithmétiques et algébriques acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, vous complèterez votre formation en vous appropriant les savoirs propres à ce cours.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées dans ce cours, vous développerez trois **procédés intégrateurs** énoncés comme suit:

- La représentation d'une situation par un modèle algébrique ou graphique;
- L'interpolation ou l'extrapolation à partir d'un modèle algébrique ou graphique;
- La généralisation d'un ensemble de situations à l'aide d'un modèle algébrique ou graphique.

SAVOIRS MATHÉMATIQUES**Relation, fonction et réciproque**

SM-1 Expérimentation, observation, interprétation, description
et représentation de fonctions réelles

Tous les savoirs
mathématiques : SM.
On le reconnaît
à ce picto associé
aux Outils mathématiques.



description et interprétation des propriétés des fonctions réelles
à l'aide d'une représentation graphique

représentation d'une situation à l'aide de droites

SM-4 Résolution de systèmes d'équations du 1^{er} degré à deux variables

MODÉLISATION ALGÈBRE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE GÉNÉRAL I PRÉSENTATION

Présentation des *compétences disciplinaires*, des *compétences transversales*, et du contenu disciplinaire visés par le MAT 4151. ➔ page VIII

COMMENT EST CON

Les deux pages

Comment est construit votre module.
Vous retrouverez des pages +détaillées un peu +loin à cet extrait.



Votre MAT 4151 est divisé en chapitres :

01

SYSTÈMES D'ÉQUATIONS
DU PREMIER DEGRÉ
À DEUX INCONNUES

En début de chapitre une *mise en situation*, ici : **LA RÉCEPTION DE MARIAGE.**

Elle est tirée de la vie courante réelle ou virtuelle, et illustre l'utilité de la matière qui sera abordée.

DANS CE CHAPITRE, vous dit ce que vous verrez comme nouvelles notions, à quoi cela sert en mathématique et dans la vie de tous les jours. ➔ page 2

Les chapitres de votre MAT 4151 sont divisés en sections :

1.1. Équation d'une droite



Au début de chaque section : les **Outils mathématiques** nécessaires à l'acquisition des *savoirs mathématiques*. Présentation succincte, niveau de langue simple, exemples concrets, illustrations au besoin.

➔ page 4 et suivantes

1.9. Vue d'ensemble : synthèse des savoirs

Un résumé des *savoirs mathématiques* est présenté sous forme de tableau. Il est suivi de *consolidations des savoirs* pour vous aider à maîtriser les nouveaux *savoirs mathématiques*.

➔ page 101 et suivantes

En conclusion du chapitre, des

1.10. Situations de vie

font un *retour sur la mise en situation du début*, laquelle peut maintenant être résolue grâce aux savoirs et compétences acquis dans ce chapitre.

➔ page 114

MAT
4151

PRÊT POUR L'ÉVALUATION
DE FIN DE MODULE ?

PREMIÈRE PARTIE Révision des connaissances

Banque de questions portant chacune sur l'un des *savoirs mathématiques* du module.

DEUXIÈME PARTIE Révision des compétences

Banque de *situations-problèmes* permettant de vérifier l'acquisition de toutes les compétences liées à ce module.

➔ page 298

MAT 4151 GLOSSAIRE DES TERMES MATHÉMATIQUES

Un mini-dictionnaire : tous les termes apparaissant en **italique rouge gras** dans le module. ➔ page 335

Et des petits plus....

Amusons-nous

Les mathématiques, un divertissement ? Eh oui... on peut aussi s'amuser en faisant des mathématiques.

➔ page 32

En remontant le cours des siècles

XVIII^e – XIX^e

Un peu d'histoire pour mieux comprendre les mathématiques.

➔ page 181

ATTENTES DE FIN DE COURS

MAT 4151

Pour savoir où vous allez: la liste des *critères d'évaluation* de ce cours.

➔ page XII

Si on appliquait cette théorie?

Ensuite, des cas concrets en relation avec les *savoirs mathématiques* que vous avez découverts dans les **Outils mathématiques**.

➔ page 7 et suivantes

Activités d'apprentissage

Puis, de la pratique, pour vous aider à acquérir par étapes la ou les *compétences disciplinaires* à atteindre. Vous pouvez facilement repérer ces *activités d'apprentissage* grâce à la bande gris pâle sur la tranche du module.

➔ page 10 et suivantes

UN PEU DE PRATIQUE

Situations-problèmes

Viennent ensuite des situations plus globales et plus complexes, les *situations-problèmes* qui vous amèneront à maîtriser les *compétences transversales* visées par le MAT 4151. Ces situations se repèrent grâce à la bande gris foncé sur la tranche du module.

➔ page 119 et suivantes

UN PEU PLUS DE PRATIQUE

Situations d'évaluation de fin de chapitre

PREMIÈRE PARTIE

Évaluation des connaissances

DEUXIÈME PARTIE

Évaluation des compétences

Ces *SÉ* se trouvent à la fin de chaque chapitre. Elles sont signalées par une bande rouge à rayures blanches sur la tranche. Elles sont en deux parties: la première vous permet de vérifier l'acquisition des connaissances, ou *savoirs mathématiques*; la seconde, l'acquisition des *compétences dites transversales*. ➔ page 128 et suivantes

Corrigé

Il vous donne les solutions de toutes les *activités d'apprentissage*, des *situations-problèmes* et des *consolidations des savoirs*.

Ce corrigé se repère grâce à la bande rouge sur la tranche du module.

➔ page 342 et suivantes

MAT 4151

INDEX

Une table alphabétique des mots-clés et leurs références. ➔ page 425 et suivantes

En tiré à part pour l'enseignant

- Corrigé des **SÉ de fin de chapitre**
- Corrigé du **Prêt pour l'évaluation de fin de module?**
- Grilles d'évaluation

Pour en savoir un peu plus...

Pour les curieux... un prolongement des connaissances, et de l'enrichissement.

➔ page 182

Au terme de ce cours, vous serez en mesure de représenter des situations de l'algèbre. Votre représentation, juste et claire, sera réalisée dans le respect de règles et de conventions mathématiques. La représentation algébrique ou graphique d'une situation à l'aide de fonctions réelles et de leur réciproque vous permettra de déduire des résultats par interpolation ou extrapolation. De plus, vous utiliserez différents registres de représentation pour généraliser les caractéristiques similaires d'un ensemble de situations.

CRITÈRES D'ÉVALUATION

- Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes
- Déployer un raisonnement mathématique
- Communiquer à l'aide du langage mathématique*

1. UTILISER DES STRATÉGIES DE RÉOLUTION DE SITUATIONS-PROBLÈMES

- 1.1 Manifestation, oralement ou par écrit, d'une compréhension adéquate de la situation-problème
- 1.2 Mobilisation de stratégies et de savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème

2. DÉPLOYER UN RAISONNEMENT MATHÉMATIQUE

- 2.1 Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés
- 2.2 Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation
- 2.3 Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente

* La compétence 3 « Communiquer à l'aide du langage mathématique » ne fait pas l'objet d'une évaluation spécifique au regard de la sanction et de la reconnaissance. Toutefois, puisqu'elle se manifeste nécessairement dans toute activité mathématique, elle a été prise en compte dans les outils d'évaluation élaborés pour aider les enseignants à porter leur jugement.

Votre MAT 4151
est divisé en 2 chapitres
dont voici les titres:



MODÉLISATION ALGÈBRIQUE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE GÉNÉRAL I

**01. SYSTÈMES D'ÉQUATIONS DU
PREMIER DEGRÉ À DEUX INCONNUES**

02. RELATION, FONCTION ET RÉCIPROQUE

Dans ce chapitre, vous apprendrez tout ce qu'il faut savoir au sujet des systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues. Vous verrez la résolution graphique et diverses méthodes de résolution algébrique des systèmes d'équations et appliquerez ces méthodes à la résolution de situations de la vie courante.

Mise en situation:

LA RÉCEPTION DE MARIAGE

En début de chapitre, une mise en situation tirée de la vie courante réelle ou virtuelle qui illustre l'utilité de la matière qui sera abordée.



Hospitalisée après avoir eu un accident de vélo, votre meilleure amie vous a confié la gestion de son commerce pendant sa convalescence. Elle possède une salle de réception pour l'organisation de réceptions de mariage. Elle vous assure que tout marche tout seul: il ne reste qu'un seul mariage à organiser et il ne reste qu'une salle libre. Elle a prévenu ses employés que vous la remplacerez pour quelques semaines. Placé devant le fait accompli, vous acceptez.

Une fois sur place, on vous informe qu'il y a DEUX mariages et UNE seule salle libre. Et surtout, pas question de jumeler les deux réceptions dans une même salle... Vous devrez choisir l'un des deux mariages tout en tenant compte du nombre d'invités et du budget des mariés. Vous avez jusqu'à demain soir pour confirmer le contrat à un client, et annoncer à l'autre que vous devez le refuser.



Le couple Diaz-Castillo s'est arrêté sur l'option A, c'est-à-dire la location de la salle décorée, le repas 6 services et l'alcool pour un montant total de 100 \$ par invité. S'ajoute à ces frais un montant de 1 500 \$ pour l'animation et la musique. Comme le père de la mariée possède une boulangerie, il confectionnera lui-même le gâteau de mariage.

Le couple Tremblay-Lacombe a choisi l'option B, c'est-à-dire la location de la salle décorée, le repas 7 services et l'alcool, pour un montant total de 110 \$ par invité. À ces frais s'ajoute le coût du gâteau de mariage d'une valeur de 600 \$. Le cousin du marié est DJ professionnel et assurera l'animation et la musique.

Comment résoudrez-vous cette situation, c'est-à-dire choisir l'un des deux mariages tout en justifiant mathématiquement votre choix? Pas de panique, vous trouverez dans ce chapitre toutes les astuces mathématiques qui vous permettront de faire un choix éclairé. Par contre, nous sommes désolés, nous n'avons ici aucune astuce pour annoncer la mauvaise nouvelle au perdant...

Le bloc *Dans ce chapitre* vous indique les nouvelles notions que vous apprendrez et quelles seront leurs utilités en mathématiques et dans la vie de tous les jours.

DANS CE CHAPITRE

Quoi de nouveau ?

- Les systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues

Qu'est-ce que c'est ?

- Une équation du premier degré à deux variables est un modèle algébrique exprimant un lien de dépendance entre quantités. Un système d'équations est un ensemble de deux équations.

À quoi ça sert en mathématiques ?

- En algèbre, un système d'équations sert à traduire les liens existant entre des variables. Un système d'équations permet de traiter des situations qui requièrent une représentation par un modèle algébrique ou graphique.

À quoi ça servira dans la vie ?

- La résolution des systèmes d'équations nous permet de résoudre des situations qui font appel à l'analyse et à la prise de décision.



1.1. Équation d'une droite

Chaque chapitre est divisé en sections.



- DANS CETTE SECTION, VOUS FEREZ LE LIEN ENTRE L'ÉQUATION D'UNE DROITE ET SA REPRÉSENTATION GRAPHIQUE.



SM-3

Les outils mathématiques nécessaires à l'acquisition des savoirs mathématiques: SM.



Outils mathématiques

Équation d'une droite – Représentation graphique d'une droite – Détermination de l'équation d'une droite à partir de la pente et des coordonnées d'un point – Détermination de l'équation d'une droite à partir des coordonnées de deux points

1. Équation d'une droite

On écrit généralement l'**équation d'une droite** sous la forme $y = ax + b$ où **a** est la **pente** de la droite et **b** est son **ordonnée à l'origine**. La **pente** est un nombre exprimant la mesure de l'**inclinaison** de la droite. L'**ordonnée à l'origine** est l'**ordonnée** du point de rencontre de la droite avec l'axe des ordonnées. L'ordonnée à l'origine, **b**, indique que la droite passe par le point **(0, b)**.

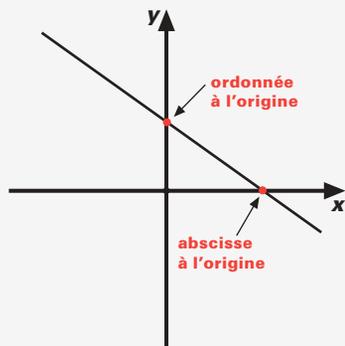
Exemple

$y = -\frac{2}{3}x + 4$ représente l'équation de la droite dont la **pente** $a = -\frac{2}{3}$ et l'**ordonnée à l'origine** $b = 4$.

Remarques :

Il est important de ne pas confondre **abscisse à l'origine** et **ordonnée à l'origine**.

L'**ordonnée à l'origine** est la **valeur de y** lorsque **x vaut 0**, tandis que l'**abscisse à l'origine** est la **valeur de x** lorsque **y vaut 0**.



Tous les termes apparaissant en italique rouge gras se retrouvent au glossaire des termes mathématiques.



On exprime l'équation de toute droite sous la forme $y = ax + b$, sauf les droites verticales dont l'équation se ramène à la forme $x = k$ où k est la valeur de l'abscisse de tout point de la droite. Si la droite est horizontale, son équation se ramène à la forme $y = k$ où k est la valeur de l'ordonnée de tout point de la droite.

2. Représentation graphique d'une droite

On représente graphiquement une droite à partir des coordonnées de **deux** de ses **points**. On peut aussi représenter une droite à partir de sa **pente** et de son **ordonnée à l'origine** ou de sa **pente** et des coordonnées de l'un de ses **points**.

Pour **représenter graphiquement une droite à partir des coordonnées de deux de ses points**, on situe les deux points sur le plan cartésien et on trace la droite passant par ces points.





Outils mathématiques suite

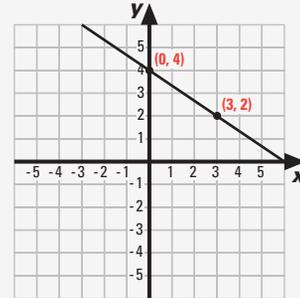
Exemple

$$y = \frac{-2}{3}x + 4$$

$$y = \frac{-2}{3} \cdot 0 + 4 = 4$$

$$y = \frac{-2}{3} \cdot 3 + 4 = 2$$

x	y
0	4
3	2



Pour **représenter graphiquement une droite à partir de sa pente et de son ordonnée à l'origine** (ou des coordonnées de l'un de ses points), on situe, sur le plan cartésien, le **point** correspondant à l'ordonnée à l'origine (ou le point dont les coordonnées sont connues) puis on utilise la définition de la **pente**, c'est-à-dire la variation verticale divisée par la variation horizontale, pour trouver un **deuxième point** et on trace ensuite une droite reliant ces deux points.

Exemple 1

On considère la droite d'équation $y = \frac{3}{2}x - 1$.

L'**ordonnée à l'origine**, b, de la droite est -1 : la droite passe par le point **(0, -1)**.

La pente de la droite est $\frac{3}{2}$: à partir du point (0, -1),

on se déplace **verticalement** de **3 unités** vers le **haut**, puis **horizontalement** de **2 unités** vers la **droite** pour trouver un nouveau point de la droite.

On **trace** une droite reliant ces points.

Cet outil comprend des exemples, des démarches détaillées et leurs résolutions.

Exemple 2

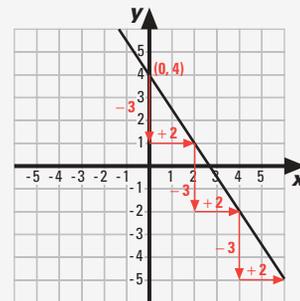
On considère la droite d'équation $y = \frac{-3}{2}x + 4$.

L'**ordonnée à l'origine**, b, de la droite est 4 : la droite passe par le point **(0, 4)**.

La pente de la droite est $\frac{-3}{2}$: à partir du point (0, 4),

on se déplace **verticalement** de **3 unités** vers le **bas**, puis **horizontalement** de **2 unités** vers la **droite** pour trouver un nouveau point de la droite.

On **trace** une droite reliant ces points.





Outils mathématiques suite

3. Détermination de l'équation d'une droite à partir de la pente et des coordonnées d'un point

Lorsqu'on recherche l'équation d'une droite à partir de la pente et des coordonnées d'un point, on suit les étapes suivantes :

Dans l'équation $y = ax + b$, on **remplace** le paramètre **a** par la **pente** donnée.

Dans cette même équation, on **remplace x et y** par les **coordonnées (x, y)** du point donné.

On **isole** le paramètre **b** afin de déterminer sa valeur.

On **écrit l'équation** de la droite sous la forme $y = ax + b$ avec les valeurs des paramètres **a** et **b**.

Exemple

Déterminer l'équation de la droite passant par le point (2, -2) dont la pente est $\frac{-5}{2}$.

$$y = ax + b$$



La pente de la droite est $\frac{-5}{2}$:

$$y = \frac{-5}{2}x + b$$



La droite passe par le point (2, -2) :

$$-2 = \frac{-5}{2} \cdot 2 + b$$

$$-2 = -5 + b$$

$$-2 + 5 = b$$

$$b = 3$$

L'équation de la droite est :

$$y = \frac{-5}{2}x + 3.$$

4. Détermination de l'équation d'une droite à partir des coordonnées de deux points

Lorsqu'on recherche l'équation d'une droite à partir des coordonnées de deux points, on suit les étapes suivantes :

On **calcule** d'abord la valeur de la **pente** à l'aide de la formule suivante :

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Une fois la valeur de a calculée, on procède de la même façon que précédemment :

Dans l'équation $y = ax + b$, on **remplace** le paramètre **a** par la valeur de la **pente** précédemment déterminée.

Dans cette même équation, on remplace **x et y** par les coordonnées **(x, y)** de l'un des deux points donnés (au choix).

On isole le paramètre **b** afin de trouver sa valeur.

On écrit l'équation de la droite sous la forme $y = ax + b$ avec les valeurs des paramètres **a** et **b**.

Exemple

Écrire l'équation de la droite passant par les points (1, 5) et (2, 8).

On calcule d'abord la valeur de la pente de la droite :

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$a = \frac{8 - 5}{2 - 1}$$

$$a = 3$$



Outils mathématiques suite

On détermine l'équation de la droite: $y = ax + b$

La pente est 3:

$$y = 3x + b$$

La droite passe par le point (1, 5):

$$5 = 3 \cdot 1 + b$$

$$5 = 3 + b$$

$$b = 2$$

L'équation de la droite est:

$$y = 3x + 2.$$

Notez que l'équation obtenue aurait été la même si on avait utilisé les coordonnées du point (2, 8).

Si on appliquait cette théorie?

- LES EXEMPLES SUIVANTS VOUS AIDERONT À VOUS FAMILIARISER AVEC LES ÉQUATIONS DES DROITES.

Exemple 1

On considère la droite passant par le point (3, 1) dont la pente

Déterminer l'équation de cette droite.

Solution

On cherche l'équation de la droite sous la forme $y = ax + b$.

Dans cette équation, on remplace le **paramètre a** par la valeur de la **pente**, c'est-à-dire $\frac{3}{4}$, et les variables **x** et **y** par les coordonnées du point **(3, 1)**.

$$y = ax + b$$

La **pente** est $\frac{3}{4}$:

$$y = \frac{3}{4}x + b$$

La droite passe par le point (3, 1): $1 = \frac{3}{4} \cdot 3 + b$

$$1 = \frac{9}{4} + b$$

$$1 - \frac{9}{4} = b$$

$$b = -\frac{5}{4}$$

On écrit donc l'équation: $y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$.

Des cas concrets en relation avec les savoirs mathématiques. Celui-ci comprend au moins 2 exemples: Le premier est détaillé avec une démarche élaborée.



Exemple 2

On considère la droite qui passe par les points (2, -7) et (-2, 3).

Déterminer l'équation de cette droite.

Solution

On **calcule** d'abord la valeur de la **pente** :

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$a = \frac{3 - (-7)}{-2 - 2}$$
$$a = \frac{\boxed{}}{-4} \text{ ou } \frac{\boxed{}}{2}$$

Le deuxième exemple: à vous de démontrer votre savoir en effectuant la démarche proposée!



Dans l'équation $y = ax + b$, on **remplace** le **paramètre a** par sa valeur précédemment déterminée.

$$y = \frac{-5}{2}x + b$$

Dans cette même équation, on **remplace x** et **y** par les coordonnées (**x, y**) de l'un des deux points donnés (au choix). Prenons arbitrairement le point (-2, 3):

$$y = \frac{-5}{2}x + b$$
$$3 = \frac{-5}{2}(-2) + b$$

On **isole** le paramètre **b** afin de trouver la valeur de l'**ordonnée à l'origine**.

$$3 = \boxed{} + b$$
$$3 - 5 = b$$
$$b = \boxed{}$$

On **écrit** finalement l'**équation** de la droite sous la forme $y = ax + b$ en remplaçant les paramètres **a** et **b** par leur valeur:

$$y = \frac{-5}{2}x - 2$$

Exemple 3

Représenter graphiquement la droite d'équation $x - 3y + 6 = 0$

Solution

On **isole** y dans l'équation pour obtenir une expression de

$$x - 3y + 6 = 0$$

$$-3y = -x - \boxed{}$$

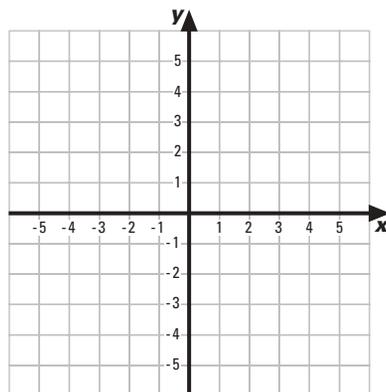
$$y = \frac{-x}{-3} - \frac{6}{-3}$$

$$y = \frac{x}{3} + \boxed{}$$

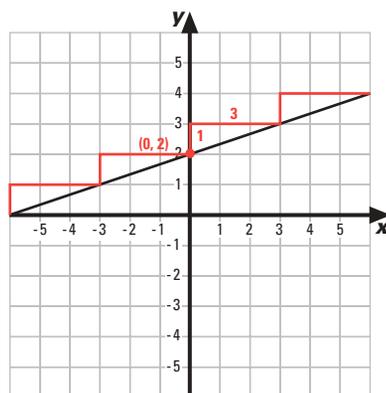
On **identifie** la valeur de la pente et la valeur de l'ordonnée à l'origine :

$$a = \boxed{} \text{ et } b = \boxed{}$$

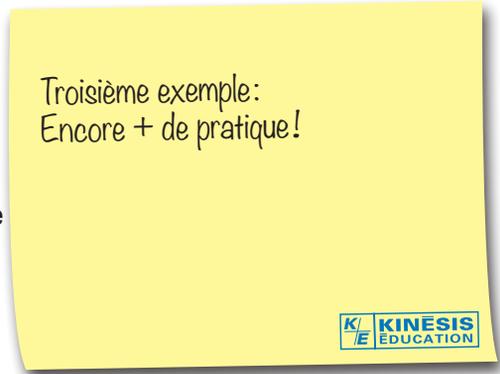
Sur le plan cartésien ci-dessous, on situe d'abord le point correspondant à l'ordonnée à l'origine, c'est-à-dire le point **(0, 2)**, puis, à partir de ce point, on représente la droite de pente $\frac{1}{3}$.



Si vous avez suivi les étapes à la lettre, voici la représentation graphique que vous avez obtenue :



Vous êtes maintenant prêt à appliquer vos connaissances dans les **Activités d'apprentissage** que voici.



1. Déterminer l'équation de chacune des droites demandées.

a) Déterminer l'équation de la droite de pente $\frac{1}{3}$ passant par le point (2, -1).

e) Déterminer l'équation de la droite passant par le point (1, 2) et l'ordonnée à l'origine est 4.

Des activités d'apprentissage afin de vous pratiquer à acquérir par étapes la ou les compétences disciplinaires.



b) Déterminer l'équation de la droite passant par les points (2, 3) et (-1, -3).

f) Déterminer l'équation de la droite passant par les points (-8, 3) et (4, -6).

De l'espace fourni afin de vous faciliter la tâche en écrivant à même le module! Aucune feuille volante!



c) Déterminer l'équation de la droite dont l'ordonnée à l'origine est 2 et l'abscisse à l'origine est -3.

g) Déterminer l'équation de la droite de pente -3 passant par le point (-4, 3).

d) Déterminer l'équation de la droite passant par le point (-3, -1) dont l'abscisse à l'origine est 1.

h) Déterminer l'équation de la droite dont l'abscisse à l'origine est -1 et la pente est 2.

Une mention tout au bas vous indique à quelle page vous trouverez le corrigé afin de vous vérifier.



1.9. Vue d'ensemble : synthèse des savoirs

Nous arrivons à la fin du chapitre portant sur les systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues. Avant de vous attaquer aux **Situations-problèmes** plus globales qui vont conclure ce chapitre, voici un résumé des *savoirs mathématiques* que vous avez acquis jusqu'à présent.

Résumé des savoirs mathématiques

L'équation d'une droite

On écrit généralement l'équation d'une droite sous la forme $y = ax + b$ et **b** est son **ordonnée à l'origine**.

Représentation graphique d'une droite

Pour représenter graphiquement une droite à partir des **coordonnées** on situe les deux points sur le plan cartésien et on trace la droite passant par ces deux points.

Pour représenter graphiquement une droite à partir de la pente et l'ordonnée à l'origine (ou les coordonnées d'un point), on place d'abord le **point** correspondant à l'ordonnée à l'origine (ou le point dont les coordonnées sont connues). Puis à l'aide de la définition de la **pente, variation verticale** divisée par la **variation horizontale**, on trouve un deuxième point. Finalement, on relie les deux points.

Détermination de l'équation d'une droite

Lorsqu'on recherche l'équation d'une droite à partir de la **pente** et des **coordonnées d'un point**, on suit les étapes suivantes :

Dans l'équation $y = ax + b$, on remplace le paramètre **a** par la valeur de la **pente** donnée.

Dans cette même équation, on **remplace x** et **y** par les coordonnées (x, y) du point donné.

On **isole** le paramètre **b** afin de déterminer sa valeur.

On **écrit l'équation** de la droite sous la forme $y = ax + b$ avec les valeurs des paramètres a et b.

Lorsqu'on recherche l'équation d'une droite à partir des **coordonnées de deux points**, on suit les étapes suivantes :

On **calcule** la valeur de la **pente** à l'aide de la formule suivante :

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Dans l'équation $y = ax + b$, on **remplace** le paramètre **a** par la valeur de la pente précédemment déterminée.

Dans cette même équation, on **remplace x** et **y** par les coordonnées (x, y) de l'un des deux points précédemment donnés (au choix).

On **isole** le paramètre **b** afin de trouver sa valeur.

On **écrit l'équation** de la droite sous la forme $y = ax + b$ avec les valeurs des paramètres a et b.

Les différents types de droites

Deux droites d_1 et d_2 sont **parallèles distinctes** si, indéfiniment prolongées, elles ne se coupent jamais. Deux droites parallèles distinctes ont la même pente, mais des ordonnées à l'origine différentes :

$$a_1 = a_2 \text{ et } b_1 \neq b_2.$$

Deux droites **parallèles confondues** sont des droites identiques, qui ont par conséquent la même équation. Deux droites parallèles confondues ont la même pente et la même ordonnée à l'origine: $a_1 = a_2$ et $b_1 = b_2$.

Un résumé des savoirs mathématiques de ce chapitre vous est présenté.



Résumé des savoirs mathématiques *suite*

Deux **droites sécantes** sont des droites qui se coupent dans le plan en un seul point.

Deux droites sécantes n'ont pas la même pente : $a_1 \neq a_2$.

Deux **droites perpendiculaires** sont des droites sécantes qui se coupent à angle droit.

Deux droites perpendiculaires ont des **pentés** qui sont l'**opposé** de l'**inverse** l'une de l'autre.

Le **produit des pentés** de deux droites perpendiculaires, non parallèles aux axes, est **égal à -1** : $a_1 \cdot a_2 = -1$.

Résolution d'une équation du premier degré à deux variables

Une **équation du premier degré à deux variables** est une égalité qui comporte deux inconnues, chacune étant au premier degré. Une équation du premier degré a un ensemble-solution composé d'une infinité de couples de la forme (x, y) dont les coordonnées vérifient l'équation.

Résolution d'un système de deux équations du premier degré à deux variables

Résoudre un système de deux équations à deux variables consiste à trouver, s'il y a lieu, les coordonnées du point commun ou des points communs aux deux équations. Il y a trois manières de résoudre un tel système : avec une table de valeurs, un graphique ou algébriquement.

On résout un système de deux équations du premier degré à deux variables à l'aide d'une **table de valeurs**, si un même couple s'y trouve.

Un système de deux équations du premier degré à deux variables se résout **graphiquement** en traçant la droite des équations et en identifiant le point d'intersection des droites.

Un système de deux équations du premier degré à deux variables se résout algébriquement :

- par la **méthode de comparaison**

On **isole** la même variable dans chacune des deux équations.

On **compare** les expressions déterminées pour cette variable afin d'obtenir une équation comportant uniquement l'autre variable.

On **résout** l'équation obtenue.

On **calcule** la valeur de l'autre variable en remplaçant la variable déterminée précédemment par sa valeur dans l'une ou l'autre des équations du système.

On **vérifie** que le couple trouvé est bien la solution du système en remplaçant les variables par leur valeur respective dans les équations initiales.

- par la **méthode de substitution**

On **isole** une variable dans l'une des deux équations pour obtenir une expression équivalente à cette variable.

On **substitue** à cette même variable dans la seconde équation l'expression algébrique précédemment obtenue pour former une équation à une variable.

On **résout** cette équation.

On **calcule** la valeur de l'autre variable en remplaçant la variable déterminée précédemment par sa valeur dans l'une ou l'autre des équations du système.

On **vérifie** que le couple trouvé est bien la solution du système en remplaçant les variables par leur valeur respective dans chacune des équations de départ.



Résumé des savoirs mathématiques *suite*

- par la **méthode d'élimination**

On **transforme**, s'il y a lieu, les équations sous la forme $Ax + By = C$.

On **exprime**, s'il y a lieu, en nombres entiers les coefficients fractionnaires ou décimaux.

On **choisit** la variable à éliminer.

On **transforme** les équations du système en des équations équivalentes dans lesquelles les coefficients de la variable à éliminer sont opposés.

On **additionne** les deux équations ainsi transformées.

On **résout** l'équation obtenue.

On **substitue** la valeur trouvée à la variable dans l'une ou l'autre des équations. Puis, on calcule la valeur de l'autre variable.

On **vérifie** que le couple trouvé est bien la solution du système en remplaçant les variables par leur valeur respective dans les équations d'origine.

Tout système d'équations qui est équivalent à $0x = 0$ ou à $0y = 0$ admet une **infinité de solutions**.

Tout système d'équations qui est équivalent à $0x = k$ ou à $0y = k$ où $k \neq 0$ n'admet **aucune solution**.

Consolidation des savoirs

1. Déterminer l'équation des droites décrites.

a) Déterminer l'équation de la droite de pente $\frac{-2}{3}$ passant par le point (5, -3).

e) Déterminer
dont l'abscisse
et dont la p

Des consolidations des savoirs vous sont offertes afin de mieux les maîtriser.



b) Déterminer l'équation de la droite passant par les points (4, 2) et (-2, -4).

f) Déterminer l'équation de la droite passant par les points $(\frac{-1}{2}, 4)$ et (1, 1).

c) Déterminer l'équation de la droite dont l'ordonnée à l'origine est -1 et l'abscisse à l'origine est 3.

g) Déterminer l'équation de la droite qui passe par l'origine et dont la pente est 3.

d) Déterminer l'équation de la droite passant par le point (-2, 4) dont l'abscisse à l'origine est $\frac{-4}{3}$.

h) Déterminer l'équation de la droite passant par le point (-3, -5) et dont l'ordonnée à l'origine est de 2.

1.10. Situations de vie

Votre amie a eu un accident de vélo et vous a demandé de gérer son entreprise d'organisation de réceptions de mariage pendant sa convalescence. Deux couples désirent louer la seule salle disponible pour leur réception de mariage. Vous devez choisir lequel des deux couples pourra louer la salle et annoncer à l'autre que la salle est déjà louée. Mais comment choisir le mariage le plus rentable pour l'entreprise de votre amie ?

Retour à la mise en situation :

QUAND LES AFFAIRES DOIVENT CONTINUER DE ROULER



Un retour à la situation de vie qui peut maintenant être résolue grâce aux savoirs et compétences que vous avez acquis jusqu'à présent.



1. Quelle réception choisir ?

Sans connaître le nombre d'invités aux mariages, vous devez trouver un critère pour sélectionner la réception la plus rentable pour l'entreprise de votre amie. Vous ne pouvez donc pas calculer le montant que chaque couple aura à déboursier.

Le couple Diaz-Castillo a choisi l'option A, c'est-à-dire l'option comprenant la location de la salle décorée, le repas 6 services et l'alcool pour un montant de 100 \$ par invité. S'ajoute à ces frais un montant de 1 500 \$ pour l'animation et la musique. Comme le père de la mariée possède une boulangerie, il confectionnera lui-même le gâteau de mariage.

Le couple Tremblay-Lacombe s'est arrêté sur l'option B, c'est-à-dire celle avec la location de la salle, le repas 7 services, l'alcool, pour un montant de 110 \$ par invité. À ces frais s'ajoute le coût du gâteau de mariage d'une valeur de 600 \$. Le cousin du marié est DJ professionnel et assurera l'animation et la musique.

1^{re} tâche

Déterminer pour quel nombre d'invités le montant de la facture des deux couples serait le même.

Pour résoudre cette situation, vous devrez poser un système de deux équations à deux variables.

Identifiez d'abord les variables.

Posons: x : _____

y : _____

Toujours de l'espace
fourni afin d'écrire
vos développements!

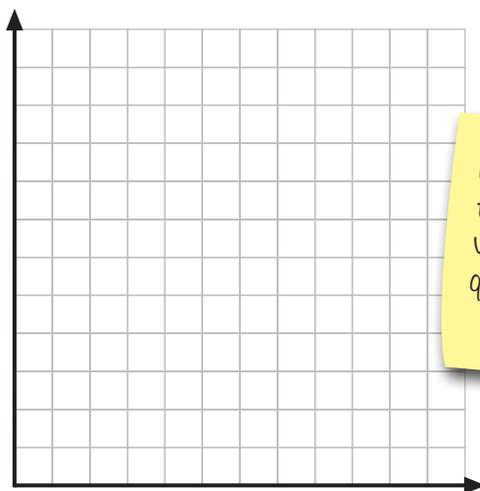


Servez-vous des renseignements au sujet de la réception des Diaz-Castillo pour établir une première équation, puis des informations sur la réception des Tremblay-Lacombe pour établir une deuxième équation.

Système d'équations: { _____

Graphiquement:

Représentez graphiquement le système d'équations que vous avez posé pour avoir une idée de la solution.



Des éléments graphiques,
tel qu'ici un plan cartésien
vous évitant les feuilles
quadrillées volantes.



Algébriquement :

Calculez maintenant la solution exacte par la méthode algébrique de votre choix.

2^e tâche

Cent vingt personnes seront présentes à la noce des Diaz-Castillo, alors que cent dix personnes ont confirmé leur présence à la noce des Tremblay-Lacombe.

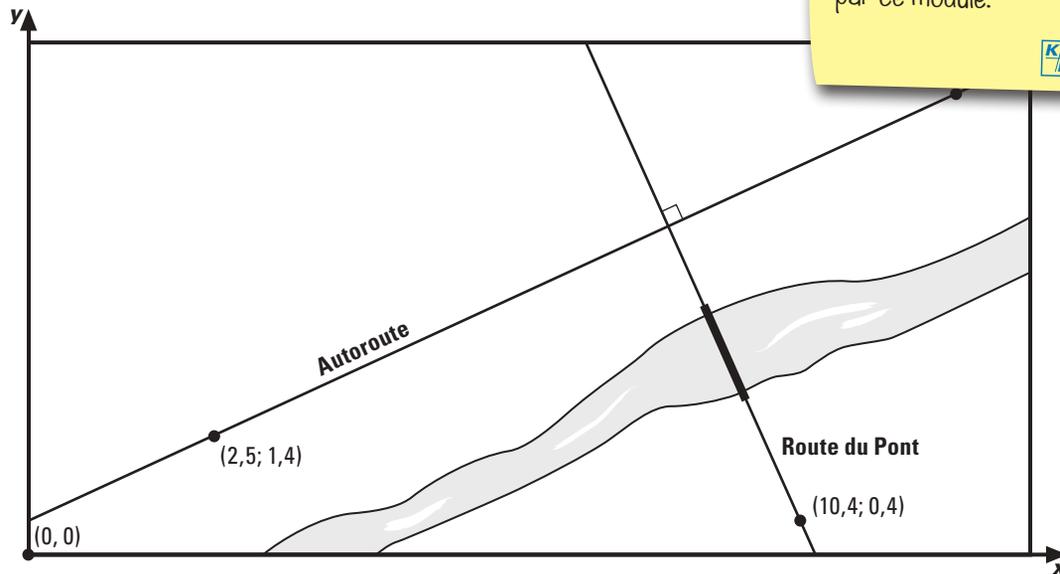
Déterminer laquelle des deux réceptions est la plus coûteuse.

Toujours de l'espace pour
écrire vos développements
tout au long des tâches!



1. L'expropriation.

Une rivière passe au milieu d'une ville. On veut relier les deux rives le pont par une route droite, surélevée, qui sera perpendiculaire à la rivière. Les coordonnées des points sont exprimées en kilomètres.



Ces situations-problèmes sont plus globales et plus complexes afin de maîtriser les compétences transversales visées par ce module.

a) **Déterminer laquelle ou lesquelles des habitations suivantes devront être démolies pour que ce projet soit réalisable :**

A $(8,6; 5,9)$, B $(9,2; 4)$, C $(7,2; 8)$, D $(10; 1,4)$ ou E $(12; -2,9)$

Justifier votre réponse par des calculs appropriés.

1. SUITE

a)

b) **Déterminer les coordonnées du point où la route du Pont croisera l'autoroute.**

Toujours de l'espace
fourni afin d'écrire
vos développements!



c) **Quelle est la distance entre l'abscisse à l'origine de l'autoroute et celle de la route du Pont?**

Avant de continuer et pour conclure cette première étape

Pour terminer ce chapitre, traitant des **systèmes d'équations du premier degré à deux inconnues**, et pour vous assurer de bien maîtriser les notions que vous y avez découvertes, vous traiterez maintenant des **SÉ**. Les solutions de ces situations ne sont pas dans votre module: votre enseignante ou votre enseignant en fera la correction.

Avant d'aborder ces **SÉ**, nous vous recommandons de noter, sur une feuille, les formules, les énoncés, et même des exemples que vous jugez importants. Vous pouvez utiliser cette feuille comme aide-mémoire.

Présentez une solution claire et complète et ne demandez l'aide de personne. Cela vous permettra de vous évaluer, et de connaître les exigences et les attentes de fin d'étape. Ce faisant, vous pourrez, si vous constatez certaines lacunes, les corriger avant de poursuivre.

Cette auto-évaluation vous permettra aussi de savoir si vous répondez aux attentes fixées pour cette étape du MAT 4151, et si vous êtes prêt à aborder la prochaine étape. Étape par étape, vous arriverez à la fin du cours. Avec succès, n'en doutez pas.

Bon travail !

Ces situations d'évaluation se trouvent à la fin de chaque chapitre et sont divisées en 2 parties. Votre enseignant(e) en fera la correction.

01 PREMIÈRE PARTIE

Évaluation des connaissances

1. Déterminer...

Ces situations d'évaluation vous permettent de vérifier l'acquisition des connaissances et des compétences dites transversales.



01 DEUXIÈME PARTIE

Évaluation des compétences

6. Rencontre au resto.

Quatre amis...

Félicitations, vous êtes près de la fin, le questionnaire qui suit a été préparé pour vous permettre d'évaluer vos forces et vos faiblesses dans ce module. Le corrigé de ce questionnaire ne se trouve pas dans votre module. Votre enseignant en fera la correction.

La première partie de ce questionnaire porte sur les savoirs mathématiques de ce cours. Dans la deuxième partie de cette rubrique, vous trouverez dix situations-problèmes pour démontrer vos compétences liées à ce module : utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes et déployer un raisonnement mathématique. Bonne révision !

PREMIÈRE PARTIE

Révision des connaissances

1. Déterminer...

Cette section est constituée de 2 banques d'exercices dont votre enseignant(e) en fera la correction : ceci dans le but d'évaluer vos forces et vos faiblesses.



DEUXIÈME PARTIE

Révision des compétences

Voici enfin le dernier virage avant l'examen : une banque de 10 situations-problèmes portant sur la modélisation algébrique et graphique en contexte général. Faites-en bon usage !

1. Stationnement urbain.

Une ville...

abscisse à l'origine

Une abscisse à l'origine est une valeur de x pour laquelle $y = 0$.
C'est l'abscisse du point de rencontre d'une courbe avec l'axe horizontal.

asymptote

Une asymptote est une droite de laquelle une courbe se rapproche indéfiniment, sans jamais la croiser.

axe de symétrie

L'axe de symétrie est une droite par rapport à laquelle une courbe est symétrique.

base

La base est la variable ou le nombre qui est affecté d'un exposant.

carré

La deuxième puissance d'un nombre est aussi couramment appelée le carré de ce nombre.

codomaine

Le codomaine d'une fonction f , aussi appelé image, qu'on note $\text{codom } f$ ou $\text{ima } f$, correspond à l'ensemble des valeurs que peut prendre la variable dépendante, généralement notée y .

coordonnées à l'origine

Les coordonnées à l'origine d'une fonction se trouvent à être son (ses) abscisse(s) à l'origine et son ordonnée à l'origine.

cube

La troisième puissance d'un nombre est couramment appelée le cube de ce nombre.

cycle

On appelle cycle d'une fonction périodique la partie d'un graphique qui correspond à la plus petite portion de la courbe associée à un motif qui se répète.

domaine

Le domaine d'une fonction f , qu'on note $\text{dom } f$, correspond à l'ensemble des valeurs que peut prendre sa variable indépendante, généralement x .

1.1. Équation d'une droite

1. p. 10

a) L'équation est de la forme $y = \frac{1}{3}x + b$.

$$-1 = \frac{1}{3} \cdot 2 + b$$

$$-1 = \frac{2}{3} + b$$

$$b = \frac{-5}{3}$$

$$y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$$

L'équation est: $y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$.

b) $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$a = \frac{-3 - 3}{-1 - 2} = 2$$

L'équation est de la forme $y = 2x + b$.

$$3 = 2 \cdot 2 + b$$

$$3 = 4 + b$$

$$b = -1$$

$$y = 2x - 1$$

L'équation est: $y = 2x - 1$.

c) La droite passe par les points (0, 2) et (-3, 0).

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$a = \frac{0 - 2}{-3 - 0} = \frac{2}{3}$$

L'équation est de la forme $y = \frac{2}{3}x + b$.

$$b = 2$$

$$y = \frac{2}{3}x + 2$$

L'équation est: $y = \frac{2}{3}x + 2$.

d) La droite passe par les points (-3, -1) et (1, 0).

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$a = \frac{0 - (-1)}{1 - (-3)} = \frac{1}{4}$$

L'équation est de la forme $y = \frac{1}{4}x + b$.

$$-1 = \frac{1}{4} \cdot (-3) + b$$

$$-1 = \frac{-3}{4} + b$$

$$b = \frac{-1}{4}$$

L'équation est: $y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$.

e) La droite passe par l

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$a = \frac{-2 - 3}{0 - (-1)} = -5$$

L'équation est de la f

$$b = -2$$

$$y = -5x - 2$$

L'équation est: $y =$

Un corrigé aéré, élaboré avec une démarche détaillée, qui vous permet de vous vérifier de façon autonome, pour toutes les Activités d'apprentissage.



f) $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$a = \frac{-6 - 3}{4 - (-8)} = \frac{-3}{4}$$

L'équation est de la forme $y = \frac{-3}{4}x + b$.

$$3 = \frac{-3}{4} \cdot (-8) + b$$

$$3 = 6 + b$$

$$b = -3$$

$$y = \frac{-3}{4}x - 3$$

L'équation est: $y = \frac{-3}{4}x - 3$.

g) L'équation est de la forme $y = -3x + b$.

$$3 = -3 \cdot (-4) + b$$

$$3 = 12 + b$$

$$b = -9$$

$$y = -3x - 9$$

L'équation est: $y = -3x - 9$.

h) La droite passe par le point (-1, 0).

L'équation est de la forme $y = 2x + b$.

$$0 = 2 \cdot (-1) + b$$

$$0 = -2 + b$$

$$b = 2$$

$$y = 2x + 2$$

L'équation est: $y = 2x + 2$.

21. p. 95 suite

- o) x : le grand nombre
 y : le petit nombre

Système d'équations:
$$\begin{cases} x - y = 44 \\ \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}y = 21 \end{cases}$$

Par la méthode d'élimination:

$$\begin{cases} x - y = 44 & (\times 2) \\ \frac{1}{4}x + \frac{1}{6}y = 21 & (\times 12) \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2y = 88 \\ 3x + 2y = 252 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 2x - 2y = 88 \\ 3x + 2y = 252 \\ \hline 5x = 340 \\ x = \frac{340}{5} \\ x = 68 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x - y = 44 \\ 68 - y = 44 \\ -y = 44 - 68 \\ -y = -24 \\ y = \frac{-24}{-1} \\ y = 24 \end{array}$$

Les nombres sont 68 et 24.

Somme: $68 + 24 = 92$

La somme de ces deux nombres est de 92.

1.9. Vue d'ensemble: synthèse des savoirs

1. p. 104

- a) L'équation est de la forme $y = \frac{-2}{3}x + b$.

$$-3 = \frac{-2}{3} \cdot 5 + b$$

$$-3 = \frac{-10}{3} + b$$

$$-3 + \frac{10}{3} = b$$

$$b = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{-2}{3}x + \frac{1}{3}$$

- b) $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$a = \frac{-4 - 2}{-2 - 4}$$

$$a = 1$$

L'équation est de la forme $y = x + b$.

$$2 = 4 + b$$

$$2 - 4 = b$$

$$b = -2$$

$$y = x - 2$$

Un corrigé aéré, élaboré
avec une démarche détaillée,
qui vous permet de vous
vérifier de façon autonome,
pour toutes les Consolidations
des savoirs.



1.10. Situations de vie

1. Quelle réception choisir?

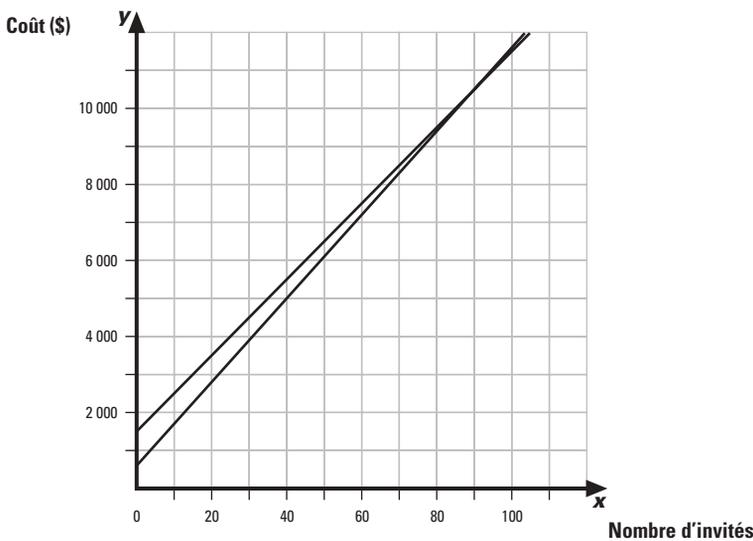
p. 114

1^{re} tâche

Posons: x : le nombre d'invités
 y : le coût de la réception

Système d'équations:
$$\begin{cases} y = 100x + 1\,500 \\ y = 110x + 600 \end{cases}$$

Graphiquement:



Algébriquement:

Par la méthode de comparaison:

$$\begin{cases} y = 100x + 1\,500 \\ y = 110x + 600 \end{cases} \rightarrow 100x + 1\,500 = 110x + 600$$

Valeur de x:

$$\begin{aligned} 100x + 1\,500 &= 110x + 600 \\ 100x - 110x &= 600 - 1\,500 \\ -10x &= -900 \\ x &= \frac{-900}{-10} \\ x &= 90 \text{ invités} \end{aligned}$$

Valeur de y:

$$\begin{aligned} y &= 100x + 1\,500 \\ y &= 100 \cdot 90 + 1\,500 \\ y &= 9\,000 + 1\,500 \\ y &= 10\,500 \$ \end{aligned}$$

Le coût des deux réceptions serait le même pour 90 invités.

Un corrigé aéré, élaboré avec une démarche détaillée, qui vous permet de vous vérifier de façon autonome, pour toutes les Situations de vie.



2. p. 117 suite

Par la méthode de substitution:

Valeur de y:

$$\begin{aligned}x + y &= 2\,400 \\(y + 1\,000) + y &= 2\,400 \\2y + 1\,000 &= 2\,400 \\2y &= 2\,400 - 1\,000 \\2y &= 1\,400 \\y &= \frac{1\,400}{2} \\y &= 700 \$\end{aligned}$$

Valeur de x:

$$\begin{aligned}x &= y + 1\,000 \\x &= 700 + 1\,000 \\x &= 1\,700 \$\end{aligned}$$

La robe de la mariée a coûté 1 700 \$ et l'habit du marié a coûté 700 \$.

Montant versé en acompte:

$$25\% \times 1\,700 + 20\% \times 700 = 565 \$$$

Marilyne et Frédéric ont versé 565 \$ en acompte sur leurs tenues de mariage.

1. L'expropriation.

p. 119

a) Équation de l'autoroute:

$$\begin{aligned}a &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\a &= \frac{5,4 - 1,4}{12,5 - 2,5} \\a &= \frac{4}{10} \text{ ou } \frac{2}{5} \\y &= \frac{2}{5}x + b \\1,4 &= \frac{2}{5} \cdot 2,5 + b \\1,4 &= 1 + b \\b &= 1,4 - 1 \\b &= 0,4\end{aligned}$$

L'équation de l'autoroute est: $y = \frac{2}{5}x + 0,4$.

Équation de la route du Pont:

$$\begin{aligned}a &= -1 \div \frac{2}{5} \\a &= \frac{-5}{2} \\y &= \frac{-5}{2}x + b \\0,4 &= \frac{-5}{2} \cdot 10,4 + b \\0,4 &= -26 + b \\b &= 0,4 + 26 \\b &= 26,4\end{aligned}$$

L'équation de la route du pont est: $y = \frac{-5}{2}x + 26,4$.

Un corrigé aéré, élaboré avec une démarche détaillée, qui vous permet de vous vérifier de façon autonome, pour toutes les Situations-problèmes.



MOTS	CHAPITRE 1	CHAPITRE 2
Abscisse à l'origine	4	140, 141, 146, 161, 167, 191, 192, 198, 220,
Asymptote		185
Axe de symétrie		157
Base		183
Codomaine		139, 140, 141, 145, 146, 161, 167, 191, 198, 219, 220, 223, 224, 236, 237, 250, 264
Contremarche		215, 216
Coordonnées à l'origine		139, 140, 145, 146, 161, 167, 219, 264
Croissance		139, 145, 146, 161, 185, 219, 220, 221, 223, 224, 236, 237, 240, 241, 250, 264
Cycle		233, 234, 239, 241
Décroissance		139, 145, 146, 161, 185, 219, 223, 224, 236, 237, 250, 264
Domaine		139, 140, 141, 145, 146, 161, 167, 187, 191, 198, 219, 220, 223, 224, 236, 237, 248, 250, 264
Ensemble-solution d'une équation du premier degré à deux variables	34	
Équation d'une droite	4, 5, 6, 7, 8, 9, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 42, 101	142, 144, 150
Équation du premier degré à deux variables	34, 35, 42, 43, 55, 56, 64, 73, 80, 102	

Une table alphabétique des mots clés et leurs références.



À propos de l'illustrateur et des illustrations...

Les illustrations des couvertures et les illustrations que vous trouverez au fil des pages de ce module sont des illustrations originales, commandées pour notre collection à Paul Bordeleau, illustrateur québécois, auteur de bandes dessinées et illustrateur-éditorialiste pour l'hebdomadaire *Voir* de 1992 à 2004, et pour le journal *La Presse* en 2001 et 2002. En 2003, il a pris la relève de Garnotte et de Gité comme illustrateur de nos collections.



KINÉSIS
ÉDUCATION

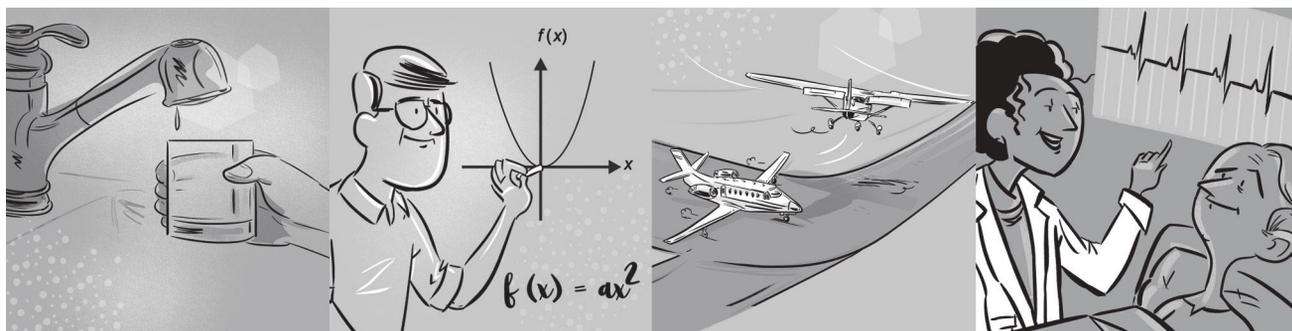
En 2009, il était l'un des bédéistes invités au festival *BoomFest* de Saint-Pétersbourg, en Russie. Il a illustré entre autres le générique de la télésérie *La Galère* à Ici Radio-Canada. En 2016, il a participé au projet *Correspondances* de Lyon.



Dans la collection MAT, ses illustrations sont parfois conçues comme de petites pauses détente au fil des chapitres.

D'autres fois, elles sont des illustrations essentielles à la compréhension et à la résolution des situations qui vous sont présentées.

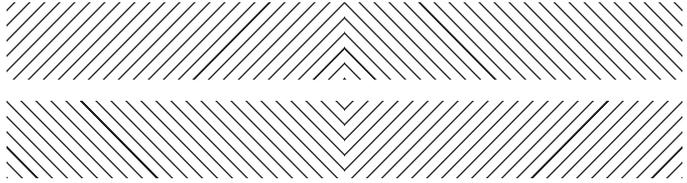
Dans les pages d'ouverture des chapitres, elles illustrent la situation concrète qui vous amène à vous plonger dans la réalité mathématique des activités d'apprentissage et des situations-problèmes. Ces activités et ces situations vous permettent d'acquérir la maîtrise des savoirs mathématiques visée par le module.



Vous voulez en savoir plus sur Paul Bordeleau ?
Voici ses coordonnées : www.paulbordeleau.com

Les illusions d'optique

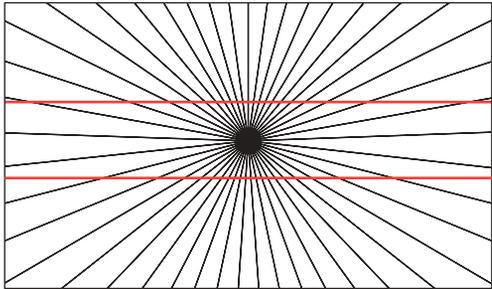
Notre perception de la réalité est parfois faussée par ce que l'on appelle des « illusions d'optique » : ce que perçoivent nos yeux diffère de la réalité. On n'a qu'à regarder la figure qui suit pour comprendre ce qu'est une illusion d'optique.



En regardant l'espace qui sépare les deux groupes de lignes, on a l'impression qu'il est plus large aux extrémités qu'au milieu. Il n'en est cependant rien.

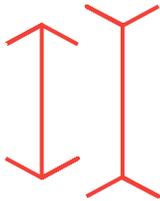
Les illusions d'optique font l'objet d'études diverses depuis environ 150 ans. Certaines sont même devenues célèbres. En voici quelques-unes qui font intervenir des droites.

L'illusion de Hering



Cette illustration a été publiée pour la première fois en 1861 par Ewald Hering. Observez bien les lignes tracées en rouge. D'après vous, sont-elles droites ou courbes ? Étonnant, n'est-ce pas ?

L'illusion de Müller-Lyer



L'illusion ci-dessus a été créée par Franz Müller-Lyer, en 1889. Observez les deux segments verticaux. D'après vous, sont-ils de même longueur ? Allez-y, sortez votre règle et vérifiez !

On peut s'amuser en faisant des mathématiques!
KINÉSIS EDUCATION

Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855)

Surnommé le prince des mathématiques, Carl Friedrich Gauss est, certes, le plus grand mathématicien de son temps. Aujourd'hui encore, son nom circule dans plusieurs branches des mathématiques. Ses plus grandes contributions aux mathématiques ont été à l'arithmétique, à l'algèbre et à l'analyse.

Né à Brunswick, en Allemagne, Gauss est le fils unique d'un père ouvrier. Même s'il a été le plus jeune prodige en mathématiques, Gauss a toujours vécu modestement. On raconte qu'un jour, alors qu'il n'avait pas encore trois ans et qu'il suivait les calculs qu'effectuait son père pour établir le salaire hebdomadaire des ouvriers dont il avait la charge, le jeune Gauss aurait affirmé à son père que le calcul qu'il venait de faire était erroné. Après vérification, le père a bien été obligé de reconnaître que son fils avait raison. Un phénomène d'autant plus remarquable que personne n'avait encore appris à l'enfant à calculer.

On raconte aussi qu'un peu plus tard, alors que Gauss était âgé de dix ans, le professeur avait donné à sa classe indisciplinée un problème d'arithmétique consistant à trouver la somme des nombres naturels de 1 jusqu'à 100, c'est-à-dire $1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$. Le maître avait tout juste achevé d'exposer le problème que le jeune Gauss déposa son ardoise sur le bureau de son professeur. Il passa l'heure suivante assis, les bras croisés, sous l'œil sceptique du maître, alors que ses camarades continuaient laborieusement leur calcul. On dit que, de toute la classe, seul Gauss a réussi à répondre correctement.

Parmi les nombreux travaux de mathématiques qu'il a réalisés, s des systèmes d'équations pour un système comportant autant d que désiré demeure sa plus importante découverte. Mais ce n'es dans votre *MAT 4151* que nous vous expliquerons cette célèbre n

Un peu d'histoire
pour mieux comprendre
les mathématiques.

L'addition de nombres naturels consécutifs

Pour remédier à l'indiscipline de ses élèves, le professeur avait proposé à la classe que fréquentait Carl Friedrich Gauss le problème d'arithmétique consistant à additionner les nombres naturels de 1 jusqu'à 100. À peine avait-il terminé d'exposer le problème que le jeune Gauss avait posé son ardoise sur le bureau du professeur avec la bonne réponse.

Personne n'est devin, il y a sûrement une astuce là-dessous. Mais laquelle ?

Observons bien les sommes suivantes :

$$1 + 2 = 3$$

$$1 + 2 + 3 = 6$$

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

etc.

Sauriez-vous, comme le jeune Gauss, trouver la somme des nombres naturels de 1 à 100, en quelques secondes ?

Pour les curieux,
un prolongement
des connaissances
et de l'enrichissement.
Et son corrigé.

6. p. 285 suite**2^e tâche**

On détermine la règle de la fonction : le facteur multiplicatif est de 1,1 et la valeur initiale est de 1 000 \$.

$$f(x) = 1\,000 \cdot 1,1^x$$

On calcule $f(x)$ pour différentes valeurs de x :

$$f(30) = 1\,000 \cdot 1,1^{30} \approx 17\,449,40 \$$$

$$f(60) = 1\,000 \cdot 1,1^{60} \approx 304\,481,64 \$$$

$$f(50) = 1\,000 \cdot 1,1^{50} \approx 117\,390,85 \$$$

$$f(48) = 1\,000 \cdot 1,1^{48} \approx 97\,017,23 \$$$

$$f(49) = 1\,000 \cdot 1,1^{49} \approx 106\,718,96 \$$$

Le 49^e jour, vous pourriez sacrifier votre petit doigt de la main gauche.

Pour en savoir un peu plus... / page 182

L'addition de nombres naturels consécutifs

La somme des nombres naturels de 1 à N est égale à $\frac{N \cdot (N + 1)}{2}$.

La somme des nombres naturels de 1 à 100 est donc : $\frac{100 \times 101}{2}$, soit 5 050.

Le MAT 4151

Vise l'acquisition de deux grandes compétences transversales : exercer son jugement critique et exploiter les technologies de l'information et de la communication. Au moyen de trois procédés intégrateurs : la représentation d'une situation par un modèle algébrique ou graphique ; l'interpolation ou l'extrapolation à partir d'un modèle algébrique ou graphique ; la généralisation d'un ensemble de situations à l'aide d'un modèle algébrique ou graphique.

MAT_{CST} 4151 1

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE



Notre maison n'a qu'une seule et unique raison d'être depuis sa création il y a plus d'un demi-siècle : publier des ouvrages de qualité irréprochable, de bonne tenue, aux contenus solides, privilégiant des démarches en accord avec les principes des différentes approches pédagogiques, et libres de tout compromis de caractère purement commercial.



401 1318

Florence Grandchamp
Drita Neziri
Abdelkader Amara
Raymond Thériault

ÉDITION
2019

MODÉLISATION ALGÈBRIQUE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE GÉNÉRAL I

MAT
A CST
4151 1

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE

Ce document est disponible
gratuitement pour
l'enseignant(e). Il suffit
d'en faire la demande
à editions@ebbp.ca

 KINÉSIS
EDUCATION

TIRÉ À PART

Corrigé des *Situations d'évaluation de fin de chapitre*

Grilles d'évaluation

Corrigé du *Prêt pour l'évaluation de fin de module?*

 KINÉSIS
EDUCATION

L'éditeur permet la reproduction
de ce document.