

SIMONE wau

WAU3

Test di AMMISSIONE

III Edizione

Pierpaolo Saba

MATEMATICA e FISICA per i TEST di AMMISSIONE MEDICO-SANITARI

Manuale per la preparazione ai test
di ingresso a Medicina, Odontoiatria,
Professioni sanitarie e Veterinaria

EDIZIONE
AGGIORNATA ai
TOLC
MED e VET



CON ESPANSIONI
E SIMULATORE
ONLINE

wau
test

EDIZIONI®
SIMONE
CONCORSI

Preparati ai **test di ammissione medico-sanitari** con i nostri

CORSI ONLINE

wau
test

MASTER school WAU!

Un percorso completo con oltre 200 ore di lezioni di teoria live interattive e oltre 100 ore di pratica con docenti e tutor, manuali e piattaforma e-learning. Ogni mese una nuova classe in partenza.

ACADEMY school WAU!

Un corso di due anni, ideale per gli studenti di terza e quarta superiore, durante i quali approfondire ogni singola materia e prepararti continuamente ai tuoi quattro Tolc Medicina e Veterinaria.

CORSO ONLINE individuale WAU!

Organizza lo studio in base alle tue esigenze scegliendo come, dove e quando prepararti per i test di ammissione con 100 videolezioni registrate on demand ed esercitazioni online di tutte le materie.

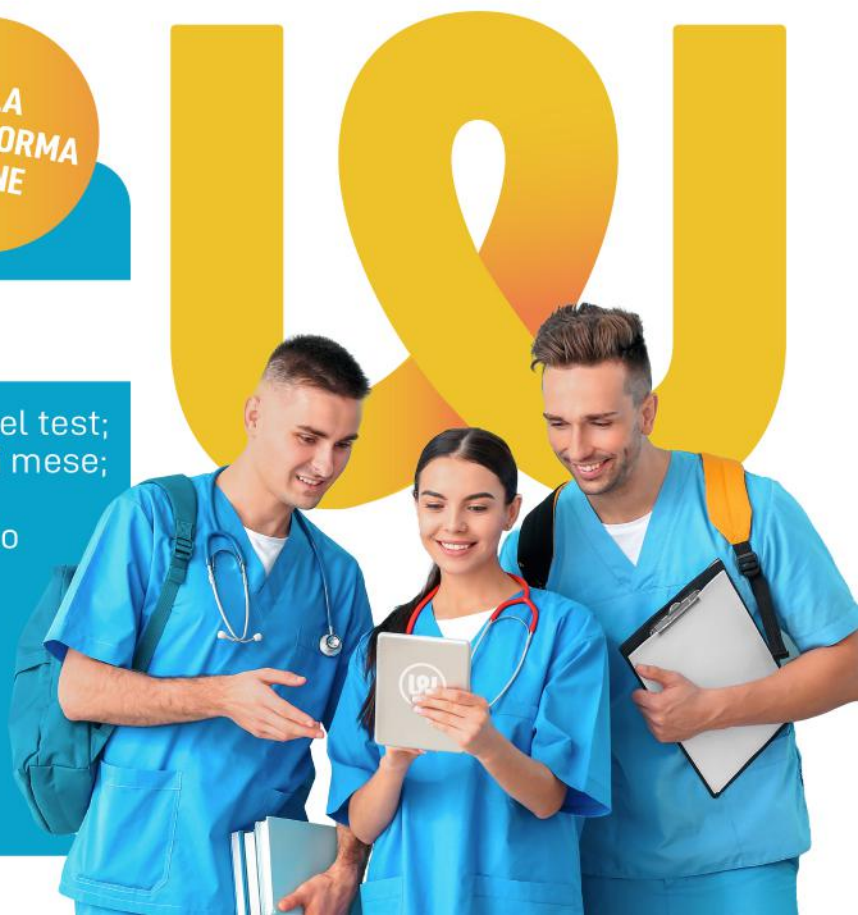
ISCRIZIONE GRATUITA


ALLA
PIATTAFORMA
ONLINE

Un **PACCHETTO GRATUITO SPECIALE** per iniziare la tua preparazione:

- webinar registrati su tutte le materie del test;
- una simulazione nazionale inedita ogni mese;
- quiz inediti e ministeriali commentati, appunti dei tutor, video-pillole e metodo di studio.

Scannerizza il QR code per maggiori informazioni





*“Se l’uomo non sapesse di Matematica
non si eleverebbe di un sol palmo da terra.”
(Galileo Galilei)*



Pierpaolo **Saba**

MATEMATICA e **FISICA** per i TEST di **AMMISSIONE** **MEDICO-SANITARI**

Manuale per la preparazione ai test
di ingresso a Medicina, Odontoiatria,
Professioni sanitarie e Veterinaria

III Edizione

Copyright © 2023 Simone s.r.l.
Riviera di Chiaia, n. 256
80121 Napoli
www.simone.it

Tutti i diritti riservati
È vietata la riproduzione anche parziale
e con qualsiasi mezzo senza l'autorizzazione scritta dell'Editore.

Febbraio 2023
WAU3 • Manuale di Matematica e Fisica

Autore: *Sara Grillo, Pierpaolo Saba*

Copertina: Lascò Srl - info@lascomedia.com

WAUniversity ringrazia

Laura Carossino, Francesca Fiesoli, Mario Ogana, Elisabetta Serra, Elisabetta Sulas. Con l'augurio che non smettiate mai di realizzare i vostri sogni.

Lo staff WAU! che si è occupato del progetto: Antonella Sanna, Manuela Sanna, Eleonora Secchi, Dario Vacca. Il lavoro di squadra divide i compiti e moltiplica il successo.

I docenti e i collaboratori che hanno preso parte al lavoro: Simone Bidali, Luca Decandia, Rosangela Sau, Domenico Delogu, Luca Nuvoli, Pierpaolo Saba, Davide Sanna, Emanuela Spanu. Con l'augurio che la vostra passione per l'insegnamento e l'amore che avete sempre dimostrato per i nostri studenti non svanisca mai, siete per loro un grande punto di riferimento.

Questo volume è stato stampato presso:
PL PRINT s.r.l.
Via Don Minzoni, n. 302 - Cercola (NA)

Suggerimenti e segnalazioni

Realizzare un libro o altro materiale didattico è un'opera complessa, che richiede numerosi contributi e controlli: sul testo, sulle immagini e sulle relazioni che si stabiliscono tra essi. L'esperienza suggerisce che è praticamente impossibile pubblicare una tale opera senza commettere qualche errore. Saremo quindi grati ai lettori che vorranno segnalarceli.

Per segnalazioni o suggerimenti relativi a quest'opera scrivere a:
info@wauniversity.it o info@simone.it

Indice

MATEMATICA

Modulo 1

Insiemi numerici e algebra

1.1	Insiemi numerici	Pag.	23
1.2	Ordinamento e confronto	»	24
1.3	Operazioni e loro proprietà	»	24
1.3.1	Addizione	»	24
1.3.2	Proprietà dell'addizione	»	24
1.3.3	Sottrazione	»	25
1.3.4	Proprietà della sottrazione	»	25
1.3.5	Moltiplicazione	»	25
1.3.6	Proprietà della moltiplicazione	»	26
1.3.7	Divisione	»	26
1.3.8	Proprietà della divisione	»	26
1.4	Potenze e loro proprietà	»	27
1.5	Radicali e loro proprietà	»	28
1.6	Logaritmi e loro proprietà	»	29
1.7	Ordine di grandezza e notazione scientifica	»	30
1.8	Ordine delle parentesi e regole dei segni	»	31
1.9	Monomi e polinomi	»	32
1.10	Prodotti notevoli	»	33
1.11	Scomposizione in fattori dei polinomi	»	35
1.12	Frazioni algebriche	»	37
1.13	Equazioni di primo grado	»	38
1.14	Disequazioni di primo grado	»	40
1.15	Equazioni di secondo grado	»	42
1.16	Disequazioni di secondo grado	»	43
1.17	Sistemi di equazioni	»	43
1.18	Condizioni di esistenza	»	44
1.19	Proporzioni	»	45
1.20	Percentuali	»	47
	Esercizi	»	48
	Soluzioni	»	56

Modulo 2 Funzioni

2.1	Funzioni.....	Pag.	63
2.2	Dominio e codominio.....	»	63
2.3	Funzione iniettiva, suriettiva e biunivoca.....	»	64
2.4	Segno di una funzione.....	»	64
2.5	Massimi e minimi.....	»	65
2.6	Crescenza e decrescenza.....	»	65
2.7	Parità e disparità.....	»	66
2.8	Funzioni elementari.....	»	68
2.8.1	Funzioni algebriche e fratte.....	»	68
2.8.2	Funzioni esponenziali.....	»	68
2.8.3	Funzioni logaritmiche.....	»	69
2.8.4	Funzioni trigonometriche.....	»	70
2.9	Funzioni composte.....	»	71
2.10	Funzione inversa.....	»	72
2.11	Equazioni e disequazioni trigonometriche.....	»	72
	Esercizi	»	75
	Soluzioni	»	80

Modulo 3 Geometria

3.1	Poligoni e loro proprietà.....	»	85
3.2	Circonferenza e cerchio.....	»	86
3.3	Misure di lunghezze e superfici.....	»	86
3.4	Figure solide e volumi.....	»	89
3.5	Isometrie, similitudini ed equivalenze nel piano.....	»	91
3.6	Altezza, mediana, bisettrice e asse di un triangolo.....	»	92
3.7	Misura di angoli in gradi e radianti.....	»	93
3.8	Funzioni trigonometriche.....	»	94
3.9	Identità.....	»	98
3.10	Calcolo pratico.....	»	98
3.11	Risoluzione dei triangoli rettangoli.....	»	99
3.12	Piano cartesiano.....	»	99
3.13	Distanza tra due punti e punto medio di un segmento.....	»	100
3.14	Equazione della retta.....	»	101
3.15	Condizione di parallelismo e di perpendicolarità.....	»	102
3.16	Distanza di un punto da una retta.....	»	103
3.17	Le coniche.....	»	104
3.18	Equazione della circonferenza e sua rappresentazione.....	»	104
3.19	Equazione della parabola e sua rappresentazione.....	»	105

3.20	Equazione dell'ellisse e sua rappresentazione nel piano	Pag.	106
3.21	Equazione dell'iperbole e sua rappresentazione	»	107
3.22	Teorema di Pitagora.....	»	108
3.23	Teorema di Euclide.....	»	109
	Esercizi	»	110
	Soluzioni	»	122

Modulo 4
Probabilità e statistica

4.1	Cenni di calcolo combinatorio.....	»	133
4.2	Probabilità e statistica.....	»	135
4.3	Principali rappresentazioni grafiche	»	136
4.4	Probabilità e frequenza.....	»	137
	Esercizi	»	138
	Soluzioni	»	139

Fisica

Modulo 1
Misure e sistemi di misura

1.1	Le misure	»	143
1.2	Misure dirette e indirette.....	»	143
1.3	Grandezze fondamentali e derivate.....	»	143
1.4	Sistemi di unità di misura	»	143
1.5	Sistema internazionale SI	»	144
1.6	Sistema cgs	»	145
1.7	Sistema tecnico (o pratico).....	»	145
1.8	Prefissi delle unità di misura	»	145
1.9	La notazione scientifica	»	146
	Esercizi	»	147
	Soluzioni	»	150

Modulo 2
Cinematica

2.1	Cinematica.....	»	155
2.2	Grandezze cinematiche.....	»	155

2.3	Moto rettilineo uniforme	Pag.	156
2.4	Moto rettilineo uniformemente accelerato	»	157
2.5	Moto circolare uniforme	»	158
2.6	Moto armonico	»	160
2.7	Vettori	»	161
2.8	Grandezze scalari e grandezze vettoriali	»	162
2.9	Operazioni con i vettori	»	162
	Esercizi	»	164
	Soluzioni	»	169

Modulo 3 Dinamica

3.1	Dinamica	»	175
3.2	La forza	»	175
3.3	Momenti delle forze	»	175
3.4	Composizione vettoriale delle forze	»	176
3.5	Definizione di massa e di peso	»	176
3.6	Densità e peso specifico	»	177
3.7	La legge di gravitazione universale	»	177
3.8	Primo principio della dinamica	»	178
3.9	Secondo principio della dinamica	»	178
3.10	Terzo principio della dinamica	»	178
3.11	Il lavoro	»	179
3.12	La potenza	»	179
3.13	Energia cinetica	»	179
3.14	Energia potenziale	»	180
3.15	Principio di conservazione dell'energia	»	181
3.16	Urti elastici e anelastici	»	181
	Esercizi	»	183
	Soluzioni	»	189

Modulo 4 Meccanica dei fluidi

4.1	Meccanica dei fluidi	»	195
4.2	Pressione e sue unità di misura	»	195
4.3	Principio di Archimede	»	195
4.4	Legge di Stevino	»	196
4.5	Principio di Pascal	»	196
	Esercizi	»	198
	Soluzioni	»	202

Modulo 5 Termologia e termodinamica

5.1	Termometria	Pag.	207
5.2	Principio zero della termodinamica	»	207
5.3	Calorimetria	»	208
5.4	Capacità termica e calore specifico	»	208
5.5	Meccanismi di propagazione del calore	»	208
5.6	Cambiamenti di stato e calore latente	»	209
5.7	Legge dei gas perfetti	»	210
5.8	Primo e secondo principio della termodinamica	»	211
	Esercizi	»	212
	Soluzioni	»	218

Modulo 6 Elettrostatica ed elettrodinamica

6.1	Legge di Coulomb	»	225
6.2	Campo e potenziale elettrico	»	226
6.3	Condensatori	»	226
6.4	Condensatori in serie e in parallelo	»	228
6.5	Corrente elettrica	»	228
6.6	Resistenza elettrica e resistività	»	229
6.7	Resistenze in serie e in parallelo	»	230
6.8	Legge di Ohm	»	230
6.9	Generatori	»	231
6.10	Lavoro, potenza ed effetto joule	»	231
6.11	Campo magnetico e forza di Lorentz	»	232
6.12	Effetti dalla corrente elettrica	»	232
	Esercizi	»	233
	Soluzioni	»	240

Modulo 7 Ottica

7.1	L'ottica geometrica	»	247
7.1.1	La riflessione e gli specchi piani	»	247
7.1.2	La riflessione e gli specchi sferici	»	248
7.1.3	La rifrazione	»	250
7.1.4	La riflessione totale	»	251
7.1.5	La dispersione della luce	»	252
7.1.6	Le lenti	»	252

7.2	L'ottica ondulatoria	Pag.	254
7.2.1	L'interferenza.....	»	254
7.2.2	La diffrazione.....	»	256
7.2.3	Il microscopio	»	256
7.3	Lo spettro elettromagnetico	»	257
	Esercizi	»	260
	Soluzioni	»	264

Premessa

La Matematica e la Fisica sono due materie tanto complicate quanto fondamentali. Esse rappresentano la base di qualunque disciplina nell'ambito scientifico e per questo la loro comprensione e la corretta applicazione dei loro principi è di uguale importanza.

Le materie in questione inoltre sono integrate o talvolta date per scontate nella maggior parte dei corsi di laurea ad indirizzo scientifico e rappresentano uno degli argomenti sulla base dei quali vengono stilati i quiz per i concorsi ad accesso programmato.

Nelle prove di selezione la matematica e la fisica, ma in modo particolare la prima, sono indispensabili per la risoluzione dei quesiti non solo specifici delle materie, ma anche di quelli di logica e più precisamente di logica matematica e di chimica; così le lacune nella conoscenza di queste discipline porta spesso a una maggiore difficoltà nel superamento dei test.

Questo **Manuale di Matematica e Fisica** è stato pensato e realizzato espressamente per affrontare la prova di ammissione alle facoltà universitarie dell'area medico-sanitaria. È suddiviso in più moduli e ognuno di essi tratta determinati argomenti, concentrandosi e focalizzando l'attenzione su quelle conoscenze teoriche che sono di fondamentale importanza per la risoluzione dei quiz, cercando inoltre di essere il più esaustivo possibile pur nella sua sinteticità. Per ogni argomento trattato vengono inseriti degli *esempi pratici* in modo da rendere chiaro ogni concetto e al termine di ognuno di essi sono inserite delle esercitazioni che permettono di consolidare le conoscenze appena acquisite.

Ecco un piccolo elenco delle macroaree trattate:

Matematica:

- Insiemi numerici e algebra.
- Funzioni.
- Geometria.
- Probabilità e statistica

Fisica:

- Le misure e i sistemi di misura.
- Cinematica.
- Dinamica.
- Meccanica dei fluidi.
- Termologia e termodinamica.
- Elettrostatica ed elettrodinamica.
- Ottica.

Questa nuova edizione del Manuale è stata poi aggiornata al nuovo decreto ministeriale n. 1107/2022 che ha introdotto per la prima volta la **modalità TOLC** nei test di ammissione ai corsi di Medicina, Odontoiatria e Veterinaria e il nuovo argomenti di Fisica, **Ottica**.

Il nuovo TOLC-MED: come affrontarlo

Con l'avvento della **modalità TOLC** anche per i test di accesso ai corsi di medicina, odontoiatria e veterinaria per l'anno accademico 2023-2024, cambia il modo di affrontare la preparazione, che ora deve tener conto anche delle **nuove date d'esame**: non più i primi di settembre come in passato, ma *due sessioni d'esame*: una ad aprile e un'altra a luglio. Cambiano anche le modalità del test.

Il **TOLC-Med** è strutturato nel seguente modo:

Cultura generale e Comprensione del testo	7 quiz	15 minuti
Biologia	15 quiz	25 minuti
Chimica e Fisica	15 quiz	25 minuti
Matematica e Logica	13 quiz	25 minuti

Il **TOLC-Vet** è strutturato nel seguente modo:

Cultura generale e Comprensione del testo	7 quiz	15 minuti
Biologia	12 quiz	20 minuti
Chimica e Fisica	18 quiz	30 minuti
Matematica e Logica	13 quiz	25 minuti

1. Il test TOLC non permette di scegliere arbitrariamente l'ordine con il quale affrontare la prova, pertanto non sarà più possibile spostarsi di materia in materia, ma ogni blocco di domande di una singola disciplina (es. biologia) deve essere svolto singolarmente.
2. Ad ogni materia è assegnato un tempo limite per lo svolgimento, entro il quale consegnare. Per esempio, alle domande di biologia (15 quiz totali), è assegnato un tempo limite di 25 minuti.
3. L'ordine delle materie, ancora non chiarito dal MUR, sembra essere randomico; questo significa che il test di uno studente potrebbe iniziare dalle domande di biologia, come da quelle di matematica e logica.

La nostra premura più grande è sempre stata quella di rendere studentesse e studenti autonomi nella gestione della propria preparazione, consapevoli dei propri punti forza e pronti a sfidare quelli che definiamo i «talloni d'Achille».

Per questo motivo riportiamo qui di seguito alcuni consigli PRATICI per **acquisire un metodo di studio efficace e creare una tabella di marcia funzionale alla propria preparazione.**

Pianificazione

Consiglio UNO

È necessario porsi degli **obiettivi raggiungibili a breve, medio e lungo termine**, considerando la propria velocità di studio e il tempo che si ha a disposizione.

Attenzione: porsi delle mete impossibili disincentiva lo studio.

Esempio: un obiettivo utile è quello di individuare un punteggio soglia da raggiungere. Il punteggio soglia deve essere SMART: specifico, misurabile, raggiungibile, e realistico.

Consiglio DUE

Per vincere una gara è necessario conoscere il proprio avversario nel profondo. Per farlo anche col test di ammissione, WAU ha individuato gli argomenti più ricorrenti nei test negli ultimi 10 anni. Conoscerli è un ottimo modo per focalizzare il proprio studio (soprattutto se si ha poco tempo). Puoi consultarli su: <https://wauniversity.it/argomenti-test-medicina/>

Consiglio TRE

L'utilizzo di un **calendario** è fondamentale. È necessario segnare sul proprio calendario gli appuntamenti da rispettare, sia quelli inerenti allo studio che quelli esterni, in modo da avere sempre sott'occhio il tempo che si ha a disposizione. All'interno del calendario vanno registrati esattamente gli argomenti e le azioni che si compieranno, come per esempio quiz, teoria, utilizzo della rubrica, ripasso.

Consiglio QUATTRO

È importante **scegliere la materia dalla quale iniziare** in modo da avere ben chiara la strada da seguire e non cedere alla tentazione di spaziare da una parte all'altra. Ai nostri studenti consigliamo di approcciare massimo due materie alla volta, e una sola per chi è alle superiori. I programmi sono vasti e serve il giusto metodo per affrontarli.

Iniziare dai quiz

IL TOLC è composto da 50 quesiti a risposta multipla, con 5 possibili risposte, di cui solo una è corretta. L'obiettivo è proprio quello di saper riconoscere la risposta "giusta" e segnalarla all'interno del test.

Tale modalità di "esame" si basa su un *controllo automatico delle risposte inserite*, senza la possibilità ulteriore di motivare verbalmente, o in altro modo, la risposta data; pertanto **non è utile ripetere i concetti ad alta voce** come per un orale, ma è più opportuno cominciare dai quiz.

Metodo di studio

È bene iniziare il proprio percorso svolgendo i quiz delle esercitazioni inedite (livello base) per comprendere il proprio punto di partenza. Così facendo è possibile rendersi conto delle **lacune** che si hanno in un determinato argomento. Gli errori e le risposte non date, infatti, danno modo di capire **ESATTAMENTE** la modalità con la quale approcciarsi allo studio. Se l'argomento si conosce e si padroneggia è possibile passare ai quiz presenti nei livelli successivi, che hanno una maggiore difficoltà (medio e avanzato).

Qualora invece l'argomento non si conoscesse a fondo per riuscire a rispondere correttamente ai quiz, è necessario rivedere la singola parte di teoria. Questo **NON** significa studiare l'intero capitolo, ma **ripetere solo ed esclusivamente la parte che interessa in quel momento**.

Successivamente alla teoria, per chiudere il cerchio è necessario riprendere i quiz. Si parte sempre dal livello base e successivamente si passa al medio e all'avanzato solo quando si raggiunge il 90% di risposte corrette in ogni singolo livello.

Le risposte commentate

Quando lo studente si trova davanti ad una risposta errata, la maggior parte delle volte segue due strade:

1. Sorvolare sull'errore.
2. Riprendere lo studio dell'intero capitolo in cui si trova l'argomento a cui non si è data risposta corretta.

In entrambi i casi si commette un'ingenuità. Nel primo caso, si sta tralasciando volutamente un proprio tallone d'Achille, che sommato a tutti gli altri crea una lacuna nella preparazione che ci si porterà costantemente dietro. Nel secondo caso, si perde moltissimo tempo e di conseguenza, motivazione. Per questo motivo in questo libro sotto ogni quiz, c'è una risposta commentata che aiuta a capire l'errore, permette uno studio mirato e porta a un risultato veloce ed efficace.

La gestione del tempo

Durante la sessione d'esame si ha a disposizione circa **in media 1 minuto e mezzo a quiz**.

Per questo motivo, la **gestione del tempo è la base**.

Quando si studia a casa o con i propri amici, il contesto è molto diverso da quello che si troverà il giorno del test, quindi è importante che mentre studia, lo studente si trovi in una situazione di "sano stress". In fase di simulazione è importante non utilizzare l'intero minutaggio che si ha a disposizione, per esempio non è opportuno per le 15 domande di biologia utilizzare tutti i 15 minuti. Così facendo, durante il TOLC si avrà modo di affrontare con più sicurezza il test. Lo strumento migliore per allenare questa skill sono le esercitazioni WAU, che si possono cronometrare.

Questa strategia è sempre valida per tutti i test in cui è possibile passare da una materia all'altra senza vincoli, come ad esempio il test di ammissione alle professioni sanitarie. È valido anche per i TOLC in cui questo vincolo è, però, presente, e per il quale consigliamo comunque di procedere svolgendo un quiz per volta, evitando di rispondere alle domande eccessivamente lunghe e complesse che richiedono molto tempo per essere risolte. Dopo aver svolto tutti gli esercizi, se il tempo residuo per quella materia è sufficiente, si potrà procedere con la risoluzione dei quiz lasciati in sospeso.

Come comportarsi davanti al gruppo di quiz di ogni materia?

1. Attacco

Appena scatta il cronometro è necessario fare una panoramica su tutte le domande della materia in questione. Lo studente dovrebbe leggere ogni singola domanda e soffermarsi **SOLO su quelle su cui ha la certezza di saper rispondere** e che non prendono troppo tempo (come lettura e svolgimento di calcoli).

La durata di questa sessione si aggira intorno ai 3 minuti per cultura generale e comprensione testuale e 7 per tutte le altre materie.

La fase di attacco è il **"tesoro"**, una prima cassaforte di punteggio senza errori, dove si sono inserite risposte con certezza al 100%.

Le domande a cui si sa rispondere, ma che hanno bisogno di più tempo, si lasciano da parte per la seconda fase.

2. Centrocampo

Ora che lo studente ha scandagliato tutte le domande e risposto a quelle più rapide e sicure, è il momento di **soffermarsi su quelle per le quali serve più tempo**.

Si riprendono da capo tutte le domande della materia a cui non si è data risposta.

Come in ogni fase, è necessario rispondere solo se si è sicuri al 100%.

Questa fase dovrebbe durare intorno ai 5 minuti per cultura generale e comprensione testuale e 10 per tutte le altre materie.

3. Difesa

Una volta conclusa la fase di centrocampo, lo studente dovrebbe avere in mano una materia del TOLC praticamente completa (dovrebbero essere passati 15 minuti circa, e ne dovrebbero rimanere circa 10 per tutte le materie e 5 per cultura generale e comprensione testuale). Come usare questo tempo senza rovinare il lavoro svolto finora?

La fase di difesa è una **fase di revisione del test**.

Si deve controllare se si sono persi quiz a cui si poteva rispondere o se si siano commessi errori e cambiare la risposta o evitare di darla.

In generale sarebbe meglio posare la penna e pensarci accuratamente prima di aggiungere o cambiare.

Una fase di difesa fatta bene dovrebbe comportare minimi cambiamenti al test, se le due fasi precedenti sono state svolte perfettamente.

Attenzione, la fase di difesa è la più delicata per il calo di attenzione e la voglia di rispondere a più domande. Imparare a gestire questa fase è la sfida più importante.

La gestione dell'errore

Con l'avvento del TOLC l'attribuzione di punteggio verrà suddivisa in:

- 1,00 punti per ogni risposta esatta;**
- 0,25 punti per ogni risposta errata;**
- 0 punti per ogni risposta omissa.**

Rispetto al vecchio test, il **peso di un errore è minore nel TOLC**, ma nonostante ciò rimane fondamentale evitarli a tutti i costi. Quindi lo studente dovrebbe rispondere SOLO e UNICAMENTE se è sicuro al 100% della risposta.

GUIDA ALLO STUDIO

Sei disposto a dare il meglio di te per risolvere i quiz e superare il test di ammissione? Ti piacerebbe rendere più efficace il tuo metodo di studio? Vorresti comprendere più facilmente ciò che stai studiando?

Questo libro ti offre una serie di **strumenti di apprendimento selezionati** per rendere la tua esperienza di studio più semplice ed efficace. Grazie alle diverse tipologie didattiche utilizzate in questo manuale per descrivere ogni argomento del programma, le possibilità di capire e ricordare ciò che studi aumenteranno notevolmente.

Siamo nati senza saper leggere, né scrivere. Abbiamo dovuto imparare a riconoscere in uno scarabocchio una lettera e unendole abbiamo creato parole a cui abbiamo attribuito un significato. Tutte le volte che studi da un libro, il tuo cervello spende tantissima energia per processare tutte le informazioni che acquisisce tramite la lettura e la comprensione del testo.

Dall'altra parte, siamo nati con tutti i cinque sensi e abbiamo imparato rapidamente a sfruttarli, per questo **vedere un'immagine o un video rende molto più semplice la comprensione** dell'argomento.

Ciascun capitolo di questo libro è strutturato sul **programma ministeriale** del test ed è per questo che nel manuale troverai tutta la teoria che serve per risolvere i quiz del test di ammissione. Lungo il percorso di studio incontrerai delle **icone** che ti aiuteranno a ottimizzare il tuo tempo e potenziare l'efficacia del tuo studio. Gli autori le hanno inserite per facilitare la comprensione degli argomenti. Non fartene scappare una!



Questa icona ti segnala la presenza di un'**immagine** che ti aiuterà a fissare nella mente i concetti che stai studiando. Studiare per il test di ammissione diventa così più interessante.



Il **test finale** ti permetterà di valutare i tuoi miglioramenti. In base al punteggio valuterai una strategia specifica per potenziare la preparazione di ciascun capitolo.

I 5 step del metodo di studio SIMONE WAU!

1. Scegli la materia da **dove iniziare a studiare**, non saltare di materia in materia; ti consigliamo di intraprenderne una alla volta. Per alcune potrai andare a salti, iniziare dagli argomenti preferiti o magari da quelli che conosci meno. In altre, come per esempio Chimica, ti consigliamo di seguire un filo logico.
2. Dopo aver scelto cosa studiare, esegui **tre esercitazioni da 10 quiz ciascuna** (su quell'argomento) dal **portale wauniversity.it** (puoi accedervi con il QR code alla fine del libro). Non importa se non conosci niente di questa tematica. Leggendo i vari quiz e le risposte, stai già imparando il lessico specifico e soprattutto cominci a capire in che modo il Ministero cercherà di valutare le tue conoscenze attraverso i quiz. I commenti ai quiz ti permetteranno di acquisire qualche informazione immediata.
3. Scegli se fare uno **studio rapido o approfondito**. Durante la lettura sottolinea, cerchia, evidenzia tutte le informazioni che ritieni utili. Trova anche il tempo di disegnare ciò che il testo cerca di farti immaginare.
4. Utilizza tutti gli **strumenti didattici** di questo libro, sono la risorsa più preziosa! Ciascun elemento ti aiuterà a velocizzare la comprensione dell'argomento. In alcuni casi può essere più efficace guardare la videolezione che leggere il testo.
5. Svolgi il **test di valutazione finale** a fine capitolo per valutare di volta in volta la tua preparazione.

Per potenziare la tua preparazione accedi all'innovativa **piattaforma WAU!**
(accessibile tramite **QR code** riportato nell'ultima pagina del libro).



Accedendo alla piattaforma troverai:

- oltre 500 *quiz inediti e commentati*;
- 500 *quiz degli anni precedenti*;
- *simulazioni mensili*;
- ulteriori risorse di approfondimento come *videolezioni, appunti, webinar*;
- la *guida al metodo di studio*;
- uno *spazio virtuale* dove potersi confrontare con *migliaia di studenti e tutor* sui quiz più complessi;
- statistiche per monitorare la tua preparazione.

Gli Autori



PIERPAOLO SABA

Pierpaolo Saba, medico chirurgo laureato con massimi voti presso l'Università di Sassari. Diplomato presso il Liceo Scientifico Antonio Segni di Ozieri, ha conseguito ottimi risultati universitari come il Diploma di partecipazione allo stage di anatomia dissettoria presso l'università di Bordeaux, o il tirocinio presso l'unità operativa di Chirurgia Toracica dell'ospedale "Mount Sinai di Manhattan" a New York, premiato nel 2016-2017 come uno dei primi 10 Ospedali dello Stato per la cardiologia e la chirurgia toracica. Da sempre appassionato di Logica matematica e fisica, collabora attivamente con "WAU!" nel preparare i ragazzi ai test d'ammissione a numero programmato.





Modulo 1

Insiemi numerici
e algebra

Matematica

SIMONE WAU!



Modulo 1

Insiemi numerici e algebra

1.1 INSIEMI NUMERICI

I principali insiemi numerici sono:

- L'insieme dei **numeri naturali** (\mathbb{N}): nasce per l'esigenza di contare, cioè di indicare quanti sono gli elementi di un qualunque insieme. Corrisponde all'insieme $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$.
- L'insieme dei **numeri relativi** (\mathbb{Z}): è composto dai numeri naturali e dai numeri costruiti ponendo un segno “-” davanti ai numeri naturali. Corrisponde all'insieme $\{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$.
- L'insieme dei **numeri razionali** (\mathbb{Q}): è costituito da tutti quei numeri che si possono esprimere come rapporto di due numeri interi, cioè mediante una frazione a/b , dove a è detto numeratore e b è detto denominatore (b deve essere sempre un numero diverso da zero, perché non si può dividere per zero). Per esempio i numeri $-1/2, 1/2, -1/3, 1/3, -2/3, 2/3$ sono numeri razionali. Fanno anche parte di questo insieme:

- Tutti i numeri interi perché ovviamente possono essere espressi come frazioni.

Esempio: 2 si può ottenere facendo $2/1, 4/2, 8/4, \dots$

- I numeri decimali con un numero finito di cifre.

Esempio: il numero 17,31 può essere espresso scrivendo $1731/100$.

- I numeri decimali periodici, cioè i numeri con alcune **cifre dopo la virgola che si ripetono** senza mai fermarsi. I numeri che si ripetono costituiscono il periodo e vengono indicati con un trattino in alto.

Esempio: il numero $0,33333333\dots$ lo possiamo indicare scrivendo $0,\overline{3}$ (3 è il periodo) che

corrisponde a $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$. Questo perché esistono delle regole da seguire per trasformare un

numero decimale periodico in frazione: si scrive al numeratore tutto il numero senza la virgola e gli si sottrae tutto il numero che precede il periodo, mentre al denominatore si scrivono tanti 9 quante sono le cifre del periodo, seguiti da tanti 0 quante sono le cifre dopo la virgola non periodiche. Il numero $3,23134134134\dots = 3,231\overline{34}$ corrisponde infatti

$$\text{a } \frac{323134 - 323}{99900}.$$

- L'insieme dei **numeri reali** (\mathbb{R}): si ottiene aggiungendo ai numeri razionali i numeri irrazionali, cioè quelli che hanno un numero infinito di cifre decimali non periodiche.

Esempio: $\sqrt{2} = 1,41421356\dots$, $\pi = 3,141592\dots$ o il numero di Nepero $e = 2,7182\dots$

1.2 ORDINAMENTO E CONFRONTO

Dati due insiemi A e B, se l'insieme B ha tutti gli elementi di A più almeno un altro elemento si parlerà di inclusione e si scriverà $A \subset B$. Tale simbolo significa "è contenuto" ed indica che l'insieme A sta totalmente dentro l'insieme B. Due insiemi si possono confrontare solo se gli insiemi hanno lo stesso tipo di elementi (non possiamo ordinare un insieme di colori con un insieme di animali).

L'esempio più facile da capire è proprio quello del confronto fra insiemi numerici. Notiamo come l'insieme dei numeri interi sia più grande di quello dei numeri naturali perché contiene gli stessi numeri e ne ha di più. Si dice che \mathbb{N} è un sottoinsieme di \mathbb{Z} . Quindi dopo averli confrontati in questo modo si possono mettere in ordine, dal più piccolo (quello con meno elementi) al più grande (quello con più elementi).

Abbiamo quindi $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

1.3 OPERAZIONI E LORO PROPRIETÀ

Le principali e basilari operazioni algebriche tra numeri sono: addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione.

1.3.1 Addizione

È l'operazione, indicata con $+$, che ci permette di unire due quantità. Se in una scatola abbiamo 2 biglie e in un'altra scatola abbiamo 3 biglie mettendo insieme il contenuto dei due sacchetti avremo 5 biglie, matematicamente questo si traduce in $2 + 3 = 5$.

I numeri coinvolti nell'addizione sono detti addendi, mentre il risultato si chiama somma. L'elemento neutro è l'elemento che addizionato ad un qualsiasi altro numero non produce alcuna modifica. Per l'addizione l'elemento neutro è lo zero 0. La somma fra zero e un qualsiasi altro numero dà come risultato il numero di partenza.

Esempio: $2 + 0 = 0 + 2 = 2$

L'elemento opposto di un qualsiasi numero è l'elemento che, addizionato al primo, dà come risultato l'elemento neutro, cioè lo zero. Per l'addizione l'inverso di un numero (detto opposto) è lo stesso numero cambiato di segno.

Esempio: l'opposto di 2 è -2 perché $(2) + (-2) = (-2) + 2 = 0$

Per l'addizione l'opposto non esiste se come insieme numerico si considera solo \mathbb{N} che non contiene i numeri negativi.

1.3.2 Proprietà dell'addizione

- **Commutativa:** scambiando l'ordine degli addendi il risultato non cambia.

Esempio: $2 + 3 = 5$ ma si può ottenere lo stesso risultato facendo $3 + 2 = 5$

- **Associativa:** se si addizionano tre (o più) numeri, il risultato non cambia se al posto di due (o più) di essi si sostituisce la loro somma.

Esempio: $2 + 3 + 4 = (2 + 3) + 4 = 5 + 4 = 9$ ma si può ottenere lo stesso risultato facendo $2 + 3 + 4 = 2 + (3 + 4) = 2 + 7 = 9$.

- Dissociativa: la somma di due o più addendi non cambia se al posto di uno o più di essi si sostituiscono altri elementi la cui somma è uguale all'addendo sostituito.

Esempio: $14 + 24 = 10 + 4 + 20 + 4$

1.3.3 Sottrazione

È l'operazione, indicata con $-$, che ci permette di togliere delle quantità. Se in una scatola abbiamo 5 biglie e decidiamo di toglierne 3 ne rimarranno 2, matematicamente questo si traduce in $5 - 2 = 3$. Nell'espressione $a - b = c$ abbiamo che a è il **minuendo**, b è il **sottraendo** e c è la **differenza**.

Possiamo eseguire la sottrazione fra numeri naturali solo se il minuendo è maggiore o uguale al sottraendo, infatti $5 - 3$ lo possiamo fare ma $3 - 5$ no. Quindi in \mathbb{N} la sottrazione non gode della proprietà commutativa e non gode neanche di quella associativa. Ecco perché tra le proprietà della sottrazione ne troverete una sola. Diciamo che le proprietà della sottrazione dipendono dall'insieme numerico che stiamo considerando, in \mathbb{Z} non abbiamo problemi. È conveniente vedere la sottrazione come addizione dell'opposto del sottraendo, cioè $5 - 3$ possiamo anche pensarlo come $5 + (-3)$. Si parla in questo caso di **somma algebrica**, che gode di tutte le proprietà viste sopra per l'addizione.

1.3.4 Proprietà della sottrazione

- Invariantiva: se si aggiunge o si toglie uno stesso numero sia al minuendo che al sottraendo il risultato non cambia.

Esempio: $14 - 9 = (14 + 1) - (9 + 1) = 15 - 10 = 5$

1.3.5 Moltiplicazione

È l'operazione, indicata con \cdot (qualche volta con \times o uno spazio vuoto), che permette di sommare rapidamente numeri uguali. I numeri moltiplicati vengono detti **fattori** mentre il risultato **prodotto**.

Esempio: $2 \cdot 6 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 12$.

L'elemento neutro è l'elemento che moltiplicato ad un qualsiasi altro numero non produce alcuna modifica. Per la moltiplicazione l'elemento neutro è 1. La moltiplicazione fra uno e un qualsiasi altro numero dà come risultato il numero di partenza.

Esempio: $2 \cdot 1 = 1 \cdot 2 = 2$

L'elemento inverso di un qualsiasi numero è l'elemento che, moltiplicato al primo, dà come risultato l'elemento neutro, cioè 1. Per la moltiplicazione l'inverso di un numero (detto **reciproco**) si ottiene dividendo 1 per il numero di partenza.

Il reciproco dello zero non esiste.

C'è bisogno di almeno \mathbb{Q} come insieme numerico per poter parlare di reciproci (ci servono le frazioni).

Esempio: Il reciproco di 2 è $\frac{1}{2}$ perché $2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$. Il reciproco di $\frac{2}{3}$ si costruisce facendo $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$

che corrisponde a $\frac{3}{2}$ (se abbiamo 1 fratto una frazione si ribalta la frazione). Per verificare

che $\frac{3}{2}$ è proprio il reciproco di $\frac{2}{3}$ osserviamo che il loro prodotto è pari a uno $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} = 1$.

1.3.6 Proprietà della moltiplicazione

- Moltiplicazione per zero: moltiplicando un qualsiasi numero per zero si ottiene zero.

Esempio: $2 \cdot 0 = 0 \cdot 2 = 0$

È importante sapere che se il prodotto è zero allora necessariamente uno dei fattori deve essere zero.

- Commutativa: scambiando l'ordine dei fattori il risultato non cambia.

Esempio: $2 \cdot 3 = 6$ ma si può ottenere lo stesso risultato facendo $3 \cdot 2 = 6$

- Associativa: se si moltiplicano tre (o più) numeri, il risultato non cambia se al posto di due (o più) di essi si sostituisce il loro prodotto.

Esempio: $2 \cdot 3 \cdot 5 = (2 \cdot 3) \cdot 5 = 6 \cdot 5 = 30$ ma si può ottenere lo stesso risultato facendo $2 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot (3 \cdot 5) = 2 \cdot 15 = 30$

- Dissociativa: il prodotto di due o più fattori non cambia se al posto di uno o più di essi si sostituiscono altri elementi il cui prodotto è uguale al fattore sostituito.

Esempio: $14 \cdot 4 = 7 \cdot 2 \cdot 4$

- Distributiva: moltiplicare un numero per una somma (o una differenza) equivale a sommare (o sottrarre) i singoli prodotti.

Esempio: $2 \cdot (3 + 5) = 2 \cdot 8 = 16$ ma applicando la proprietà distributiva abbiamo $2 \cdot (3 + 5) = (2 \cdot 3) + (2 \cdot 5) = 6 + 10 = 16$

1.3.7 Divisione

La divisione è l'operazione inversa della moltiplicazione. Nell'espressione $a : b = c$, a viene detto dividendo (cioè la quantità da dividere), b divisore (cioè la quantità che divide) e c quoziente.

Scrivere il risultato di una divisione vuol dire trovare quel numero che moltiplicato per il divisore restituisce il dividendo.

Esempio: $12 : 2 = 6$ perché $6 \cdot 2 = 12$

Tutte le frazioni sono divisioni $\frac{a}{b}$, vuol dire fare $a : b$ (il numero sopra la linea di frazione viene detto numeratore mentre il numero sotto denominatore).

1.3.8 Proprietà della divisione

- Invariantiva: se moltiplichiamo o dividiamo per uno stesso numero (diverso da zero) sia il dividendo che il divisore il risultato non cambia.

Esempio: per calcolare $150 : 30$ possiamo dividere entrambi i numeri per 10 e ottenere $15 : 3$ che è più semplice da calcolare.

- Distributiva: dividere una somma (o una differenza) per un numero equivale a sommare (o sottrarre) i singoli quozienti.

Esempio: $(25 + 15) : 5 = 40 : 5 = 8$ ma applicando la proprietà distributiva abbiamo $(25 : 5) + (15 : 5) = 5 + 3 = 8$.

1.4 POTENZE E LORO PROPRIETÀ

Quando un numero viene moltiplicato per se stesso molte volte è più comodo utilizzare una forma compatta per scriverlo: l'elevamento a potenza. Le potenze sono quindi moltiplicazioni ripetute.

Scrivere a^n , dove a è la base e n l'esponente, significa moltiplicare la base per se stessa n volte.

Esempio: $2^1 = 2$
 $2^2 = 2 \cdot 2$
 $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$
 $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
 $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
 ...

Scriviamo le proprietà delle potenze e utilizziamo la notazione a^n e a^m per indicare potenze generiche:

- Prodotto di potenze con la stessa base: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

Esempio: $2^3 \cdot 2^4 = 2^{2+3} = 2^7$

- Rapporto di potenze con la stessa base: $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

Esempio: $\frac{2^4}{2^3} = 2^{4-3} = 2^1 = 2$

- Prodotto di potenze con lo stesso esponente: $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

Esempio: $2^3 \cdot 3^3 = (2 \cdot 3)^3 = 6^3$

- Rapporto di potenze con lo stesso esponente: $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

Esempio: $\frac{2^3}{3^3} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$

- Potenza di potenza: $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

Esempio: $(2^3)^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}$

- Radici sotto forma di potenze: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Esempio: $\sqrt{3} = 3^{\frac{1}{2}}$

Non esistono proprietà relative alla somma di potenze, quindi l'unica cosa che possiamo fare è calcolarle e poi sommarle. La potenza della somma non è uguale alla somma delle potenze, infatti $(3 + 2)^2 = 5^2 = 25$ mentre $3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$ e questo ci dice che $(3 + 2)^2 \neq 3^2 + 2^2$.

Una potenza con base diversa da zero ed esponente uguale a zero dà uno. Quindi un qualsiasi numero elevato zero è uguale a uno (tranne zero stesso). Zero elevato zero non ha significato.

Esempio: $2^0 = 1$
 $\left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$

Le potenze con esponente negativo possono essere riscritte eliminando il segno meno all'esponente e passando al reciproco della base. **Il segno meno come esponente ha l'effetto di invertire la base.**

$$\text{Esempio: } 2^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{1}{2}$$

$$2^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2^2}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-5} = \left(\frac{3}{2}\right)^5$$

1.5 RADICALI E LORO PROPRIETÀ

Un radicale è quello che viene comunemente chiamato radice e indicato con $\sqrt[n]{a}$, dove n è l'indice della radice (se non si scrive nulla si sottintende 2 e si chiama radice quadrata) mentre a è il radicando. L'estrazione di radice è l'operazione inversa dell'elevamento a potenza. Effettuare la radice equivale a trovare quel numero che elevato all'indice della radice ci dà il radicando.

Esempio: $\sqrt[3]{8} = 2$ il risultato è 2 proprio perché 2 è quel numero che elevato 3 (indice della radice) ci dà 8 (radicando), cioè $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$.

In particolare la radice quadrata è l'operazione inversa dell'elevamento al quadrato.

Visto il legame fra potenza e radice si vuole evidenziare come **sotto qualsiasi radice di indice pari può esserci solo un radicando positivo**, poiché $\sqrt[n]{a} = b \rightarrow b^n = a$ si ha che a deve necessariamente essere positivo. Nel caso invece di radici con indice dispari non si hanno problemi (la radice cubica di un numero negativo si può tranquillamente fare).

Abbiamo già visto come una radice si può scrivere sotto forma di potenza, $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$, e quindi si possono sfruttare le proprietà delle potenze.

Riportiamo alcune proprietà dei radicali:

- Prodotto di radicali con lo stesso indice: $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$

$$\text{Esempio: } \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{2 \cdot 3} = \sqrt{6}$$

- Quoziente di radicali con lo stesso indice: $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

$$\text{Esempio: } \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{4}{2}} = \sqrt[3]{2}$$

- Radice di radice: $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$

$$\text{Esempio: } \sqrt[2]{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[2 \cdot 3]{2} = \sqrt[6]{2}$$

Possiamo sommare e sottrarre i radicali solo se sono simili, cioè se hanno stesso indice e stesso radicando. Si sommano algebricamente i coefficienti.

COLLANA SIMONE WAU

I manuali della collana **SIMONE WAU** sono il frutto della collaborazione di **docenti e studenti** che hanno superato il test e dell'**esperienza dell'Edizioni Simone e WAUniversity**.

TI RICONOSCI IN ALMENO UNA DI QUESTE FRASI?

Ho studiato ma ho paura di incontrare quelle fatidiche domande che non riesco a risolvere ma sono simili a molte altre che ho incontrato

Cerco un punto di riferimento dove condividere e trovare una risposta ai miei dubbi con qualcuno che c'è già passato

Sto cercando un testo semplice e chiaro che contenga tutta la teoria che serve per risolvere qualsiasi tipo di quiz il giorno del test

Voglio prepararmi al meglio e ho bisogno di strumenti pratici per esercitarmi

Non riesco a capire dove sbaglio e avrei bisogno di linee guida semplici ed efficaci

I MANUALI SIMONE WAU

SONO QUELLO CHE FA PER TE

- Metodo didattico adatto a tutti i livelli di preparazione
- I quiz inediti sono aggiornati all'ultimo decreto riuscendo sempre a prevedere anche i quiz dei nuovi test
- Video, immagini 3D e materiali interattivi

**CON ESPANSIONI E
SIMULATORE ONLINE**

**SUPERA IL TEST DI AMMISSIONE
PREPARATI CON SIMONE WAU!**

