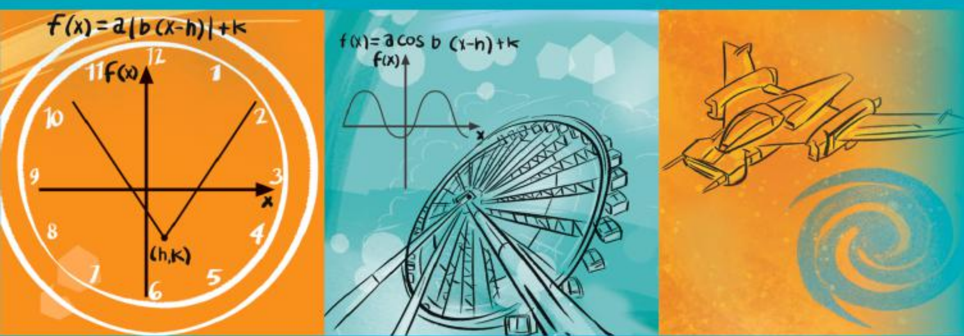
Florence Grandchamp
Drita Neziri
Abdelkader Amara
Raymond Thériault

MODÉLISATION ALGÉBRIQUE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE FONDAMENTAL II

MAT SN 5171 2

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE



KINĒSIS ÉDUCATION

Graphismes, notations et symboles

Graphismes, notations et symboles utilisés dans ce module

KINÉSIS ÉDUCATION

$<$	est inférieur à
$\leq$	est inférieur ou égal à
$>$	est supérieur à
$\geq$	est supérieur ou égal à
$\mathbb{R}$	ensemble des nombres réels
$\mathbb{R} \setminus \{n\}$	ensemble des nombres réels sauf la valeur n
$f(x) = y$	image de x par la fonction f est y
dom f	domaine de f
codom f	codomaine de f
min f	minimum de f
max f	maximum de f
f^{-1}	réciproque de la fonction f
∞	infini
$\varnothing$	ensemble vide
$\cup$	union
[a, b]	intervalle fermé de a à b
]a, b[	intervalle ouvert de a à b
[a, b[,]a, b]	intervalle semi-ouvert de a à b
x^2	x exposant 2 ; x au carré
$\sqrt{x}$	radical x; racine carrée de x
$\lvert x \rvert$	valeur absolue de x
c^x	c exposant x; la x^e puissance de c
$\log_c x$	logarithme en base c de x
$\sin x$	sinus de x
$\cos x$	cosinus de x
$\tan x$	tangente de x
$\sin^{-1} x$	arc sinus de x
$\cos^{-1} x$	arc cosinus de x
$\tan^{-1} x$	arc tangente de x
$f \circ g$	composée des fonctions f et g

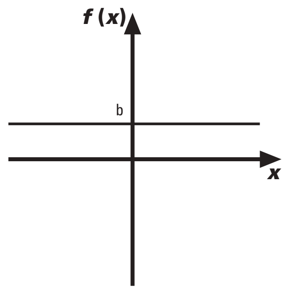
Rappel de quelques notions

KINÉSIS ÉDUCATION

Les fonctions réelles

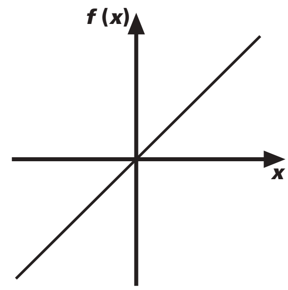
Fonction constante

$f(x) = \mathrm{b}$



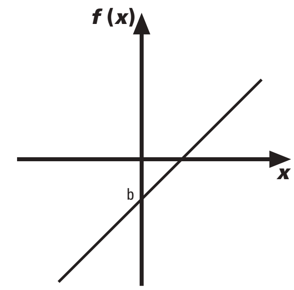
Fonction linéaire

$f(x) = \mathrm{a}x$



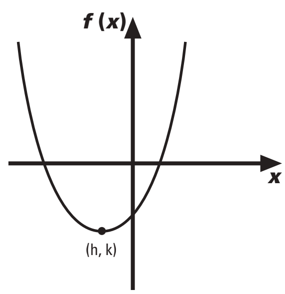
Fonction affine

$f(x) = \mathrm{a}x + \mathrm{b}$



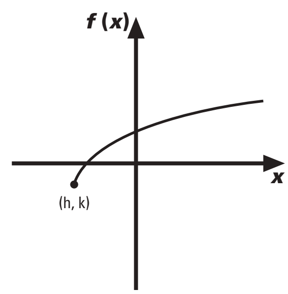
Fonction quadratique

$f(x) = \mathrm{a}\,(x - \mathrm{h})^2 + \mathrm{k}$



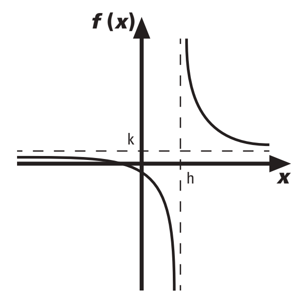
Fonction racine carrée

$f(x) = \mathrm{a}\sqrt{\mathrm{b}\,(x - \mathrm{h})} + \mathrm{k}$



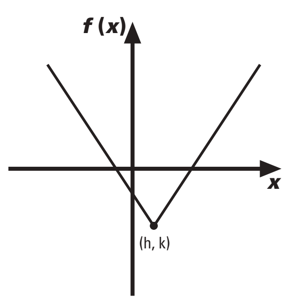
Fonction rationnelle

$f(x) = \dfrac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}\,(x - \mathrm{h})} + \mathrm{k}$



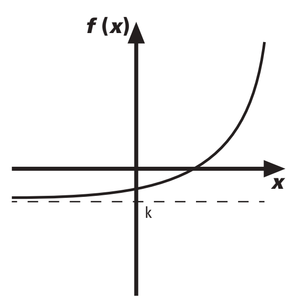
Fonction valeur absolue

$f(x) = \mathrm{a}\,|\,x - \mathrm{h}\,| + \mathrm{k}$



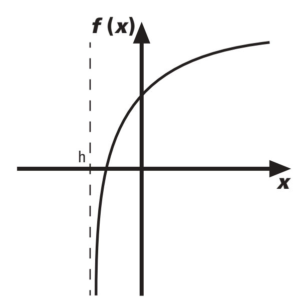
Fonction exponentielle

$f(x) = \mathrm{a}c^{\mathrm{b}\,(x - \mathrm{h})} + \mathrm{k}$



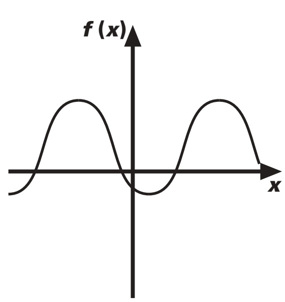
Fonction logarithmique

$f(x) = \mathrm{a}\log_c \mathrm{b}\,(x - \mathrm{h}) + \mathrm{k}$



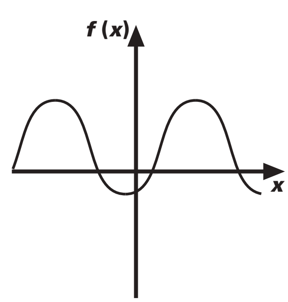
Fonction sinus

$f(x) = \mathrm{a}\sin \mathrm{b}\,(x - \mathrm{h}) + \mathrm{k}$



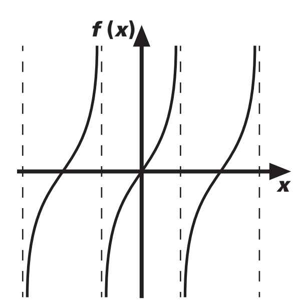
Fonction cosinus

$f(x) = \mathrm{a}\cos \mathrm{b}\,(x - \mathrm{h}) + \mathrm{k}$



Fonction tangente

$f(x) = \mathrm{a}\tan \mathrm{b}\,(x - \mathrm{h}) + \mathrm{k}$



MODÉLISATION ALGÉBRIQUE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE FONDAMENTAL II

Conforme au Programme

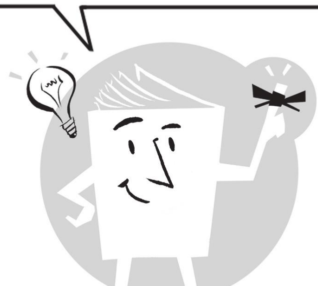
KINÉSIS ÉDUCATION

MAT SN 5171 2

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE

NE ME JETEZ PAS !

GARDEZ-MOI
COMME AIDE-MÉMOIRE



Car « *la mémoire est une faculté qui oublie* »
… en maths comme en toutes choses.

CE LIVRE APPARTIENT À : ______________________

La collection

MAT

Tous les titres
de la collection MAT
au catalogue

KINESIS ÉDUCATION

FORMATION DE BASE COMMUNE :

Présecondaire

MAT P101 4	MAT P102 3	MAT P103 2	MAT P104 4

Secondaire 1		**Secondaire 2**	
MAT 1101 3	MAT 1102 3	MAT 2101 3	MAT 2102 3

Mise À Niveau

MAN P100	MAN 1100	MAN 2100

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE :

Secondaire 3

MAT 3051 2	MAT 3052 2	MAT 3053 2

Secondaire 4

CST	MAT 4151 1	MAT 4152 1	MAT 4153 2
TS	MAT 4261 2	MAT 4262 2	MAT 4263 2
SN	MAT 4271 2	MAT 4272 2	MAT 4273 2

Secondaire 5

CST	MAT 5150 2	MAT 5151 1	MAT 5152 1
TS	MAT 5160 2	MAT 5161 2	MAT 5163 2
SN	MAT 5170 2	**MAT 5171 2**	MAT 5173 2

FORMATION À DISTANCE :

Secondaire 1, 2 et 3

Tous les guides d'apprentissage du secondaire 1, 2 et 3 ont été adaptés pour les besoins de la formation à distance. Pour en savoir plus : voyez notre site *www.ebbp.ca*

Secondaire 4 et 5 — *En préparation*

Ouvrages déjà parus au catalogue :

MAT 1005 2	MAT 1006 2	MAT 1007 2	MAT 2006 2	MAT 2007 2	MAT 2008 2
MAT 3015 2	MAT 3016 2	MAT 3017 2			
MAT 4101 2	MAT 4102 1	MAT 4103 1	MAT 4104 2	MAT 4105 1	MAT 4106 1
MAT 4107 1	MAT 4108 1	MAT 4109 1	MAT 4110 1	MAT 4111 2	
MAT 5101 1	MAT 5102 1	MAT 5103 1	MAT 5104 1	MAT 5105 1	MAT 5106 1
MAT 5107 2	MAT 5108 2	MAT 5109 1	MAT 5110 1	MAT 5111 2	MAT 5112 1
MAN 1000	MAN 2000	MAN 3000		MAT 1005 FAD à MAT 5112 FAD	

Première édition 2022 **MAT 5171 2**

Canada L'ensemble des titres admissibles de notre production bénéficie du soutien financier du gouvernement du Canada.

Communication et pédagogie	Christiane Beullac
Composition et index	Audrey d'Amboise
	Francisca Martinez Galvez
	Valérie Tardif
Conseiller en mathématiques	Raymond Thériault
Correction	Jonathan Crête
Direction de la collection	
• contenu éditorial	Célestin de La Grange
	Annie Lopez
• contenu mathématique	Florence Grandchamp
• infographie et production	Francine Plante
Idéatrice	Marianne Delaroche
Illustrations	Paul Bordeleau
Informatique éditoriale	Francisca Martinez Galvez
Maquette de la couverture	Jean-Sébastien Lajeunesse
	Michel Lajeunesse
Maquette de l'ouvrage	Célestin de La Grange
	Francine Plante
Réécriture	Jonathan Crête
Révision mathématique	Sylvain Gervais
Impression	Imprimerie Héon & Nadeau
Éditrice déléguée	Francine Plante / Les Éditions Jules Châtelain

À propos de photocopie

Photocopier sans permission un imprimé — une œuvre complète ou un passage d'une œuvre —, c'est aussi plagier. C'est aussi s'approprier indûment le fruit du travail d'un auteur.

Et, la plupart du temps, la photocopie gâte l'œuvre, et fait perdre le bénéfice de cinq cents ans de pratique de l'imprimerie : c'est un péché contre l'esprit, en plus d'être un acte malhonnête.

Photocopier sans permission : c'est voler.

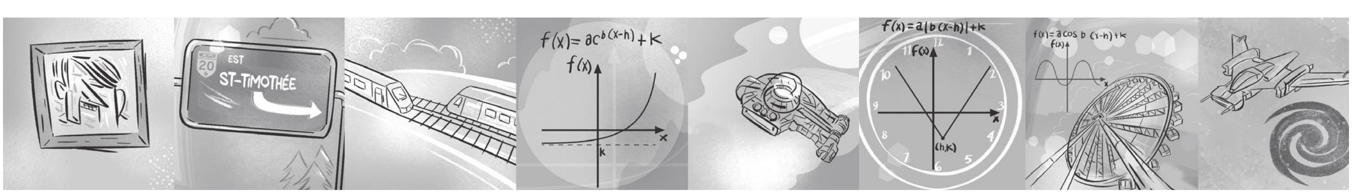
Méprisons la photocopie sauvage. Méprisons le vol.

ÉDITEUR AGRÉÉ Québec

Page des crédits

KINÉSIS ÉDUCATION

Pour en savoir plus sur l'illustrateur et sur les illustrations de votre module, voir p. 485



Dépôt légal — Bibliothèque et Archives nationales du Québec, Bibliothèque et Archives Canada, 2022.
ISBN 978-2-7615-0782-0

À L’ÉTUDIANT ET À L’ENSEIGNANT POUR CETTE PREMIÈRE ÉDITION 2022

Vous avez en main la première édition du module MAT 5171, vingtième module de notre collection MAT FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE.

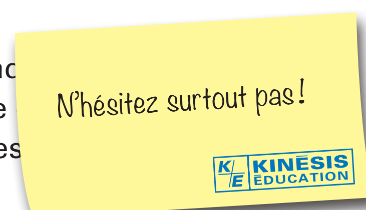
Les auteurs, les correcteurs, les réviseurs et toute l’équipe éditoriale et technique ont fait de leur mieux pour que cet ouvrage respecte l’esprit et la lettre du programme, et réponde à vos attentes et à vos besoins. Mais nul, ni rien, n’est parfait sur terre : moins que quiconque, nous prétendons avoir atteint la perfection, même après révision et correction.

Les auteurs et l’éditeur demandent aux utilisateurs — étudiants et enseignants — de leur faire part de leurs commentaires et de leurs suggestions le plus tôt possible pour que nous puissions dès la prochaine impression apporter les retouches, les modifications ou les ajouts qui se révéleraient nécessaires.

D’autre part, n’hésitez pas à nous signaler coquilles ou erreurs si vous en trouvez : **nous ne procédons jamais à une réimpression sans avoir d’abord effectué les corrections ou les retouches nécessaires.** Un ouvrage didactique n’est pas une œuvre immuable, au contraire, c’est un outil perfectible et en perpétuel devenir.

Avec la collaboration de toutes et de tous, nous pourrons ensemble améliorer et raffiner, au fil des ans, un document dont nous voudrions qu’il soit pour vous l’outil rêvé. Nous ferons tout pour qu’il le devienne.

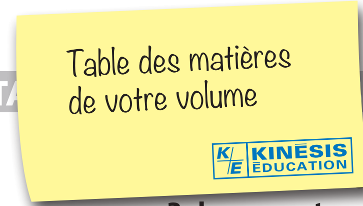
Écrivez-nous, téléphonez-nous, ou adressez-nous un courriel à l’ac
cbeullac@ebbp.ca, la responsable des communications et notre
Nous accusons toujours réception de la correspondance reçue des
Vous pouvez aussi nous visiter sur le site www.ebbp.ca.



Depuis plus de soixante-cinq ans, nous n’avons jamais cessé de travailler en étroite collaboration avec le monde de l’enseignement, et nous voulons continuer de le faire : que vous soyez étudiant ou enseignant, merci de garder le contact avec nous par le moyen qui vous est le plus commode : téléphone, télécopieur, courriel.

L’éditeur

KINÉSIS ÉDUCATION
Bureau 260, 1750, boulevard Marie-Victorin, Longueuil, Québec J4G 1A5
Téléphone : +1 450 332 4499 Télécopieur : +1 450 332 4403
Courriel : cbeullac@ebbp.ca Site : www.ebbp.ca



01. FONCTIONS VALEUR ABSOLUE, RACINE CARRÉE ET RATIONNELLE

02. FONCTIONS EXPONENTIELLES, LOGARITHMIQUES, TRIGONOMÉTRIQUES ET DÉFINIES PAR PARTIES

Nos petits plus...

Le module MAT 5171, intitulé ***Modélisation algébrique et graphique e*** ***fondamental II***, touchera plusieurs aspects d'une grande famille de situations d'apprentissage : *Relations entre quantités*. Cette famille regroupe les situations dont le problème doit être en partie traité par une représentation fondée sur un modèle algébrique ou graphique exprimant une relation entre quantités. Le module ***Modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental II*** vous fournira l'occasion de poser des actions en vue d'établir des relations ou des liens de dépendance entre des quantités.

En traitant les situations-problèmes de ce module, vous serez amené, entre autres, à reconnaître l'effet de la modification d'un paramètre sur la représentation graphique d'une fonction, à procéder par tâtonnements dans le but de déterminer la règle algébrique d'une fonction ou encore, à déduire certains liens comme la valeur maximale d'une fonction rationnelle lorsque les valeurs des abscisses tendent vers l'infini en approchant la valeur de l'asymptote horizontale.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

La résolution des situations-problèmes dans ce cours implique le recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes ;

Déployer un raisonnement mathématique ;

Communiquer à l'aide du langage mathématique.

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Plusieurs compétences transversales peuvent contribuer au traitement de situations de la famille *Relations entre quantités*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours :

Compétence d'ordre méthodologique : *Exercer son jugement critique ;*

Compétence de l'ordre de la communication : *Communiquer de façon appropriée.*

CONTENU DISCIPLINAIRE

Dans ce cours, vous réactiverez et approfondirez l'ensemble des savoirs arithmétiques et algébriques acquis précédemment. Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, vous compléterez votre formation en construisant et en vous appropriant les savoirs suivants.

Savoirs prescrits

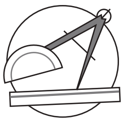
En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées dans ce cours, vous développerez trois **procédés intégrateurs** :

La représentation d'une situation par un modèle fonctionnel algébrique ou graphique ;

L'interpolation ou l'extrapolation à partir d'un modèle graphique ;

La généralisation d'un ensemble de situations à l'aide d'un modèle fonctionnel algébrique ou graphique.

SAVOIRS MATHÉMATIQUES



Expressions numériques et algébriques

SM-1 Nombres réels

SM-2 Manipulation d'expressions arithmétiques et algébriques

Tous les savoirs mathématiques : SM.
On le reconnaît à ce picto associé aux Outils mathématiques.
KINĒSIS ÉDUCATION

, fonction et réciproque

xpérimentation, observation, interprétation, description et représentation différentes fonctions réelles et de leur réciproque

pérations sur les fonctions

SM-5 Recherche de la règle d'une fonction ou de sa réciproque selon le contexte

SM-6 Description et interprétation des propriétés d'une fonction

SM-7 Interprétation des paramètres multiplicatif et additif

SM-8 Recherche du type de lien de dépendance à l'aide de la courbe la mieux ajustée, avec ou sans soutien technologique

SM-9 Résolution d'équations et d'inéquations à une variable

Comment est construit
votre module.
Vous retrouverez des pages
+détaillées un peu +loin
à cet extrait.
KINÉSIS ÉDUCATION

MODÉLISATION ALGÉBRIQUE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE FONDAMENTAL II — **PRÉSENTATION**

Présentation des *compétences disciplinaires*, des *compétences transversales*, et du contenu disciplinaire visés par le MAT 5171. ➨ *page VIII*

COMMENT EST CON…

Les deux pages …

Votre MAT 5171 est divisé en chapitres :

01 FONCTIONS VALEUR ABSOLUE, RACINE CARRÉE ET RATIONNELLE

En début de chapitre une *mise en situation,* ici : ***NAVIGATION SPATIALE***.
Elle est tirée de la vie courante réelle ou virtuelle, et illustre l'utilité de la matière qui sera abordée.
DANS CE CHAPITRE, vous dit ce que vous verrez comme nouvelles notions, à quoi cela sert en mathématique et dans la vie de tous les jours. ➨ *page 2*

Les chapitres de votre MAT 5171 sont divisés en sections :

1.1. Résolution d'une équation valeur absolue

Au début de chaque section : les **Outils mathématiques** nécessaires à l'acquisition des *savoirs mathématiques*.
Présentation succincte, niveau de langue simple, exemples concrets, illustrations au besoin.
➨ *page 4 et suivantes*

1.11. Vue d'ensemble : synthèse des savoirs

Un résumé des *savoirs mathématiques* est présenté sous forme de tableau. Il est suivi de *consolidations des savoirs* pour vous aider à maîtriser les nouveaux *savoirs mathématiques*.
➨ *page 94 et suivantes*

En conclusion du chapitre, des

1.12. Situations de vie

font un *retour sur la mise en situation du début,* laquelle peut maintenant être résolue grâce aux savoirs et compétences acquis dans ce chapitre.
➨ *page 106*

MAT 5171 PRÊT POUR L'ÉVALUATION DE FIN DE MODULE ?

PREMIÈRE PARTIE — Révision des connaissances

Banque de questions portant chacune sur l'un des *savoirs mathématiques* du module.

DEUXIÈME PARTIE — Révision des compétences

Banque de *situations-problèmes* permettant de vérifier l'acquisition de toutes les compétences liées à ce module.
➨ *page 324*

MAT 5171 GLOSSAIRE DES TERMES MATHÉMATIQUES

Un mini-dictionnaire : tous les termes apparaissant en ***italique rouge gras*** dans le module. ➨ *page 367*

Et des petits plus....

Amusons-nous

Les mathématiques, un divertissement ?
Eh oui... on peut aussi s'amuser en faisant des mathématiques.
➨ *page 148*

Pause calculatrice

Pratique, la calculatrice ? Bien sûr. Mais il est aussi bien commode — et beaucoup plus futé — de savoir s'en servir.
➨ *page 32*

VOTRE MAT 5171

ATTENTES DE FIN DE COURS **MAT 5171**

Pour savoir où vous allez : la liste des *critères d'évaluation* de ce cours.
➨ *page XII*

Si on appliquait cette théorie ?

Ensuite, des cas concrets en relation avec les *savoirs mathématiques* que vous avez découverts dans les **Outils mathématiques**.
➨ *page 5 et suivantes*

Activités d'apprentissage **UN PEU DE PRATIQUE**

Puis, de la pratique, pour vous aider à acquérir par étapes la ou les *compétences disciplinaires* à atteindre. Vous pouvez facilement repérer ces *activités d'apprentissage* grâce à la bande gris pâle sur la tranche du module.
➨ *page 7 et suivantes*

Situations-problèmes **UN PEU *PLUS* DE PRATIQUE**

Viennent ensuite des situations plus globales et plus complexes, les *situations-problèmes* qui vous amèneront à maîtriser les *compétences transversales* visées par le MAT 5171.
Ces situations se repèrent grâce à la bande gris foncé sur la tranche du module.
➨ *page 109 et suivantes*

Situations d'évaluation de fin de chapitre

PREMIÈRE PARTIE **Évaluation des connaissances**
DEUXIÈME PARTIE **Évaluation des compétences**

Ces *SÉ* se trouvent à la fin de chaque chapitre. Elles sont signalées par une bande rouge à rayures blanches sur la tranche. Elles sont en deux parties : la première vous permet de vérifier l'acquisition des connaissances, ou *savoirs mathématiques* ; la seconde, l'acquisition des *compétences* dites *transversales*. ➨ *page 118 et suivantes*

Corrigé

Il vous donne les solutions de toutes les *activités d'apprentissage*, des *situations-problèmes* et des *consolidations des savoirs*.
Ce corrigé se repère grâce à la bande rouge sur la tranche du module.
➨ *page 373 et suivantes*

MAT 5171 **INDEX**

Une table alphabétique des mots-clés et leurs références. ➨ *page 481 et suivantes*

En tiré à part pour l'enseignant

- Corrigé des **SÉ de fin de chapitre**
- Corrigé du **Prêt pour l'évaluation de fin de module ?**
- Grilles d'évaluation

En remontant le cours des siècles **XVIIIe–XIXe**

Un peu d'histoire pour mieux comprendre les mathématiques.
➨ *page 69*

Pour en savoir un peu plus…

Pour les curieux… un prolongement des connaissances, et de l'enrichissement.
➨ *page 139*

ATTENTES DE FIN DE COURS

Objectifs visés par ce cours

Au terme de ce cours, vous serez en mesure de représenter des situatio
de l'algèbre. Votre production, juste et claire, sera réalisée dans le respect des règles et des conventions mathématiques. La représentation algébrique ou graphique d'une situation à l'aide de fonctions réelles et de leurs réciproques vous permettra d'induire ou de déduire des résultats par interpolation ou extrapolation. De plus, vous utiliserez différents registres de représentation afin de généraliser le comportement à un ensemble de situations.

CRITÈRES D'ÉVALUATION

- Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes
- Déployer un raisonnement mathématique
- Communiquer à l'aide du langage mathématique*

1. UTILISER DES STRATÉGIES DE RÉSOLUTION DE SITUATIONS-PROBLÈMES

1.1 Manifestation, oralement ou par écrit, de la compréhension de la situation-problème

1.2 Mobilisation des stratégies et des savoirs mathématiques appropriés à la situation-problème

2. DÉPLOYER UN RAISONNEMENT MATHÉMATIQUE

2.1 Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés

2.2 Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation

2.3 Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente

* La compétence 3 « Communiquer à l'aide du langage mathématique » ne fait pas l'objet d'une évaluation spécifique au regard de la sanction et de la reconnaissance. Toutefois, puisqu'elle se manifeste nécessairement dans toute activité mathématique, elle a été prise en compte dans les outils d'évaluation élaborés pour aider les enseignants à porter leur jugement.

Votre MAT 5171
est divisé en 2 chapitres
dont voici les titres :

MODÉLISATION ALGÉBRIQUE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE FONDAMENTAL II

01 FONCTIONS VALEUR ABSOLUE, RACINE CARRÉE ET RATIONNELLE

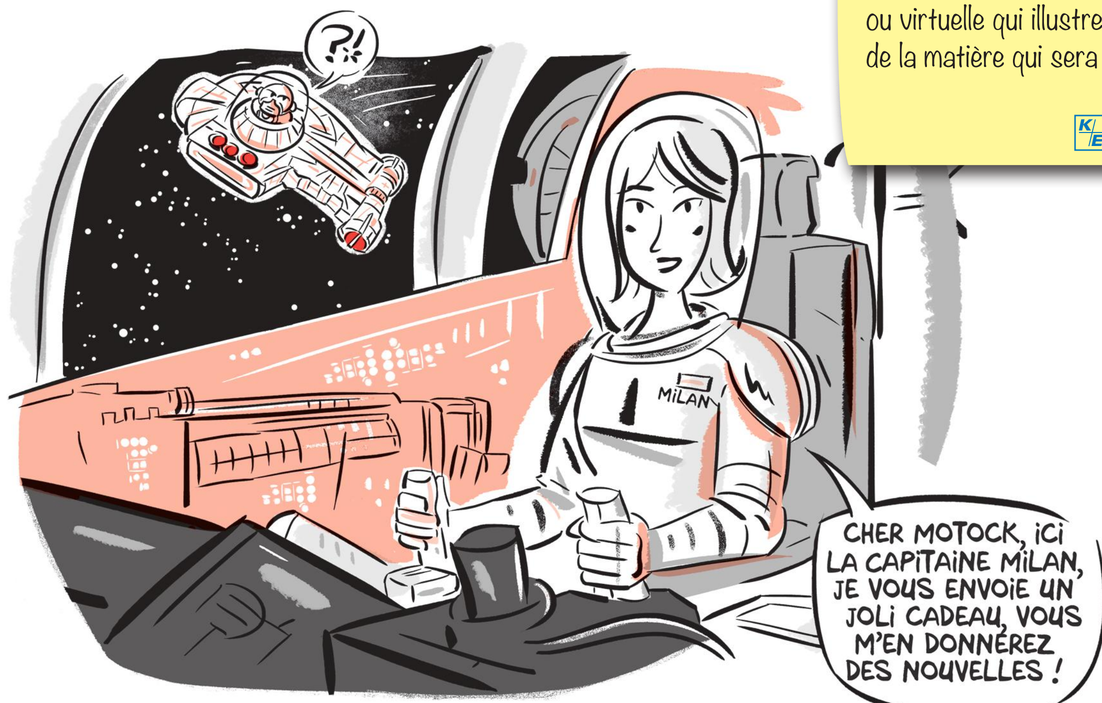
Les situations de ce chapitre vous permettront d'étudier trois nouvelles fonctions : la fonction valeur absolue, la fonction racine carrée et la fonction rationnelle.

Mise en situation :

NAVIGATION SPATIALE

En début de chapitre, une mise en situation tirée de la vie courante réelle ou virtuelle qui illustre l'utilité de la matière qui sera abordée.

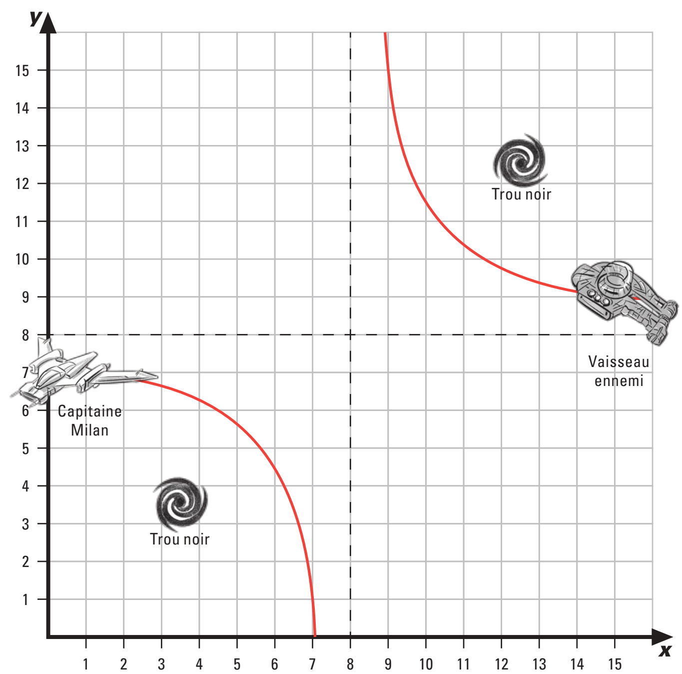
KINÉSIS ÉDUCATION



5 juin 2172 : Aux commandes de son chasseur intergalactique, la capitaine Milan vient de se sortir d'une bataille contre le puissant empire Motock, des envahisseurs d'une autre galaxie.
À cours de munitions régulières, notre jeune officière a fui le combat pour rejoindre le vaisseau mère. Rapidement elle aperçoit un vaisseau ennemi sur son écran radar. Sa seule chance de survie repose sur une torpille provoquant une double singularité quantique. Une fois lancée, cette torpille crée deux micro trous noirs d'une espérance de vie de quelques minutes.
L'officière doit réfléchir rapidement à l'effet du tir de la torpille.

Elle fait quelques calculs rapides et déploie sa torpille. L'effet est immédiat ! Les vaisseaux sont déviés par l'attraction gravitationnelle des trous noirs malgré la volonté des pilotes ennemis qui voudraient poursuivre leur trajectoire rectiligne.

L'attraction des deux trous noirs est si forte que la lumière ambiante sera aussi déviée et les deux pilotes d'astronef ne percevront pas le changement de direction de leur vaisseau. Le résultat d'une telle opération est illustré dans le plan ci-dessous :



Aidez la capitaine Milan à prévoir l'effet de la torpille en déterminant la règle de la fonction décrite par la trajectoire, représentée en rouge, des deux vaisseaux dans ce plan.

Le bloc *Dans ce chapitre* vous indique les nouvelles notions que vous apprendrez et quelles seront leurs utilités en mathématiques et dans la vie de tous les jours.

DANS CE CHAPITRE

Quoi de nouveau ?

— Les fonctions valeur absolue, racine carrée et rationnelle, leur repré
et leurs propriétés

— Les équations et inéquations valeur absolue, racine carrée ou ration

Qu'est-ce que c'est ?

— Les fonctions valeur absolue, racine carrée et rationnelle expriment le lien de dépendance entre deux variables.

À quoi ça sert en mathématiques ?

— Les fonctions valeur absolue, racine carrée et rationnelle sont quelques exemples des relations fonctionnelles les plus répandues entre deux variables.

À quoi ça servira dans la vie ?

— Les fonctions valeur absolue, racine carrée et rationnelle permettent de représenter des situations concrètes à l'aide de l'algèbre. Elles permettent l'interpolation ou l'extrapolation de valeurs dans de nombreuses situations de la vie courante.

1.1. Résolution d'une équation valeur

Chaque chapitre est divisé en sections.

KINÉSIS ÉDUCATION

■ DANS CETTE SECTION, VOUS APPRENDREZ D'ABO ... ULS AVEC DES VALEURS ABSOLUES, PUIS VOUS RÉSOU ... COMPORTANT UNE VALEUR ABSOLUE.

SM-1
SM-2
SM-9

Les outils mathématiques nécessaires à l'acquisition des savoirs mathématiques : SM.

KINÉSIS ÉDUCATION

Outils mathématiques

Valeur absolue — Équation valeur absolue — Résolution d'une équation valeur absolue

1. Valeur absolue

La ***valeur absolue*** d'un nombre réel a, notée $|a|$, est sa valeur numérique **sans tenir compte de son signe**.

Exemples

La valeur absolue de -3 est 3 : $|\mathbf{-3}| = \mathbf{3}$.

La valeur absolue de 7 est 7 : $|\mathbf{7}| = \mathbf{7}$.

La valeur absolue de $-2\frac{1}{2}$ est $2\frac{1}{2}$: $\left|\mathbf{-2\frac{1}{2}}\right| = \mathbf{2\frac{1}{2}}$.

Cet outil comprend des exemples, des démarches détaillées et leurs résolutions.

KINÉSIS ÉDUCATION

2. Équation valeur absolue

Une ***équation valeur absolue*** est une équation qui se ramè...

Trou... comportant une valeur absolue s'avère très simple lorsqu'on com... d'un nombre. Prenons, par exemple, l'équation $|x| = 6$. Rés... à rechercher la ou les valeurs de x dont la valeur absolue est 6. Il s'a...

Tous les termes apparaissant en italique rouge gras se retrouvent au glossaire des termes mathématiques.

KINÉSIS ÉDUCATION

Si o...
on o...
$|x| =$
$|6| = 6$
$\mathbf{6 = 6}$

Si on substitue à x la valeur -6,
on obtient :
$|x| = 6$
$|-6| = 6$
$\mathbf{6 = 6}$

Les deux solutions vérifient l'équation. L'ensemble-solution est donc **{6, -6}**.

Une équation comportant une valeur absolue peut avoir **deux solutions**, comme c'est le cas de l'exemple ci-dessus, mais elle peut aussi avoir **une seule solution**, ou n'en avoir **aucune**. C'est le cas, notamment, des équations $|x| = 0$ et $|x| = -2$.

En effet, il existe une seule valeur de x qui vérifie l'équation $|x| = 0$. Il s'agit de la valeur 0, car $|0| = 0$.

Quant à l'équation $|x| = -2$, elle n'a **aucune solution** puisqu'il est **impossible** que la valeur absolue d'un nombre, qu'il soit positif ou négatif, soit un **nombre négatif**.

Le **signe du terme constant** joue un rôle très important dans le nombre de solutions que peut avoir une équation comportant une valeur absolue. Si le terme constant est :

Positif, alors l'équation a **deux solutions** ;

Nul, alors l'équation a **une seule solution** ;

Négatif, alors l'équation n'a **aucune solution**.

SM-1
SM-2
SM-9

Outils mathématiques *suite*

3. Résolution d'une équation valeur absolue

Pour résoudre une équation valeur absolue, on suit les étapes suivantes :

On **isole la valeur absolue** dans un membre de l'équation de façon à obtenir une expression sous la forme $| ax + b | = d$.

Si le **terme constant** d est **négatif**, l'équation ne comporte **aucune solution**.

Si le **terme constant** d est **nul**, on résout l'équation $\mathbf{ax + b = 0}$ pour calculer **la seule solution** de l'équation.

Si le **terme constant** d est **positif**, on résout les deux équations $\mathbf{ax + b = d}$ et $\mathbf{ax + b = -d}$ pour calculer les deux solutions de l'équation.

Si on appliquait cette théorie?

- LES EXEMPLES SUIVANTS VOUS PERMETTRONT DE MANIPULER DES EXPRESSIONS ARITHMÉTIQUES COMPORTANT DES VALEURS ABSOLUES ET DE RÉSOUDRE UNE ÉQUATION COMPORTANT UNE VALEUR ABSOLUE.

Exemple 1
Déterminer la valeur de l'expression :

$$\mathbf{9 - 2\,|\,5 - 3 \times 4\,|\, - 6}$$

Des cas concrets en relation avec les savoirs mathématiques. Celui-ci comprend au moins 2 exemples : Le premier est détaillé avec une démarche élaborée.

KINÉSIS ÉDUCATION

Solution

On évalue d'abord le **contenu de la valeur absolue** en tena
des opérations, puis, une fois la valeur absolue évaluée, on
dans le reste de l'expression, toujours en tenant compte de la

$$\begin{aligned} 9 - 2\,|\,5 - 3 \times 4\,|\, - 6 &= 9 - 2\,|\,5 - \mathbf{12}\,|\, - 6 \\ &= 9 - 2\,|\,\mathbf{-7}\,|\, - 6 \\ &= 9 - 2 \times \mathbf{7} - 6 \\ &= 9 - \mathbf{14} - 6 \\ &= \mathbf{-11} \end{aligned}$$

La valeur de l'expression est **-11**.

Exemple 2
Résoudre l'équation suivante :

$$\mathbf{-2\,|\,-x+5\,|+7=-13}$$

> Le deuxième exemple : à vous de démontrer votre savoir en effectuant la démarche proposée !

Solution

On **isole** d'abord la **valeur absolue** dans un membre de l'éq

$$-2\,|\,-x+5\,|+7=-13$$

$$-2\,|\,-x+5\,|=-13-\boxed{}$$

$$-2\,|\,-x+5\,|=\boxed{}$$

$$|\,-x+5\,|=\frac{-20}{\color{red}{\mathbf{-2}}}$$

$$|\,-x+5\,|=\boxed{}$$

$-x+5=10$	$-x+5=-10$
$-x=10-\boxed{}$	$-x=-10-\boxed{}$
$-x=\boxed{}$	$-x=\boxed{}$
$x=\boxed{}$	$x=\boxed{}$

On obtient deux valeurs de x : $\color{red}{\boldsymbol{x}=\mathbf{-5}}$ ou $\color{red}{\boldsymbol{x}=\mathbf{15}}$.

Vérifions que ces deux valeurs sont les solutions de l'équation $-2\,|\,-x+5\,|+7=-13$.

Pour $x=-5$	**Pour $x=15$**
$-2\,|\,-x+5\,|+7=-13$	$-2\,|\,-x+5\,|+7=-13$
$-2\,|\,-(\color{red}{\mathbf{-5}})+5\,|+7=-13$	$-2\,|\,-\color{red}{\mathbf{15}}+5\,|+7=-13$
$-2\,\left|\,\boxed{}\,\right|+7=-13$	$-2\,\left|\,\boxed{}\,\right|+7=-13$
$-2\times\boxed{}+7=-13$	$-2\times\boxed{}+7=-13$
$\boxed{}+7=-13$	$\boxed{}+7=-13$
$\mathbf{-13=-13}$	$\mathbf{-13=-13}$

Les valeurs **-5** et **15** vérifient toutes deux l'équation. Il s'agit donc des **solutions** de l'équation.

Les **Activités d'apprentissage** qui suivent vous permettront de vous exercer à la manipulation d'expressions arithmétiques comportant des valeurs absolues, ainsi qu'à la résolution des équations valeur absolue.

1. Déterminer la valeur numérique des expressions suivantes.

Des activités d'apprentissage afin de vous pratiquer à acquérir par étapes la ou les compétences disciplinaires.

KINĒSIS ÉDUCATION

a) 4 + | -3 | – | -5 | + | 7 – 9 | =

d) -| -10 | + 2 | 1 –

b) 3 – 2 | -2 (9 – 5) | + 8 =

De l'espace fourni afin de vous faciliter la tâche en écrivant à même le module ! Aucune feuille volante !

KINĒSIS ÉDUCATION

e) -2 | 5 (12 – 15) | – 6 =

c) -| 5 – 2 × 4 | – 6 | 5 – 3 | =

f) 6 | -2 (10 – 6) | – | 1 – 3 × 4 | =

Une mention tout au bas vous indique à quelle page vous trouverez le corrigé afin de vous vérifier.

KINĒSIS ÉDUCATION

CORRIGÉ ➨ PAGE 373

1.11. Vue d'ensemble : synthèse des savoirs

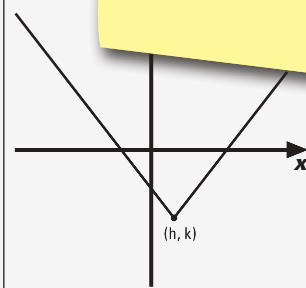
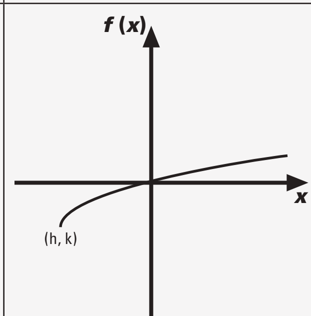
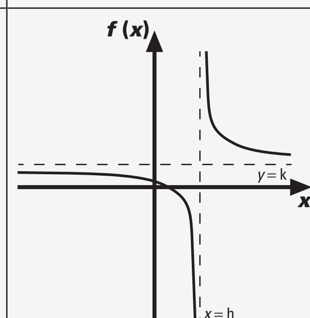
Nous arrivons à la fin du chapitre portant sur les fonctions valeur absolue, racine carrée et rationnelle. Avant de vous attaquer aux **Situations-problèmes** plus globales qui vont conclure ce chapitre, voyons un résumé des *savoirs mathématiques* que vous avez appris jusqu'ici.

Résumé des savoirs mathématiques

Un résumé des savoirs mathématiques de ce chapitre vous est présenté.

Les différents types de fonctions

Les divers types de fonctions de ce chapitre sont :

Type de fonction	Règle	Représ
Valeur absolue	$f(x) = a\,\lvert x - h \rvert + k$	
Racine carrée	$f(x) = a\sqrt{b(x - h)} + k$	
Rationnelle	**Forme canonique :** $f(x) = \dfrac{a}{b(x - h)} + k$ **Forme générale :** $f(x) = \dfrac{Ax + B}{Cx + D}$, où $Cx + D \neq 0$	

Rôle des paramètres

Le paramètre a représente le facteur de **dilatation verticale** : l'ordonnée de chaque couple de la fonction de base est multipliée par a ; un **signe négatif** de a implique une **réflexion** par rapport à l'axe horizontal.

L'inverse du paramètre b, soit $\dfrac{1}{b}$, représente le facteur de dilatation horizontale : l'abscisse de chaque couple de la fonction de base est divisée par b ; un **signe négatif** de b implique une **réflexion** par rapport à l'axe vertical.

Le paramètre h représente une **translation horizontale** vers la droite si $h > 0$, ou vers la gauche si $h < 0$.

Le paramètre k représente une **translation verticale** vers le haut si $k > 0$, ou vers le bas si $k < 0$.

Résumé des savoirs mathématiques *suite*

Les propriétés des fonctions

Les propriétés des fonctions auxquelles nous nous intéressons sont : le domaine et le codomaine, la croissance et la décroissance, les extremums, le signe et les coordonnées à l'origine.

Le **domaine** d'une fonction correspond à l'ensemble des valeurs que peut prendre sa variable indépendante, x.

Le **codomaine** d'une fonction correspond à l'ensemble des valeurs que peut prendre sa variable dépendante, y ou $f(x)$.

Une fonction est **croissante** sur un intervalle de son domaine si, lorsque la variable indépendante augmente, la variable dépendante augmente aussi.

Une fonction est **décroissante** sur un intervalle de son domaine si, lorsque la variable indépendante augmente, la variable dépendante diminue.

Le **maximum** d'une fonction, si la fonction est limitée, correspond à la valeur maximale de son codomaine.

Le **minimum** d'une fonction, si la fonction est limitée, correspond à la valeur minimale de son codomaine.

Une fonction est **positive** sur un intervalle donné en x si, sur cet intervalle, les valeurs de $f(x)$ sont supérieures ou égales à zéro, c'est-à-dire $f(x) \geq 0$.

Une fonction est **négative** sur un intervalle donné en x si, sur cet intervalle, les valeurs de $f(x)$ sont inférieures ou égales à zéro, c'est-à-dire $f(x) \leq 0$.

Une **abscisse à l'origine** ou un **zéro** d'une fonction est la valeur de l'abscisse à un point de rencontre de f avec l'axe des abscisses, c'est-à-dire une valeur de x pour laquelle $f(x) = 0$.

L'**ordonnée à l'origine** d'une fonction est la valeur de l'ordonnée au point de rencontre de f avec l'axe des ordonnées, c'est-à-dire la valeur de $f(0)$.

La réciproque d'une fonction

La **réciproque** d'une fonction est la relation obtenue lorsqu'on intervertit les rôles de la variable indépendante et de la variable dépendante.

La **réciproque d'une fonction polynomiale du second degré** est une relation comportant deux fonctions racine carrée.

La **réciproque d'une fonction racine carrée** est une fonction polynomiale du second degré limitée par l'abscisse de son sommet.

La **réciproque d'une fonction rationnelle** est une fonction rationnelle.

Résolution d'une inéquation

Pour résoudre une inéquation liée à l'un des types de fonctions, on résout d'abord l'équation, puis on procède graphiquement pour trouver l'ensemble-solution de l'inéquation.

Consolidation des savoirs

1. Résoudre les équations suivantes.

Des consolidations des savoirs vous sont offertes afin de mieux les maîtriser.

KINÉSIS ÉDUCATION

a) $-2\,|\,4 - 2x\,| + 11 = -3$

d) $3\,|\,2x - 5\,| -$

b) $1 - 3\sqrt{x + 4} = 10$

e) $2\left(\dfrac{1}{x + 2}\right) - 3 = 5$

c) $\dfrac{2x - 5}{3x + 2} = 4$

f) $2 + \sqrt{-2x - 1} = 3$

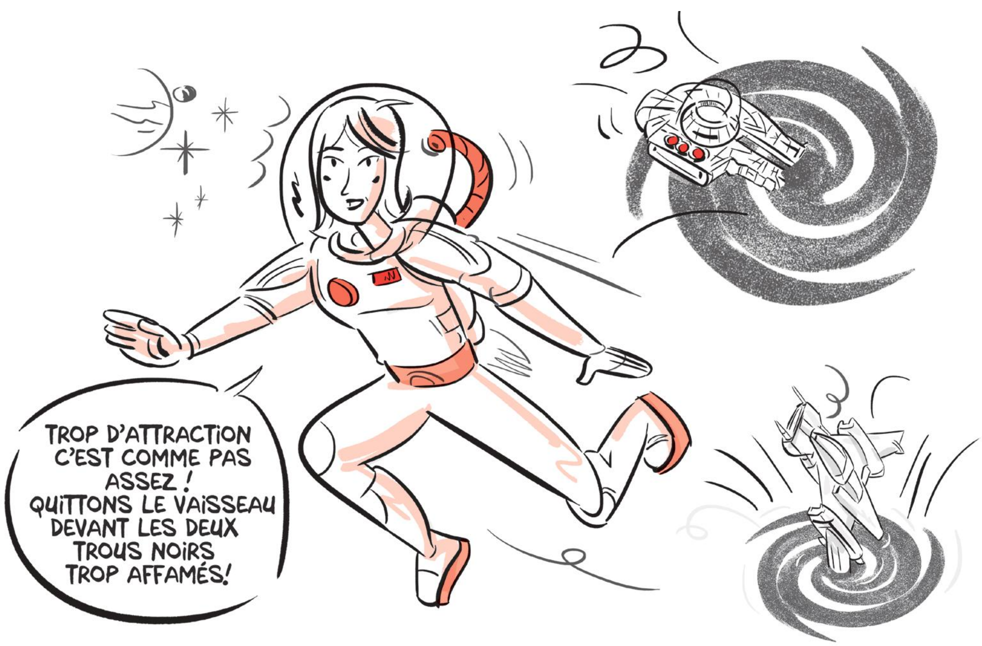
CORRIGÉ ➨ PAGE 404

1.12. Situations de vie

Dans ce chapitre, vous avez découvert trois types de fonctions : valeur absolue, racine carrée et rationnelle.

Retour à la mise en situation :

PRÉVOIR LA TRAJECTOIRE DES VAISSEAUX SPATIAUX À L'AIDE DES FONCTIONS...



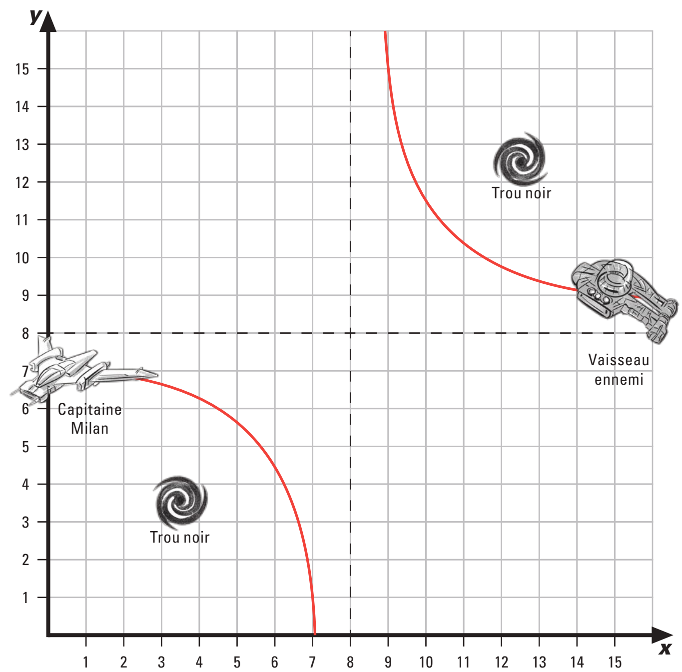
Un retour à la situation de vie qui peut maintenant être résolue grâce aux savoirs et compétences que vous avez acquis jusqu'à présent.

KINÉSIS ÉDUCATION

Il est temps d'appliquer vos nouvelles connaissances pour donner un coup [...] au capitaine Milan.

1. L’effet de la torpille.

Le 5 juin 2172, la capitaine Milan lance une torpille dont l’effet modifiera la trajectoire de son vaisseau et celle du vaisseau ennemi comme dans le graphique suivant :



Sachant que la position du vaisseau du capitaine Milan est (1, 7) et que celle du vaisseau ennemi est (15, 9), déterminer la règle de la trajectoire suivie par les deux vaisseaux.

Toujours de l’espace fourni afin d’écrire vos développements !

KINÉSIS ÉDUCATION

1. L'horaire des trains.

Il est 10 heures. Deux trains distants de 240 km partent tous deux au même moment de leurs gares respectives. Ils circulent dans des voies parallèles et en sens opposé. Le premier roule à une vitesse constante de 35 km/h et l'autre à 45 km/h.

Ces situations-problèmes sont plus globales et plus complexes afin de maîtriser les compétences transversales visées par ce module.

KINÉSIS ÉDUCATION

Des éléments graphiques, tel qu'ici une grille vous évitant les feuilles quadrillées volantes.

KINÉSIS ÉDUCATION

1re tâche

À quelle heure les deux trains se croiseront-ils ?

Toujours de l'espace pour écrire vos développements tout au long des tâches !

KINÉSIS ÉDUCATION

CORRIGÉ ➡ PAGE 413

Avant de continuer et pour conclure cette première étape

Pour terminer ce chapitre, traitant des **fonctions valeur absolue**, **racine carrée** et **rationnelle**, et pour vous assurer de bien maîtriser les notions que vous y avez découvertes, vous traiterez maintenant des SÉ. Les solutions de ces situations ne sont pas dans votre module : votre enseignante ou votre enseignant en fera la correction.

Avant d'aborder ces SÉ, nous vous recommandons de noter, sur une feuille, les formules, les énoncés, et même des exemples que vous jugez importants. Vous pouvez utiliser cette feuille comme aide-mémoire.

Présentez une solution claire et complète et ne demandez l'aide de personne. Cela vous permettra de vous évaluer, et de connaître les exigences et les attentes de fin d'étape. Ce faisant, vous pourrez, si vous constatez certaines lacunes, les corriger avant de poursuivre.

Cette auto-évaluation vous permettra aussi de savoir si vous répondez aux attentes fixées pour cette étape du MAT 5171, et si vous êtes prêt à aborder la prochaine étape. Étape par étape, vous arriverez à la fin du cours. Avec succès, n'en doutez pas.

Bon travail !

Ces situations d'évaluation se trouvent à la fin de chaque chapitre et sont divisées en 2 parties.
Votre enseignant(e) en fera la correction.

01 PREMIÈRE PARTIE — Évaluation des connaissances

1. Déterminer...

Ces situations d'évaluation vous permettent de vérifier l'acquisition des connaissances et des compétences dites transversales.

01 DEUXIÈME PARTIE — Évaluation des compétences

5. Le sablier.

Josiane...

MAT
5171

PRÊT POUR L'ÉVALUATION DE FIN DE MODULE ?

Félicitations, vous êtes près de la fin, le questionnaire qui suit a été préparé pour vous permettre d'évaluer vos forces et vos faiblesses dans ce module. Le corrigé de ce questionnaire ne se trouve pas dans votre module. Votre enseignant en fera la correction.

La première partie de ce questionnaire porte sur les savoirs mathématiques de ce cours. Dans la deuxième partie de cette rubrique, vous trouverez dix situations-problèmes pour démontrer vos compétences liées à ce module : utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes et déployer un raisonnement mathématique. Bonne révision !

PREMIÈRE PARTIE — Révision des connaissances

1. Calculer...

Cette section est constituée de 2 banques d'exercices dont votre enseignant(e) en fera la correction : ceci dans le but d'évaluer vos forces et vos faiblesses.

DEUXIÈME PARTIE — Révision des compétences

Voici enfin le dernier virage avant l'examen : une banque de 10 situations-problèmes portant sur la modélisation algébrique et graphique en contexte fondamental. Faites-en bon usage !

1. L'usine d'assemblage des pièces de plastique.
Sur une chaîne...

Un glossaire des termes mathématiques.

abscisse à l'origine

Une abscisse à l'origine, ou un zéro, est une valeur de x pour laquelle y vaut 0. C'est l'abscisse du point de rencontre d'une courbe avec l'axe horizontal.

amplitude

L'amplitude d'une fonction sinusoïdale est égale à la demi-différence entre le maximum et le minimum de la fonction.

angle au centre

Un angle au centre est un angle formé par deux rayons. Le sommet de l'angle coïncide avec le centre du cercle.

arc cosinus

L'arc cosinus d'une valeur a est la mesure de l'angle dont la valeur du cosinus est a.

arc sinus

L'arc sinus d'une valeur a est la mesure de l'angle dont la valeur du sinus est a.

arc tangente

L'arc tangente d'une valeur a est la mesure de l'angle dont la valeur de la tangente est a.

asymptote

Une asymptote est une droite dont une courbe se rapproche sans jamais la croiser.

base

La base est une variable ou un nombre affecté d'un exposant.

cercle trigonométrique

Le cercle trigonométrique est un cercle de rayon 1 centré à l'origine du plan cartésien.

codomaine

Le codomaine d'une fonction f, aussi appelé image, qu'on note codom f ou ima f, correspond à l'ensemble des valeurs que peut prendre la variable dépendante, généralement y.

composée de deux fonctions

La composée de deux fonctions f et g, que l'on note $f \circ g$, est une fonction dont on obtient la règle en substituant à x, dans la règle de f, l'expression de $g(x)$: $(f \circ g)(x) = f(g(x))$.

1.1. Résolution d'une équation valeur absolue

Un corrigé aéré, élaboré avec une démarche détaillée, qui vous permet de vous vérifier de façon autonome, pour toutes les Activités d'apprentissage.

KINÉSIS ÉDUCATION

1. p. 7

a) $4 + |-3| - |-5| + |7 - 9|$
$= 4 + 3 - 5 + |-2|$
$= 4 + 3 - 5 + 2$
$= \mathbf{4}$

b) $3 - 2\,|-2\,(9 - 5)| + 8$
$= 3 - 2\,|-2 \times 4| + 8$
$= 3 - 2\,|-8| + 8$
$= 3 - 2 \times 8 + 8$
$= 3 - 16 + 8$
$= \mathbf{-5}$

c) $-|5 - 2 \times 4| - 6\,|5 - 3|$
$= -|5 - 8| - 6\,|2|$
$= -|-3| - 6 \times 2$
$= -3 - 12$
$= \mathbf{-15}$

d) $-|-10| + 2\,|1 - 7|$
$= -10 + 2\,|-6|$
$= -10 + 2 \times 6$
$= -10 + 12$
$= \mathbf{2}$

e) $-2\,|5\,(12 - 15)| - 6$
$= -2\,|5 \times (-3)| - 6$
$= -2\,|-15| - 6$
$= -2 \times 15 - 6$
$= -30 - 6$
$= \mathbf{-36}$

f) $6\,|-2\,(10 - 6)| - |1 - 3 \times 4|$
$= 6\,|-2 \times 4| - |1 - 12|$
$= 6\,|-8| - |-11|$
$= 6 \times 8 - 11$
$= 48 - 11$
$= \mathbf{37}$

2. p. 8

a) $|-2x + 5| = 7$

$-2x + 5 = 7$
$-2x = 7 - 5$
$-2x = 2$
$x = \frac{2}{-2}$
$x = -1$

$-2x + 5 = -7$
$-2x = -7 - 5$
$-2x = -12$
$x = \frac{-12}{-2}$
$x = 6$

$\boldsymbol{x = -1}$ **ou** $\boldsymbol{x = 6}$

b) $3 + |-x + 4| = -4$
$|-x + 4| = -4 - 3$
$|-x + 4| = -7$
Aucune solution

c) $1 - |x + 2| = 1$
$-|x + 2| = 1 - 1$
$-|x + 2| = 0$
$|x + 2| = 0$
$x + 2 = 0$
$\boldsymbol{x = -2}$

d) $\left|-5x + \frac{1}{2}\right| = \frac{3}{4}$

$-5x + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$
$-5x = \frac{3}{4} - \frac{1}{2}$
$-5x = \frac{1}{4}$
$x = \frac{1}{4} \div (-5)$
$x = \frac{-1}{20}$

$-5x + \frac{1}{2} = \frac{-3}{4}$
$-5x = \frac{-3}{4} - \frac{1}{2}$
$-5x = \frac{-5}{4}$
$x = \frac{-5}{4} \div (-5)$
$x = \frac{1}{4}$

$\boldsymbol{x = \frac{-1}{20}}$ **ou** $\boldsymbol{x = \frac{1}{4}}$

e) $-|x + 9| - 2 = 4$
$-|x + 9| = 4 + 2$
$-|x + 9| = 6$
$|x + 9| = -6$
Aucune solution

1.11. Vue d'ensemble : synthèse des savoirs

1. p. 96

a) $-2\,|\,4 - 2x\,| + 11 = -3$

$-2\,|\,4 - 2x\,| = -3 - 11$

$-2\,|\,4 - 2x\,| = -14$

$|\,4 - 2x\,| = \dfrac{-14}{-2}$

$|\,4 - 2x\,| = 7$

$4 - 2x = 7$ ou $4 - 2x = -7$

$-2x = 7 - 4$ | $-2x = -7 - 4$

$-2x = 3$ | $-2x = -11$

$x = \dfrac{3}{-2}$ | $x = \dfrac{-11}{-2}$

$x = \dfrac{-3}{2}$ | $x = \dfrac{11}{2}$

$\boldsymbol{x = \dfrac{-3}{2}}$ **ou** $\boldsymbol{x = \dfrac{11}{2}}$

b) $1 - 3\sqrt{x + 4} = 10$

$-3\sqrt{x + 4} = 10 - 1$

$-3\sqrt{x + 4} = 9$

$\sqrt{x + 4} = \dfrac{9}{-3}$

$\sqrt{x + 4} = -3$

Aucune solution

c) $\dfrac{2x - 5}{3x + 2} = 4$

$2x - 5 = 4\,(3x + 2)$

$2x - 5 = 12x + 8$

$2x - 12x = 8 + 5$

$-10x = 13$

$\boldsymbol{x = \dfrac{-13}{10}}$

d) $3\,|\,2x - 5\,| - 10 = 2$

$3\,|\,2x - 5\,| = 2 + 10$

$3\,|\,2x - 5\,| = 12$

$|\,2x - 5\,| = \dfrac{12}{3}$

$|\,2x - 5\,| = 4$

$2x - 5 = 4$ ou $2x - 5 = -4$

$2x = 4 + 5$ | $2x = -4 + 5$

$2x = 9$ | $2x = 1$

$x = \dfrac{9}{2}$ | $x = \dfrac{1}{2}$

$\boldsymbol{x = \dfrac{9}{2}}$ **ou** $\boldsymbol{x = \dfrac{1}{2}}$

$1 - 8 = 4x$

$-7 = 4x$

$\dfrac{-7}{4} = x$

$\boldsymbol{x = \dfrac{-7}{4}}$

f) $2 + \sqrt{-2x - 1} = 3$

$\sqrt{-2x - 1} = 3 - 2$

$\sqrt{-2x - 1} = 1$

$(\sqrt{-2x - 1}\,)^2 = 1^2$

$-2x - 1 = 1$

$-2x = 1 + 1$

$-2x = 2$

$x = \dfrac{2}{-2}$

$\boldsymbol{x = -1}$

1.12. Situations de vie

Un corrigé aéré, élaboré avec une démarche détaillée, qui vous permet de vous vérifier de façon autonome, pour toutes les Situations de vie.

KINESIS ÉDUCATION

1. L'effet de la torpille.

p. 107

La fonction décrite par la trajectoire des vaisseaux est évidemment rationn

L'asymptote verticale a pour équation $x = 8$.

L'asymptote horizontale a pour équation $y = 8$.

La règle de la fonction est de la forme $f(x) = \dfrac{a}{b(x-8)} + 8$.

Sur la représentation graphique, le vaisseau de la capitaine Milan se trouve

$$7 = \frac{a}{b(1-8)} + 8$$
$$7 = \frac{a}{-7b} + 8$$
$$7 - 8 = \frac{-a}{7b}$$
$$-1 = \frac{-a}{7b}$$
$$7 = \frac{a}{b}$$

La règle de la trajectoire des deux vaisseaux est $f(x) = \dfrac{7}{(x-8)} + 8$.

Note : On trouve la même règle si on utilise les coordonnées du vaisseau ennemi, soit (15, 9).

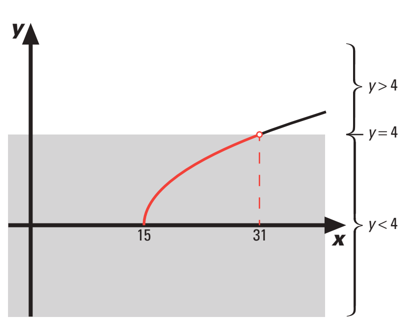
2. La trajectoire de l'hélicoptère.

p. 108

$$A(t) < 400$$
$$50\sqrt{t-15} + 200 < 400$$
$$50\sqrt{t-15} < 400 - 200$$
$$50\sqrt{t-15} < 200$$
$$\sqrt{t-15} < \frac{200}{50}$$
$$\sqrt{t-15} < 4$$

On résout l'équation $\sqrt{t-15} = 4$.

$$(\sqrt{t-15})^2 = 4^2$$
$$t - 15 = 16$$
$$t = 16 + 15$$
$$t = 31$$



L'hélicoptère aura volé à une altitude inférieure à 400 m pendant 31 minutes.

1. L'horaire des trains.

p. 109

1re tâche

Au moment 0, la distance entre les deux trains est de 240 km.

Après une heure, le premier train aura avancé de 35 km et l'autre de 45 km. ura diminué de $(35 + 45)$ km, soit de 80 km. La distance entre les deux trains ser

Après deux heures, la distance entre les deux trains aura de nouveau diminu les deux trains est de 80 km.

Après trois heures, la distance entre les deux trains aura de nouveau diminu les deux trains est de 0 km.

$10\text{ h} + 3\text{ h} = 13\text{ h}$

Les deux trains se croiseront à 13 heures.

2e tâche

Recherche de la règle de la fonction permettant de calculer la distance entre les deux trains en fonction du temps.

Posons x : le temps écoulé depuis le départ des deux trains
$f(x)$: la distance entre les deux trains

La fonction f est de type valeur absolue.

Le minimum de la fonction est le point (3, 0).

La valeur de a est 80.

La règle de f est $f(x) = 80 \mid x - 3 \mid$.

$$13\text{ h }45 = 13{,}75\text{ h}$$
$$13{,}75\text{ h} - 10\text{ h} = 3{,}75\text{ h}$$
$$f(3{,}75) = 80 \mid 3{,}75 - 3 \mid$$
$$f(3{,}75) = 80 \mid 0{,}75 \mid$$
$$f(3{,}75) = 60$$

À 13 h 45, la distance entre les deux trains sera de 60 km.

2. Les deux hélicoptères.

p. 111

Désignons par t le temps écoulé depuis la modification de la trajectoire de l'hélicoptère A. Désignons par $A(t)$ l'altitude de l'hélicoptère A en fonction du temps, et par $B(t)$ l'altitude de l'hélicoptère B en fonction du temps.

Le sommet de la fonction A est (0, 200) : $A(t) = \text{a}\sqrt{t} + 200$.

La trajectoire passe par le point (4, 260) :

$$260 = \text{a}\sqrt{4} + 200$$
$$260 = 2\text{a} + 200$$
$$260 - 200 = 2\text{a}$$
$$60 = 2\text{a}$$
$$\frac{60}{2} = \text{a}$$
$$30 = \text{a}$$

La règle de la fonction A est : $A(t) = 30\sqrt{t} + 200$.

Le sommet de la fonction B est (5, 200) : $B(t) = \text{a}\sqrt{t - 5} + 200$.
La trajectoire de l'hélicoptère B passe par le point (6, 240) :

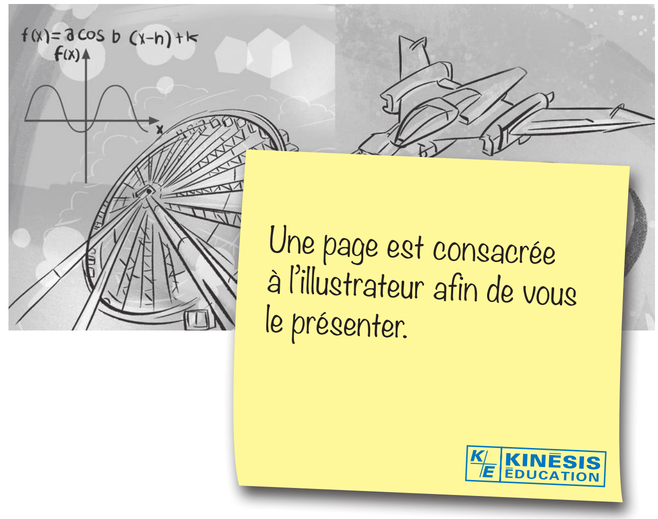
$$240 = \text{a}\sqrt{6 - 5} + 200$$
$$240 - 200 = \text{a}$$
$$40 = \text{a}$$

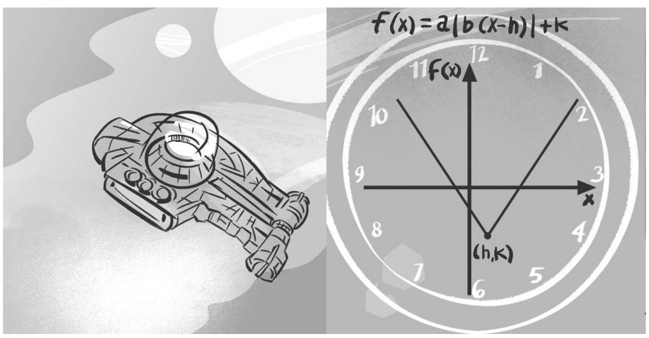
La règle de la fonction B est : $B(t) = 40\sqrt{t - 5} + 200$.

Une table alphabétique
des mots clés
et leurs références.

À propos de l’illustrateur et des illustrations…

Les illustrations des couvertures et les illustrations que vous trouverez au fil des pages de ce module sont des illustrations originales, commandées pour notre collection à Paul Bordeleau, illustrateur québécois, auteur de bandes dessinées et illustrateur-éditorialiste pour l’hebdomadaire *Voir* de 1992 à 2004, et pour le journal *La Presse* en 2001 et 2002. En 2003, il a pris la relève de Garnotte et de Gité comme illustrateur de nos collections.



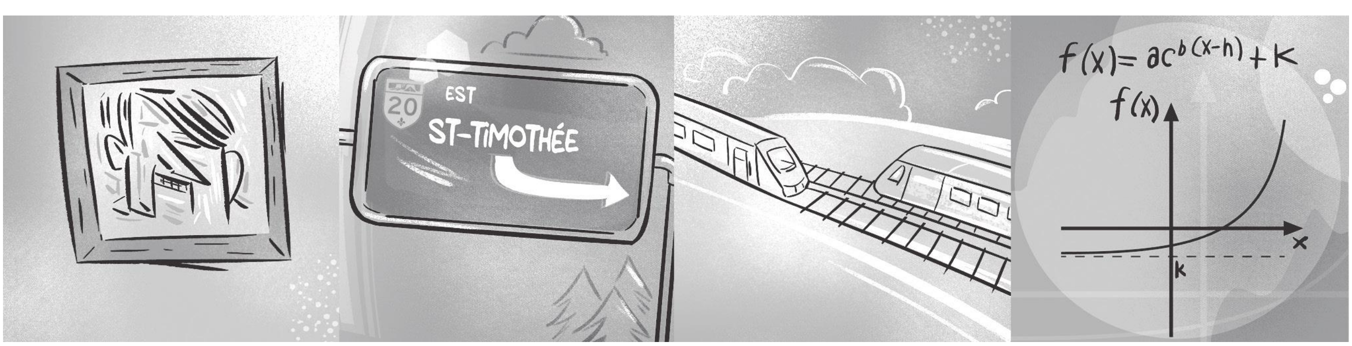


En 2009, il était l’un des bédéistes invités au festival *BoomFest* de Saint-Pétersbourg, en Russie. Il a illustré entre autres le générique de la télésérie *La Galère* à Ici Radio-Canada. En 2016, il a participé au projet *Correspondances* de Lyon.

Dans la collection MAT, ses illustrations sont parfois conçues comme de petites pauses détente au fil des chapitres.

D’autres fois, elles sont des illustrations essentielles à la compréhension et à la résolution des situations qui vous sont présentées.

Dans les pages d’ouverture des chapitres, elles illustrent la situation concrète qui vous amène à vous plonger dans la réalité mathématique des activités d’apprentissage et des situations-problèmes. Ces activités et ces situations vous permettent d’acquérir la maîtrise des savoirs mathématiques visée par le module.



Vous voulez en savoir plus sur Paul Bordeleau ?
Voici ses coordonnées : www.paulbordeleau.com

Les petits plus...

KINÉSIS ÉDUCATION

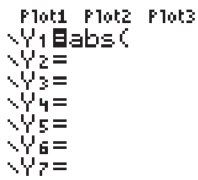
Pause calculatrice

Représentation graphique d'une fonction valeur absolue à l'aide graphique

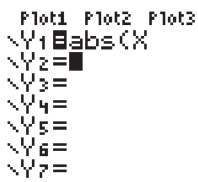
Voici la marche à suivre pour obtenir la représentation graphique de la fonction valeur absolue de base ($f(x) = |x|$) à l'aide de la calculatrice à affichage graphique.

Appuyer sur la touche Y = .

Appuyer sur la touche MATH et, à l'aide du curseur, ▶, sélectionner NUM dans le menu puis le n° 1, « abs », en appuyant sur ENTER .



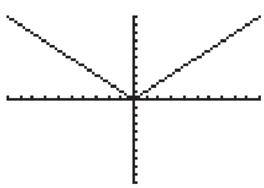
Appuyer sur x, t, θ, n puis sur ENTER pour saisir l'équation.



Pratique la calculatrice ? Bien sûr. Bien commode de savoir s'en servir ! Et son corrigé.

KINÉSIS ÉDUCATION

Appuyer sur GRAPH pour afficher le graphique.



Faites maintenant un essai avec la fonction de l'exercice suivant.

Exercice

Représenter la fonction dont la règle est $f(x) = -3\,|x + 1| + 5$.

CORRIGÉ ➡ PAGE 418

7. p. 116 *suite*

4e tâche

Si $f(4) = 3$:

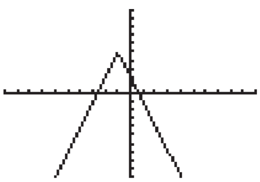
$$\frac{a}{4 - h} = 3$$

$$\frac{a}{3} = 4 - h$$

$$h = 4 - \frac{a}{3}$$

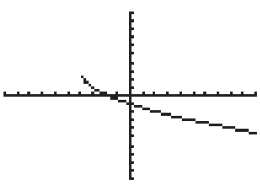
Pause calculatrice / page 32

Représentation graphique d'une fonction valeur absolue à l'aide de la calculatrice graphique



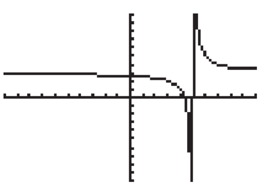
Pause calculatrice / page 68

Représentation graphique d'une fonction racine carrée à l'aide de la calculatrice graphique



Pause calculatrice / page 93

Représentation graphique d'une fonction rationnelle à l'aide de la calculatrice graphique



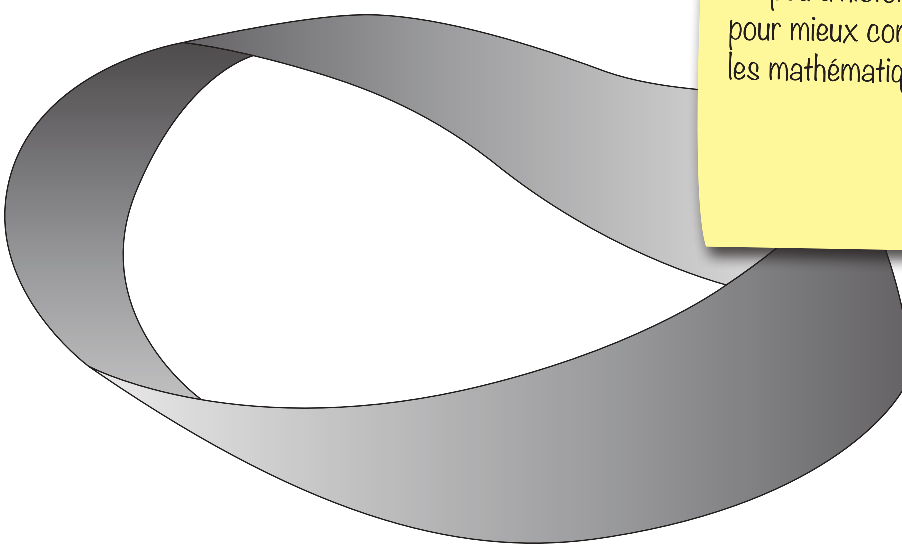
August Ferdinand Möbius (1790–1868)

On dit qu'en 1805 un meunier prit contact avec le mathématicien allemand August Ferdinand Möbius pour lui soumettre son problème : les lanières de cuir des roues d'entraînement de son moulin s'usaient trop rapidement, et d'un seul côté. Möbius résolut le problème du meunier : il coupa les bandes de cuir en deux, tourna l'une des faces de 180° et reconnecta les deux extrémités. À partir de ce jour, le meunier usa ses lanières de cuir des deux côtés, et deux fois moins vite.

En résolvant le problème du meunier d'une façon simple et ingénieuse, Möbius créa ce qui allait être appelé plus tard la « bande de Möbius », ou encore le « ruban de Möbius ». Une curieuse propriété de cette bande est qu'elle ne comporte qu'un côté. La bande de Möbius a donc cette particularité que l'extérieur se confond avec l'intérieur.

Un peu d'histoire
pour mieux comprendre
les mathématiques.

KINÉSIS ÉDUCATION



Les petits plus...

KINÉSIS ÉDUCATION

Pour en savoir un peu plus...

Le nombre e

Le nombre e est une constante mathématique. Comme le nombre π, il s'agit d'un nombre irrationnel. Si on utilise une calculatrice, on obtient :

$$e \wedge 1 = 2{,}718\ 281\ 828$$

À l'affichage de ces quelques décimales, il ne faut pas déduire que le nombre e est périodique. Il n'en est rien.

Sa valeur intéresse les mathématiciens depuis le XVII^{e} siècle. On l'appelle *constante de Napier* en l'honneur des mathématiciens Leonhard Euler et John Napier.

La valeur du nombre e s'obtient de diverses façons. La plus répandue est :

$$e = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{1 \times 2 \times 3 \times 4} + \ldots$$

La touche ln de votre calculatrice représente le logarithme naturel ou le logarithme népérien. Le logarithme népérien a pour propriété :

$$\ln e = 1$$

Pour les curieux,
un prolongement
des connaissances
et de l'enrichissement.

KINÉSIS ÉDUCATION

Les petits plus...

Un marché intéressant

On ne sait ni où ni quand cette histoire se passa, ni même si elle est véridique. Mais cette curiosité mathématique vaut assurément la peine d'être écrite et lue.

Un jour, un voyageur fit la connaissance d'un millionnaire.
« Toi et moi, nous allons faire un marché, dit le voyageur. Pendant un mois, je te donnerai chaque matin une somme de 100 000 dollars. Mais ce ne sera pas pour rien : il faudra que, le premier jour, tu me paies un cent.
— Un seul cent ? demanda le millionnaire, qui n'en croyait pas ses oreilles.
— Un seul cent, répondit le voyageur. Le deuxième jour, ce sera deux cents.
— Et après ? questionna le millionnaire.
— Le troisième jour, tu me paieras quatre cents, le quatrième jour huit cents, le cinquième jour seize cents, et ainsi de suite, en doublant chaque jour la somme versée la veille, jusqu'à ce que le mois se termine.
— Et ensuite ? demanda le millionnaire, de plus en plus intrigué.
— C'est tout, je ne demande rien d'autre. Il faut s'en tenir à l'engagement : je t'apporterai chaque matin 100 000 $ et tu me donneras en échange la somme convenue. Mais il ne faut pas s'arrêter avant la fin du mois. »

« Échanger des centaines de milliers de dollars contre quelques cents, il faut être idiot pour proposer un tel marché, et encore plus pour laisser passer l'occasion », pensa le millionnaire. « Marché conclu, répondit-il. Apporte l'argent dès demain matin, et je te paierai chaque jour rubis sur l'ongle ! » Le millionnaire n'avait qu'une appréhension : le voyageur se présenterait-il à leur premier rendez-vous ? « Il s'agit là d'une affaire beaucoup trop désavantageuse pour lui », se disait-il.

Pourtant, le matin suivant, le voyageur apporta au riche homme la somme de 100 000 $.
« J'ai l'argent, dit le voyageur. Et toi, as-tu le tien ? »
Comme convenu, le millionnaire remit au voyageur une pièce d'un cent. Ce dernier regarda la pièce, la soupesa et l'enfouit dans sa poche. Le millionnaire se demanda si le voyageur ne se rendrait pas compte de sa stupidité et s'il ne reprendrait pas ses 100 000 $ en lui demandant de rompre le marché. Il n'en fit rien. Le lendemain matin, le voyage ... e
somme de 100 000 $ qu'il échangea au millionnaire contre 0,02 $, e ...
0,04 $ pour le lendemain matin. Le jour suivant, le voyageur fut fidè ...
ses 100 000 $ contre 0,04 $.

Le 4^{e} jour, le voyageur reçut 0,08 $;
le 5^{e} jour, 0,16 $;
le 6^{e} jour, 0,32 $;
le 7^{e} jour, 0,64 $.

On peut s'amuser
en faisant
des mathématiques !

Le MAT 5171

Vise l'acquisition de deux grandes compétences transversales : exercer son jugement critique et communiquer de façon appropriée. Au moyen de trois procédés intégrateurs : la représentation d'une situation par un modèle algébrique ou graphique, l'interpolation ou l'extrapolation à partir d'un modèle graphique et la généralisation d'un ensemble de situations par un modèle fonctionnel algébrique ou graphique.

MAT SN 5171 2

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE

Notre maison n'a qu'une seule et unique raison d'être depuis sa création il y a plus d'un demi-siècle : publier des ouvrages de qualité irréprochable, de bonne tenue, aux contenus solides, privilégiant des démarches en accord avec les principes des différentes approches pédagogiques, et libres de tout compromis de caractère purement commercial.

ISBN 978-2-7615-0782-0

401 1797

Florence Grandchamp
Drita Neziri
Abdelkader Amara
Raymond Thériault

ÉDITION
2022

MODÉLISATION ALGÉBRIQUE ET GRAPHIQUE EN CONTEXTE FONDAMENTAL II

MAT SN 5171 2

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE

Ce document est disponible gratuitement pour l'enseignant(e). Il suffit d'en faire la demande à editions@ebbp.ca

KINÉSIS ÉDUCATION

TIRÉ À PART

Corrigé des *Situations d'évaluation de fin de chapitre*

Grilles d'évaluation

Corrigé du *Prêt pour l'évaluation de fin de module ?*

KINĒSIS ÉDUCATION