PRIMER NÚMERO
DICIEMBRE 2025

Revista Digital de Investigación Científica

Divulgación e Investigacion

¡Vamos a conocer!

Geología Planetaria, un paseo por el tiempo y el espacio

Análisis del objeto matemático y su representación semiótica

Los nueve mundos del reino animal: un viaje por la evolución

Centrifugación incorrecta: el origen de las maclas de Oxalato de Calcio y su impacto en el análisis Microscópico

Divisibilidad de las potencias K^n

Deja que la curiosidad te acerque a la ciencia... En México también se divulga e investiga.

Revista Digital de Investigación Científica
Divulgación e Investigación

REDIC
REVISTA CIENTÍFICA MEXICANA

DIRECCIÓN EDITORIAL:

NÉSTOR ILICH GALAVIZ JORDÁN

DISEÑO EDITORIAL:

EDUARDO RUIZ CUEVAS

DISEÑO DE PORTADA:
AUREA JENNY SANTAMARIA GUTIÉRREZ

CONTACTO:
ARTICULOS@REDICMX.ORG
REDICMX.ORG

CIUDAD DE MÉXICO, MÉXICO
DICIEMBRE 2025
AÑO I, VOL I. NÚMERO 1

EDITORIAL
LA SOMBRA DE PROMETEO

ENCENDEMOS IDEAS, TRANSFORMAMOS PALABRAS EN FUEGO

PRESENTACIÓN

REDIC: REVISTA DIGITAL DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA

Estimados lectores y colegas académicos,
Es con gran satisfacción la presentación del primer número de REDIC (Revista Digital de Investigación Científica), una iniciativa mexicana dedicada a la divulgación y la investigación científica de calidad. En un momento donde el conocimiento científico requiere más que nunca ser accesible, transparente y relevante para la sociedad, REDIC nace como un espacio donde la curiosidad científica se convierte en herramienta de transformación.

Este número inaugural reúne estudios que atraviesan disciplinas diversas: desde el análisis profundo de cómo representamos los objetos matemáticos hasta los misterios que guardan los cristales en nuestras muestras de laboratorio. Viajamos también por el tiempo geológico del universo y exploramos la maravillosa diversidad del reino animal. Cada artículo que encontrará en estas páginas representa no solo investigación rigurosa, sino también el compromiso de nuestros colaboradores por hacer la ciencia comprensible sin perder profundidad académica.

Gracias por confiar en REDIC como medio para compartir su trabajo. A nuestro equipo editorial y de diseño, bajo la dirección de Néstor Ilich Galaviz Jordán.

Equipo Editorial de REDIC
Revista Digital de Investigación Científica
Ciudad de México, Diciembre 2025

Revista Digital de Investigación Científica
Divulgación e Investigación

Guía para el lector

REDIC presenta su primer número con cinco investigaciones que demuestran cómo la ciencia aborda problemas diversos: desde educación matemática hasta fenómenos microscópicos, desde números abstractos hasta la inmensidad del universo.

Los Cinco Artículos

1. Análisis del Objeto Matemático y su Representación Semiótica

¿Cómo entendemos realmente la matemática? Este artículo explora cómo los objetos matemáticos (derivadas, matrices, grupos) existen simultáneamente en múltiples formas: ecuaciones, gráficos, tablas y software. La verdadera comprensión requiere transitar fluidamente entre estas representaciones. Para docentes y educadores interesados en mejorar la enseñanza.

2. Centrifugación Incorrecta: Maclas de Oxalato de Calcio

Un problema práctico en laboratorios clínicos: cómo los procedimientos inadecuados generan artefactos que complican diagnósticos. El artículo detalla técnicas de recolección de muestras, cristalografía y sistemas de evaluación de riesgo litógeno. Esencial para profesionales de salud y tecnólogos de laboratorio.

3. Divisibilidad de las Potencias Enteras Positivas

Matemática pura: ¿Son divisibles las potencias de la forma k^n por (k+1)? Una demostración rigurosa mediante inducción matemática que ilustra la importancia de pruebas formales en ciencia.

4. Geología Planetaria: Un Paseo por el Tiempo y el Espacio

Divulgación inspiradora que conecta geología terrestre con otros mundos. Explica cómo satélites y rovers nos permiten estudiar planetas lejanos. Perfecto para estudiantes STEM y educadores.

5. Los Nueve Mundos del Reino Animal: Un Viaje por la Evolución

Recorrido por nueve grupos filogenéticos mediante principios unificadores: capas germinales, simetría corporal y cavidades internas. Demuestra cómo la unidad subyace a la aparente diversidad.

REDIC

Revista Digital de Investigación Científica

REVISTA DIGITAL DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA

Revista Digital de Investigación Científica

Divulgación e Investigación

"CENTRIFUGACIÓN INCORRECTA: EL ORIGEN DE LAS MACLAS DE OXALATO DE CALCIO Y SU IMPACTO EN EL ANÁLISIS MICROSCÓPICO"

Titular T.L.C/ e.Q.C.B Mijangos Pérez Eliam Manuel (UNIVERSIDAD VERACRUZANA)
CoAutor (es):
Q.B. P / M.C. QB GUTIERREZ CABALLERO FRANCISCO JAVIER (ENCB IPN)

INTRODUCCIÓN

Los cristales de las distintas sustancias puede determinar condiciones aparentemente necesarias para su cristalización muy estrechas dentro de las cuales la concentración y el pH son las más sobresalientes del laboratorio Clínico, a su vez, las más imprevistas en la vida real, su causante es que la orina en formación y eliminación es un sistema complejo en el que participan inicialmente complejos mecanismos de filtración y reabsorción tubular en diferentes electrolitos y la modificación de condiciones de osmolaridad, pH y al paso por el tracto urinario. Las condiciones normales, se encuentran concentraciones aparentemente suficientes para la sobresaturación de alguna de las especies químicas participan en oposición a la cristalización los inhibidores, que pueden ser moléculas de bajo peso molecular (citrato, pirofosfato, magnesio, zinc, etc.) o macromoléculas de gran complejidad química (Glucosaminoglucanos, proteína de Tamm-Horsfall, nefrocalcina, uropontina), además posee la presencia y el equilibrio entre promotores e inhibidores de cristalización, su dependencia con el pH de las especies cristalinas puede variar.

METODOLOGÍA

Obtención del uso en la centrífuga como examen de uroanálisis para determinar este fenómeno, deberán tener en cuenta los demás factores que intervienen tanto en las 1800 revoluciones por minuto como en sus gravedades para los distintos tipos de calidad pre-analítica, analítica y pos analítica desde su recolección en la muestra, ser centrifugada y así también su proceso y observación en los diferentes tipos de exámenes físico y microscópico para una buena separación homogénea y no compactada en forma de maclas.

Técnicas de Recolección de Muestras de Orina (Etapa pre-analítica/muestra más útil para el Examen General de Orina es obteniendo el primer chorro de la mañana)

- Orina Emitida de Forma Natural

Corresponde a la orina que el paciente expulsa sin ayuda externa ni necesidad de equipos médicos. Es el método más común y sencillo, ya que no requiere intervención alguna.

- **Orina por Cateterismo**

Se obtiene mediante la inserción de un catéter a través de la uretra hasta alcanzar la vejiga. Esta técnica se utiliza especialmente en personas que no pueden orinar por sí solas. La principal ventaja es que permite recolectar una muestra libre de contaminación proveniente de los genitales externos o de la propia uretra. Sin embargo, para asegurar su pureza, debe usarse una bolsa colectora estéril y, preferiblemente, un catéter nuevo, minimizando así el riesgo de contaminación.

- **Punción Suprapúbica**

Esta muestra se recoge insertando una aguja a través del abdomen inferior directamente en una vejiga visiblemente llena. A diferencia del cateterismo, esta técnica evita introducir bacterias en la vejiga, lo que la convierte en el método más confiable cuando hay dudas diagnósticas sobre infección urinaria. No obstante, requiere equipo especializado y una técnica más compleja, lo que limita su uso a situaciones específicas.

- **Recolección en Recién Nacidos**

En bebés y neonatos que aún no pueden orinar voluntariamente, la recolección de orina se realiza mediante el uso de bolsas adhesivas especialmente diseñadas para adaptarse a su anatomía, permitiendo capturar la muestra sin causar molestias

Es necesario realizar una higiene exhaustiva de los genitales externos y de la piel adyacente utilizando agua estéril en abundancia. No se aconseja el uso de jabones o productos limpiadores, ya que podrían alterar los resultados del análisis químico de la orina y comprometer la supervivencia bacteriana en caso de requerirse un cultivo.

•La bolsa recolectora no debe permanecer adherida más de 1 a 2 horas, ya que un tiempo mayor incrementa el riesgo de contaminación con bacterias de la piel.

•Al momento de retirar la bolsa, una vez obtenida la muestra, se recomienda la participación de dos adultos para evitar pérdidas, considerando que la cantidad de orina puede ser mínima pero clínicamente importante.

Mientras una persona sostiene al recién nacido desde el tórax en posición erguida, mirando hacia el frente, la otra debe retirar con cuidado la bolsa, procurando no lesionar la piel con el adhesivo ni desperdiciar el contenido recolectado.

Procedimiento:

1. Realizar una correcta mezcla homogénea de la muestra de orina invirtiéndola de 5 a 10 veces de arriba hacia abajo.
2. **Separación de la Alícuota en Tubo de Ensayo**: El volumen de orina que se destina a la alícuota dentro del tubo de ensayo tiene un impacto directo en los resultados de la observación microscópica de partículas, por lo que es un aspecto crítico a estandarizar dentro del uroanálisis.

La forma más práctica y precisa de uniformar el volumen es mediante el uso de tubos diseñados específicamente para estudios urinarios, los cuales están disponibles comercialmente como parte de los sistemas automatizados o semiautomatizados. Estos tubos cuentan con marcas de calibración, lo que permite llenarlos siempre hasta el mismo nivel, garantizando así la reproducibilidad de los resultados. En caso de no disponer de tubos calibrados, es fundamental marcar manualmente los niveles en los tubos de ensayo habituales. Las guías clínicas recomiendan trabajar con volúmenes de 10 o 12 mL, ya que sobre esos valores se han establecido los rangos de referencia estándar, tanto para el análisis de laboratorio como para la interpretación médica. Cuando se utilicen tubos de vidrio convencionales, se recomienda que sean de 15 x 100 mm, ya que estos permiten contener adecuadamente los 10 o 12 mL requeridos. Los tubos más estrechos, como los de 13 x 100 mm, solo admiten entre 7 y 7.5 mL, lo cual puede generar un error de hasta el 30% en la cuantificación microscópica, afectando significativamente la calidad del informe.

3. Identificar la especie cristalina o las distintas especies presentes en la muestra urinaria.
4. Si una misma sustancia aparece en varias formas, morfologías o facies, cada una debe ser descrita y diferenciada.
5. Se realiza un conteo del número de cristales por microlitro, discriminando entre cada tipo o facies cristalina.
6. Se aplican las fórmulas correspondientes para calcular el VCG (Valor de Capacidad de Generación cristalina) de cada forma o tipo cristalino identificado.
7. Finalmente, se suman todos los VCG individuales de cada especie cristalina o de cada variante morfológica para obtener un VCG total que refleje el riesgo litógeno general.

FUNDAMENTO DEL CRECIMIENTO CRISTALINO

Una vez que se ha generado el núcleo inicial, este actúa como un centro de atracción para las moléculas del soluto, las cuales se van incorporando en capas progresivas. La velocidad de este proceso y el tamaño alcanzado por el cristal dependen directamente del nivel de sobresaturación presente en la disolución.

El crecimiento del cristal ocurre mediante la interacción entre dos fases: la fase sólida y la fase disuelta. Este proceso implica tres etapas cinéticas fundamentales:

1. Difusión de partículas (unidades estructurales del soluto) desde la disolución sobresaturada hasta la superficie del cristal.
2. Adhesión de estas unidades a la estructura del cristal, lo que se conoce como reacción superficial.
3. Liberación del calor generado durante la cristalización, que se transfiere desde el cristal hacia el entorno líquido.

Las distintas caras del cristal presentan una configuración superficial única. Aunque la estructura completa puede ser compleja, se asume que está compuesta por microceldas cúbicas, cuyas aristas corresponden al parámetro de red (es decir, a los ángulos y distancias entre los átomos, iones o moléculas). Las unidades que se añaden durante el crecimiento se posicionan ordenadamente dentro de la red cristalina

Riesgo de Formación de Cálculos (Litogénesis)

Ciertos cristales presentes en la orina tienen el potencial de convertirse en cálculos urinarios antes de ser expulsados del sistema urinario. La urolitiasis se refiere al proceso en el cual diversos solutos tanto fisiológicos como no fisiológicos precipitan, se agrupan y se solidifican en diferentes zonas del tracto urinario, dando lugar a estructuras con consistencia dura o semidura. Esta condición médica presenta una alta frecuencia de recurrencia, y se considera que su origen está relacionado con una o más alteraciones en la composición química de la orina, el flujo urinario, o bien con anomalías en la estructura o el funcionamiento de las células de los túbulos renales

Agregación Cristalina

Un cristal ya formado, presente en una solución saturada de la sustancia que lo compone, puede funcionar como un núcleo activo que atrae intensamente a las moléculas disueltas, facilitando así el desarrollo de una nueva estructura cristalina desde alguna de sus superficies. Esto da lugar al crecimiento de un segundo cristal que se adhiere al primero, usualmente con una forma externa irregular o incompleta.

Este proceso se conoce como agregación primaria, y su facilidad de ocurrencia depende del tipo de red cristalina involucrada, así como de varios factores asociados, entre ellos:

•Una alta concentración del soluto debido a alteraciones metabólicas.

•Un pH urinario favorable para la cristalización.

•Déficit en los inhibidores que normalmente previenen la formación de cristales.

Cuando esta agregación se desarrolla en múltiples direcciones y continúa en cadena, conforme a estas condiciones, representa una vía clara para la expansión del crecimiento cristalino y constituye un riesgo significativo de litiasis.

Agregación Secundaria

La agregación secundaria se produce cuando dos cristales ya existentes entran en contacto físico directo, permitiendo que sus redes cristalinas se fusionen. Esta unión incrementa la masa total del agregado, lo que puede conducir a alcanzar un volumen crítico que favorezca su crecimiento hasta alcanzar un tamaño visible a simple vista.

Nucleación

Los cálculos urinarios son estructuras formadas por la unión de múltiples cristales (policristales), compuestos principalmente por minerales (alrededor del 95%) y una fracción de matriz orgánica. Esta matriz, integrada en su mayoría por mucoproteínas y pequeñas cantidades de mucopolisacáridos, adopta diversas formas como capas concéntricas, líneas radiales o microesferas. Aunque su función en la formación de cálculos no está totalmente esclarecida, se plantea que podría actuar como un sitio inicial para el crecimiento de cristales, un medio inerte donde se acumulan cristales minerales, o un marcador anatómico que señala el lugar (como una pirámide renal o un cáliz) donde comenzó el proceso.

En algunas ocasiones, un cristal puede depositarse sobre otro con características estructurales similares. Este fenómeno se denomina epitaxia y es especialmente relevante en la formación de cristales de oxalato de calcio sobre un núcleo de ácido úrico.

La sobresaturación urinaria y el pH son factores clave en la formación de cálculos de ácido úrico, fosfato amónico magnésico y cistina. El pH urinario regula la concentración a partir de la cual se produce la cristalización: Los cálculos de ácido úrico y cistina se desarrollan en ambientes de orina ácida, pero pueden disolverse si se alcaliniza la orina por un periodo sostenido. En cambio, un pH alcalino favorece la formación de cálculos de fosfato amónico magnésico y en ciertos casos, de fosfato cálcico. Además de requerir una alta concentración de iones o moléculas, la formación de un cálculo también necesita un punto de inicio específico. Se han propuesto distintos sitios anatómicos como potenciales puntos de nucleación, entre ellos: Las placas de Randall, pequeñas acumulaciones de cristales situadas debajo de la mucosa calicial, que pueden originarse por la pérdida de la capa de Glucosaminoglucanos, como consecuencia de infecciones, tóxicos o daño isquémico.

Áreas del sistema urinario con escaso flujo, como la pelvis renal o los orificios de los conductos colectores, donde se pueden retener microcálculos y facilitar su crecimiento posterior.

Evaluación del Riesgo Litógeno en Casos de Cristaluria: Las características morfológicas de los cristales no solo permiten clasificarlos, sino también estimar su implicación en procesos de formación de cálculos urinarios, así como valorar la efectividad de ciertos tratamientos farmacológicos. La interpretación patológica de cristales claramente significativos es sencilla siempre que se logre su correcta identificación. No ocurre lo mismo con aquellos cristales considerados potencialmente relevantes especialmente los de oxalato cálcico y ácido úrico, cuya aparición puede deberse tanto a causas fisiológicas, como a la dieta o a procesos patológicos, lo que complica su evaluación clínica. . El oxalato de calcio dihidratado (OCD) representa la forma más habitual de cristaluria

Sin embargo, en el ámbito ambulatorio, más del 70 % de los casos carecen de valor clínico y no se asocian a enfermedad. Curiosamente, los cálculos renales más comunes están compuestos por este tipo de cristales.

La propuesta es emplear el análisis del sedimento urinario, un método económico, accesible y no invasivo, como una herramienta útil para obtener información adicional que ayude a interpretar mejor la relevancia clínica de los cristales observados.

Hace unos 30 años, se establecieron cuatro criterios morfocristalográficos para evaluar una cristaluria:

-Tamaño del cristal
-Espesor
-Cantidad de cristales por campo visual al microscopio
-Índices de maclación (intercrecimiento estructural) y agregación cristalina

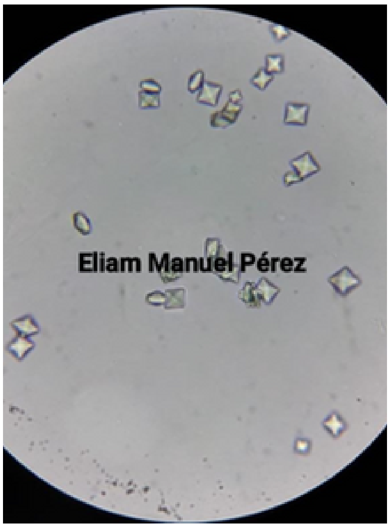
Estos parámetros pueden determinarse durante el estudio rutinario del sedimento urinario, sin necesidad de equipamiento especializado. Su uso ha permitido una evaluación bastante confiable del valor clínico de los hallazgos cristalinos. La experiencia ha demostrado que, a partir del tamaño y el espesor de los cristales, es posible inferir alteraciones metabólicas del paciente. Además, los grados de maclación y agregación observados permiten predecir con buena certeza el riesgo litógeno asociado

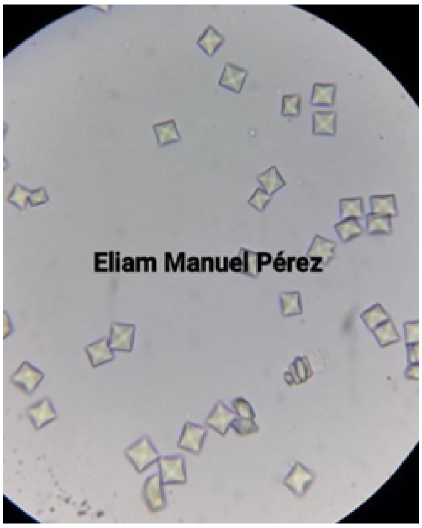
VOLUMEN CRISTALINO GLOBAL (VCG): Que integra el número de cristales, su tamaño y el espesor o facies cristalina en una cifra numérica que además de aumentar la seguridad en la predicción del riesgo litógeno del enfermo, facilita el entendimiento a los clínicos y el seguimiento de las medidas farmacoterapeuticas establecidas. El VCG se expresa en µ3 (micras cúbicas de volumen de los cristales) por mm3 (milímetro cúbico de orina), cifra que se calcula mediante la aplicación de fórmulas matemáticas desarrolladas después de un exhaustivo estudio de poblaciones normales (sin historia de litiasis), sujetos con litiasis actual y sujetos con historia de litiasis pero actualmente sin litiasis. Además, según el autor, limita la práctica de costosos estudios metabólicos porque las alteraciones son fácilmente predecibles según el VCG obtenido del enfermo en el momento de la visita.

Presencia de Maclas /Agregados: La identificación de maclas o agregados resulta sumamente relevante, ya que señala de forma precisa la probabilidad de una recurrencia en la formación de cálculos. La estimación del VCG se complica debido a la gran variedad de tamaños y morfologías. Además, su detección sugiere en todos los casos un alto riesgo de litogénesis, lo cual debe analizarse con especial atención. El valor de VCG correspondiente a maclas/agregados debe sumarse al obtenido por los cristales individuales (si están presentes), generando así un VCG total. La visualización de estos conjuntos cristalinos eleva notablemente el valor del VCG, alcanzando cifras muy altas que reflejan un riesgo severo de litiasis activa o inminente.

Explicación desarrollada del método

En algunas muestras de orina podemos encontrar cristales de una sola especie cristalina, pero con diferentes formas, tamaños y en representación individual o en agregados o maclas: IMAGEN ELIAM MANUEL M. PEREZ *MACLAS DE CRISTALES OXALATO DE CALCIO DIHIDRATADO OBJETIVO EN 40X*
CRISTALES DE OX.CA.DH DISPERSOS CON BUENA CENTRIFUGACIÓN OBJETIVO 10X





FUENTES:

-Revista Científica Arbitrada Multidisciplinaria PENTACIENCIAS. Vol. 4, Núm. 5. (Edición Especial 2022.) Pág 389-407. ISSN:2806-5794 Estandarización y control de calidad en centrífugas del área de uroanálisis Esta obra está bajo una licencia Creative Commons de tipo (CC-BY-NC-SA). Grupo Editorial “ALEMA-Pentaciencias” E-mail: alema.pentaciencias@gmail.com 389 ESTANDARIZACIÓN Y CONTROL DE CALIDAD EN CENTRÍFUGAS DEL ÁREA DE UROANÁLISIS STANDARDIZATION AND QUALITY CONTROL IN CENTRIFUGES IN THE URINALYSIS AREA.

-EL UROANÁLISIS: UN GRAN ALIADO MÉDICO CAMPUZANO MAYA G., ARBELAEZ. GOMEZ., UROLOGÍA COLOMBIANA: 2007, PAG. 67-92.

-Guía práctica para la estandarización del procesamiento y examen de las muestras de orina. M.C Vicente De María y Campos Otegui. 2020

DIVISIBILIDAD DE LAS POTENCIAS ENTERAS POSITIVAS

Néstor Ilich Galaviz Jordán
Universidad Internacional de la Rioja, Maestría en Ciencias Computacionales y Matemáticas Aplicadas

nestorilich.galavizJN9@comunidadunir.net
galaviz@nube.unadmexico.mx
ilich665@gmail.com

1.Introducción

El algoritmo de la división de Euclides está estrictamente ligado a la teoría de los módulos, así como en el entendimiento más profundo de los teoremas fundamentales de la divisibilidad dentro de la teoría de los números. El presente artículo está basado en las dos teorías anteriormente mencionadas esto la finalidad de dar una respuesta a la hipótesis de que ninguna potencia de la forma K^ncon $k, n \in \mathbb{Z}$y $k, n \geq 2$es divisible por $(k+1)$, teniendo bien definida a $k \in \mathbb{Z}$, por lo que es posible aplicar inducción matemática para la demostración para la demostración.

Con base en las conclusiones que se obtendrían nos indicaría que no hay potencias de la forma 2^n que se divida por 3, potencia de la forma 3^nque se divida por 4, así sucesivamente hasta k^n.

2.Algoritmo de la división

La definición formal para la divisibilidad del anillo de los enteros en su forma más rigurosa es la siguiente

Definición 2.1.

Sean $a, b \in \mathbb{Z}$se dice que $a$divide a b, si existe un número$m \in \mathbb{Z}$, tal qué, $b = ma$, en este caso se denotará como $a|b$.

Por lo que a partir de ella podemos intuir que no todos los enteros son divisibles entre números mayores a 1, más aún existe un número finito de divisores en caso que los haya. El siguiente resultado muestra lo afirmado anteriormente.

Teorema 2.2.

El algoritmo de la división. Dados dos enteros cualesquiera a, bcon $a > 0$, existen enteros q, rtales que $b = aq + r$, con $0 \leqslant r < 0$. Si $a \nmid b$, entonces $r$satisface que $0 < r < a$.

Demostración:

Existencia de qy r

Sea $q \in \mathbb{Z}$ tan queaqsea el mayor de los múltiplos de a, pero menor o igual a b, por lo que se tiene que $aq \leq b$.

Dado $aq \leq b$ se hace

$$r = b - aq.$$

Así mismo se tiene que si $aq \leq b$, entonces el siguiente múltiplo de$q$ será mayor que b, por lo que se tiene que $aq \leq b < a(q+1)$. Entonces

$$aq \leq b < a(q+1) \rightarrow aq - aq \leq b - aq < a(q+1) - aq$$

$$0 \leq b - aq < a \rightarrow 0 \leq r < a$$

Por lo tanto que existen los números qy r tal que $b = aq + r$, con $0 \leqslant r < 0$.

Unicidad de qy r

Supóngase lo contrario, qy r no son únicos, por lo tanto existen q_1, q_2, r_1, r_2tal que

$$b = aq_1 + r_1 \text{con } 0 \leqslant r_1 < 0 \text{y } b = aq_2 + r_2 \text{con } 0 \leqslant r_2 < 0$$

Entonces,

$$aq_1 + r_1 = b = aq_2 + r_2 \to a|q_1 - q_2| = |r_2 - r_1| \ldots (1)$$

como,

$$0 \leq r_1, r_2 < a \to 0 \leq |r_1 - r_2| < a \ldots (2)$$

luego de (1) y (2) se sigue que,

$$a|q_1 - q_2| < a \to a(1 - |q_1 - q_2|) > 0$$

al ser $a > 0$i

$$1 - |q_1 - q_2| > 0$$

y como $q_1, q_2 \in \mathbb{Z}$, se cumple que,

$$|q_1 - q_2| = 0$$

Por lo tanto,

$$q_1 = q_2$$

de donde se sigue que,

$$r_1 = r_2$$

q.e.d

Proposición 2.3.

Sea $a, 2 \in \mathbb{Z}$entonces se cumple una de las dos condiciones:

1) $2|a$y $a$es de la forma $2k$
2) $2 \nmid a$y $a$es de la forma $2k + 1$

Demostración:

Por el teorema 2.2 (Algoritmo de la división) se tiene si $a, 2 \in \mathbb{Z}$, existen $k, r \in \mathbb{Z}$tal que, $a = 2k + r, 0 \leq r < 2$, como $r \in \mathbb{Z}$entonces solo puede tomar los valores de $r = 0,1$por lo que si $r = 0$entonces por la definición 2.1 se tiene que $2|a$y si $r = 1$entonces es de la forma $2k + 1$ y por lo tanto $2 \nmid a$.

q.e.d

Uno de los resultados más importantes para la siguiente sección esta ligado a las propiedades de los números enteros, por lo que la siguiente observación mostrará el resultado

Observación 2.4

Sea $k \in \mathbb{Z}$, se tiene que, $k^2 = (k + 1)(k - 1) + 1$. No se considera necesaria la demostración ya que es una consecuencia directa de los axiomas de los números enteros.

3. Divisibilidad de las potencias enteras positivas

La divisibilidad de las potencias de la formak^npresentan un comportamiento muy particular a la hora de aplicar el algoritmo de la división con el consecutivo de su base, es decir $(k + 1)$cuando $k, n \geq 2$, lo que lleva a conjeturar que para las condiciones anteriores se tiene que $(k + 1) \nmid k^n$para $k, n \geq 2$.

Las siguientes proposiciones llevaran al resultado de la demostración de la conjetura y se podrá concluir que ninguna potencia entera positiva con exponente mayor a 2 es divisible por el consecutivo de su base.

Proposición 3.1

Sea k^n positiva con $k, n \in \mathbb{Z}$ y $n$un entero mayor a 0. Entonces si $(k+1) \in \mathbb{Z}$se tiene que $(k+1) \nmid k^n$y se cumplen las siguientes condiciones:

1) Si $n$es par entonces $k^n = (k+1)z + 1$para $z \in \mathbb{Z}$
2) Si $n$es impar entonces $k^n = (k+1)z + k$para $z \in \mathbb{Z}$

Demostración:

Si $n$es par, entonces es de la forma $n = 2q$con $q \in \mathbb{Z}$y si $n$es impar entonces es de la forma $n = 2q + 1$ .Por la proposición 2.3 se tiene que k^npuede ser de la forma k^{2q}... (1) ó k^{2q+1}... (2), tal que si $n > 0$ entonces $q > 0$.

Se procede por inducción matemática para el caso 1)

Si $n$es par entonces por (1) $k^{2q} = (k+1)z + 1$, por lo que la inducción matemática se aplicara sobre q.

Para el caso $q = 1$se tiene que,

$$k^{2(1)} = k^2 = (k+1)(k-1) + 1$$

por lo que se cumple para el caso $q = 1$

Supongamos que se cumple para algún $m \in \mathbb{N}$por lo que se tiene que $k^{2m} = (k+1)z + 1$... (Hip. Ind), por demostrar para $m + 1$

$$k^{2(m+1)} = k^{2m}k^2 = [(k+1)(k-1) + 1]k^{2m}$$

$$k^{2(m+1)} = k^2k^m = [(k+1)(k-1) + 1][(k+1)z + 1] \text{...(hip. Ind.)}$$

$$k^{2(m+1)} = [(k+1)(k-1) + 1][(k+1)z + 1]$$

$$= (k+1)(k-1)(k+1)z + (k+1)(k-1) + (k+1)z + 1$$

$$K^{2(m+1)} = (k+1)[(k-1)(k+1)z + (k-1) + z] + 1$$

como,

(k-1)(k+1)z+(k-1)+z es un entero.

Por lo tanto se cumple para $m+1$.

Para el caso 2)

Si $n$es impar entonces por (2) $k^{2q+1}=(k+1)z+k$, por lo que la inducción matemática se aplicara sobre q.

Para el caso $q=1$se tiene que,

$$k^{2(1)+1}=k^2k=[(k+1)(k-1)+1]k=(k+1)(k-1)k+k$$

por lo que se cumple para el caso $q=1$.

Supongamos que se cumple para algún $m\in\mathbb{N}$por lo que se tiene que $k^{2m+1}=(k+1)z+k$...(Hip. Ind), por demostrar para $m+1$

$$k^{2(m+1)+1}=k^{2m+2+1}=k^{2m+1}k^2=k^{2m+1}(k+1)(k-1)+1$$

$$k^{2(m+1)+1}=[(k+1)z+k][(k+1)(k-1)+1]\text{...(Hip. Ind)}$$

$$k^{2(m+1)+1}=(k+1)(k-1)(k+1)z+(k+1)z+k(k+1)(k-1)+k$$

$$k^{2(m+1)+1}=(k+1)[(k-1)(k+1)z+z+k(k-1)]+k$$

como,

$$(k-1)(k+1)z + z + k(k-1) \text{ es un entero,}$$

Por lo tanto, se cumple para el caso $m+1$

Así que se cumplen las condiciones 1) y 2) y por el teorema 2.2 (Algoritmo de la división) se cumple que $(k+1) \nmid k^n$

q.e.d

Referencias

LeVeque, W. J., Niven, I., & Zuckerman, H. S. (1961). An Introduction to the Theory of Numbers. *American Mathematical Monthly*, *68*(6), 582. https://doi.org/10.2307/2311171

Sierpiński, W. (1988). Elementary Theory of Numbers. In *Elsevier eBooks*. https://doi.org/10.1016/s0924-6509(09)x7007-8

Hardy, G. H. (1922). THE THEORY OF NUMBERS. *Science*, *56*(1450), 401–405. https://doi.org/10.1126/science.56.1450.401

Mora F., W. (2012). *Introducción a la teoría de numéros. Ejemplos y algoritmos*. Instituto Tecnológico de Costa Rica.

Hernández, S. C. (2018). *Curso básico de Teoría de números*. Editorial Universidad del Norte.

GEOLOGÍA PLANETARIA, UN PASEO POR EL TIEMPO Y EL ESPACIO

Por M en C Ansberto Alfonso Mendoza Flores, Octubre 2025

La Geología Planetaria también es conocida como astrogeología (1), exogeología (2), planetología (3), dependiendo de las instituciones educativas, de investigación, asociaciones internacionales o países. En este artículo se usará el término de Geología Planetaria.

La palabra geología deriva del griego "geo" que significa tierra, y "logos" tratado, conocimiento o estudio de la Tierra, es la ciencia natural que estudia la composición y estructura interna y superficial del planeta Tierra, así como los procesos por los cuales ha ido evolucionando a lo largo del tiempo geológico. La Geología no es una ciencia pura, se auxilia de muchas otras ciencias y de ella derivan otras especialidades, tales como: Geografía, Topografía, Matemáticas, Química, Física, Óptica, Biología, Petrología, Petrografía, Mineralogía, Cristalografía, Sedimentología, Estratigrafía, Hidrología, Vulcanología, Tectónica, Paleontología, Geofísica, Sismología y de otras como Informática, Computación, Electrónica, Sensores Remotos.

La geología genera información sobre el pasado y el presente de la Tierra y en ese sentido puede servirnos para extrapolar sus conocimientos a otros planetas y astros (4), o incluso para prever el futuro del nuestro.

Los ingenieros geólogos (5) estudian el origen, estructura interna y evolución de la Tierra, pueden conocer detalles de nuestro planeta a través de eventos volcánicos, sismos, rocas , minerales, sedimentos y fósiles, son profesionistas con conocimientos y capacidad para participar en las actividades de exploración, evaluación, explotación y aprovechamiento de recursos energéticos, minerales e hidráulicos, lo que lo convierte en un importante actor en la solución de problemas de riesgos naturales como la calidad y estabilidad del suelo, inundaciones, carencia de agua y otros.

El geólogo en campo usa algunas herramientas, las básicas son una brújula, altímetro, martillo y lupa, toma notas, dibuja esquemas, colecta muestras de roca y las identifica, la información que obtiene la refleja en un mapa, el cual adquiere el nombre de Mapa Geológico, con toda esa información reconstruye los eventos que dieron forma a ese terreno, dependiendo de la extensión del área de estudio utiliza otras técnicas más sofisticadas. Tales técnicas son el estudio del terreno a través de fotos aéreas que cubren grandes extensiones, toma un par de ellas y con el uso de un estereoscopio de espejos observa la tercera di-

-mensión, esto da el efecto y sensación de estar viendo el terreno desde una aeronave, se observan diferencias de tonos de grises, de textura, vegetación, patrones de drenaje (tipos de arroyos), tipos de roca, todo esto permite formar un mosaico fotográfico, la información se pasa a un plano topográfico y poco a poco se va formando un Mapa Fotogeológico. A esto se le llama interpretación fotogeológica (6). Las muestras de roca colectadas en campo son analizadas en laboratorio, a través de un microscopio petrográfico donde se observan los minerales que la componen. Cabe aclarar que las estructuras que se ven al microscopio con un campo visual de uno o dos mm y las que se observan en el terreno con varios kilómetros cuadrados de extensión, ambas presentan quiebres o rupturas de la continuidad de la masa rocosa, a estas se les llama fracturas o fallas que surgen de la reacción mecánica de las rocas a los esfuerzos de presión y tensión a los que han sido sometidos (7).

Adentrándose aún más al mundo de la microscopía, el geólogo usa Microscopios de Barrido Electrónico, (MBE), también llamados microzondas, con capacidad de mostrarnos imágenes de la milésima parte de un mm. En la naturaleza, los átomos de los elementos de la tabla periódica, buscan asociarse a través de la compatibilidad química, es decir, a través de los diferentes enlaces químicos (Iónico, covalente, metálico), se combinan y forman cristales con características bien definidas. Estas combinaciones se reflejan en arreglos estructurales moleculares que forman minerales con formas geométricas bien definidas, estos cristales se agrupan en seis sistemas (cúbico, tetragonal, hexagonal, ortorrómbico, monoclínico, triclínico) (8). Pero además de la sustancia elemental, también se requiere de la presión, temperatura, tiempo, cantidad o aportación de la “sustancia nutritiva” para formar cristales perfectos. Así es como sabemos de la presencia de cristales microscópicos o gigantescos (9). Y todos se sujetan a las leyes de la Física y Química, en cualquier parte de nuestro planeta.

Los Geólogos también utilizan equipos pesados como perforadoras, taladros de mano y hasta torres petroleras, obtienen muestras de la roca a diversas profundidades y las estudian por los métodos ya descritos. Todos estos materiales transmiten energías eléctrica o acústica y dependiendo de su composición y volumen se determinan sus cualidades como densidad, conductividad, resistencia (ohms), profundidad de ubicación, espesor y otros. Con estos métodos y los que aplica la GEOFÍSICA, se conocen estructuras ocultas a la vista, como son las diferentes capas que forman nuestro Planeta. Bien, con esta información, el geólogo puede hacer mapas del subsuelo, con la composición y distribución de las rocas y el arreglo estructural que presentan (Figura 1).

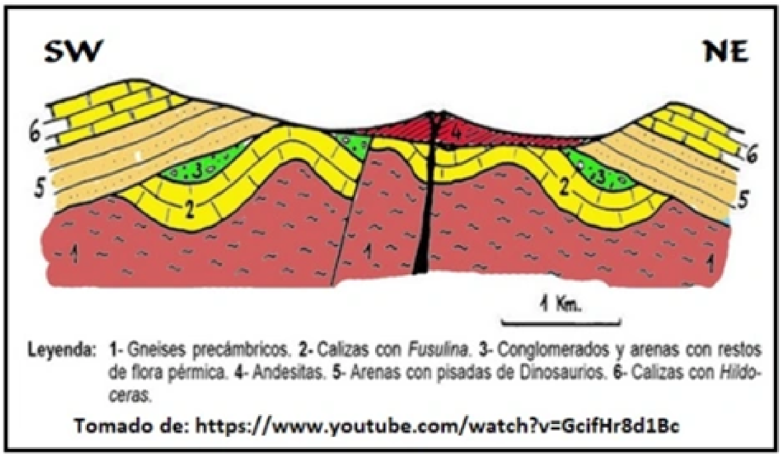


Figura 1. Sección geológica del subsuelo construida a través de información obtenida en campo,
muestras del terreno, muestras del subsuelo y métodos de geofísica.

La mayoría de las veces, se obtienen miles de datos que hacen complicado el manejo y análisis de los mismos y se recurre a equipos de cómputo y programas específicos que permiten hacer cálculos y modelaciones más rápido para obtener interpretaciones en superficie y subsuelo de alguna área específica.
Las herramientas tecnológicas se han extendido tanto y su aplicación en la geología no podía quedar fuera, si las fotos aéreas permiten cubrir cientos de km^2, la percepción remota creo las imágenes satelitales q pueden cubrir miles de km^2, pero además con el uso de diferentes filtros (bandas multiespectrales) es posible resaltar aspectos del terreno, que a simple vista no es posible apreciar. Con la aparición de los Sistemas de Información Geográfica (SIGs) es posible presentar la información en capas individuales (en una capa la geología, en otra la geofísica, etcétera)(Figura 2).

Figura 2. Presentación de información a través de capas usando un Sistemas de Información Geográfica.
Imagen tomada de Geoinfomex, Servicio Geológico Mexicano.

Con los estudios de la Radioactividad y sus aplicaciones, surgió la forma de conocer la edad de los materiales. Los elementos químicos tienen isotopos que liberan energía a través de diversas partículas, los isotopos de esos elementos buscan encontrar un nivel energético estable, es así como un elemento específico se va transformando en otro en un periodo de tiempo. Determinando la relación de Isotopos padre e isotopos hijos, se conoce la edad de los materiales que pueden ser rocas, minerales, fósiles o materia orgánica.
A través de convenios internacionales, las diversas sociedades geológicas han establecido códigos de colores para representar los tipos de roca y su edad, símbolos para representar estructuras o aplicación de coordenadas universales para ubicarlas en el espacio. Por ejemplo, en color rosa se representa a la Sierra Madre Occidental formada por rocas volcánicas de edad Oligoceno-Mioceno (34 a 23 ma), en color verde se indica la Sierra Madre Oriental formada por rocas sedimentarias de edad cretácica (135 a 65 ma) y así sucesivamente (Figura 3)

Figura 3. Mapa geológico de la República Mexicana, cada color representa un tipo especifico de roca y su edad.
Tomado de www.geologia.unam.mx › carta-geológica-mexicana.

Con los antecedentes citados, tenemos una idea general de las actividades que hace un geólogo, pero además conoce la evolución a través del tiempo del planeta Tierra, así como los materiales que la componen desde el núcleo hasta la superficie, los fenómenos que la modifican como es el vulcanismo, sismos, glaciares y otros, entonces estos conocimientos bien pueden aplicarse a los planetas vecinos y no tan vecinos, a sus lunas y a objetos que entran a nuestra atmósfera.

La teoría del geocentrismo (geo: Tierra; centrismo: centro) coloca a la Tierra en el centro del universo y los astros, incluido el Sol, girando alrededor de ella, fue formulada por Aristóteles en el s IV a.C. y estuvo en vigor hasta el siglo XVI, en su versión completada por Claudio Ptolomeo en el siglo II a C (10). Aunque en el año 200 a.C., Aristarco de Samos ya pensó que la Tierra no era el centro del Universo, hubo que esperar hasta 1543 a que Copérnico planteara su modelo heliocéntrico y atreverse a desafiar la idea del cosmos que imperaba en el siglo XVI. Le siguió cien años más tarde, Galileo.

Galileo supo q se había inventado el telescopio en Holanda, el cual vio y lo perfecciono para fines astronómicos, uso lentes convergentes para que el objeto amplificado se pudiera ver en posición normal y no invertida. A pesar de las limitaciones de este instrumento, realizó grandes descubrimientos, sus frecuentes observaciones al Sol, lo enceguecieron, murió desilusionado por no haber podido observar nunca al planeta mercurio. Fue obligado a retractarse de la teoría heliocéntrica, pero al final de esta y balbuceando dijo: "E pur si muove" (y sin embargo, se mueve). Galileo sin saber también inicio la creación de esta nueva ciencia: La Geología Planetaria.

En una época más reciente, el geólogo Norte Americano Eugene M. Shoemaker fue cautivado por la riqueza de información que podía extraerse de los orificios que forma el impacto de los meteoritos en la superficie terrestre, tal fue su pasión que vivió un tiempo al lado del cráter Barringer en Flagstaff, Arizona, E.E.U.U donde hace 49000 años una enorme roca se estrelló en las llanuras del desierto de Arizona provocando una enorme oquedad de 1,2 km de diámetro y 570 m de profundidad. Se trataba de un enorme meteorito al que se le dio el nombre de Canyon Diablo de unos 30,5 m de diámetro compuesto por hierro-níquel, con un peso de 60,000 tn y viajando a una velocidad de casi 45,000 km/h. Eugene encontró que el impacto sobre la superficie terrestre provocó la destrucción del meteorito mismo, de los materiales que forman la superficie del impacto y la formación de nuevos materiales, todos ellos están distribuidos a varios km a la redonda. Eugene mapeo esa distribución y obtuvo el mapa geológico del cráter. También estudio otros cráteres en el mundo.

Estos estudios atrajeron la atención de la NASA e invitaron a Shoumaker para que participara en las misiones Apollo y aplicara esos conocimientos al estudio de la luna. Había nacido formalmente la Geología Planetaria, una de las mejores definiciones de ella es la de la Arizona State University que cita: "Se encarga del estudio a diferentes escalas del origen, composición, distribución y evolución de la materia condensada en el universo en forma de planetas, satélites, cometas, asteroides y partículas de distintas dimensiones y génesis".

Figura 4. Crater Barringer, Flagstaff, Arizona.
Foto tomada de https://es.wikipedia.org/wiki/

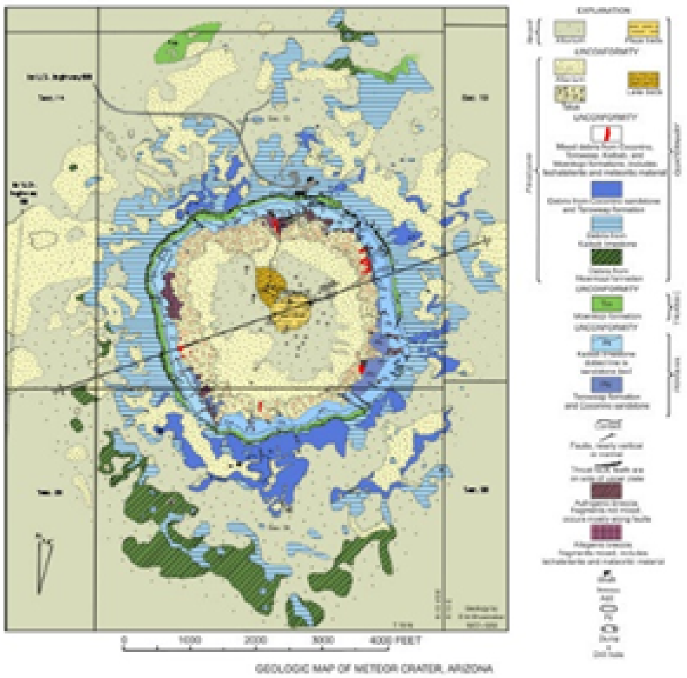


Figura 5. Mapa Geológico del Cráter Barringer, Flagstaff, Arizona
Foto tomada de https://www.lpi.usra.edu/publications/books/barringer_crater_guidebook/craterMap/

Hasta aquí, nos damos cuenta que el trabajo de los geólogos es sobre terrenos y objetos que puede pisar y tocar, a los que puede tener acceso directo a ellos, pero ¿cómo hacer el estudio sobre objetos que están a miles y millones de km, a años luz (un año luz = 9.46 billones de km)? No es posible hacerlo con la limitación propia de sus sentidos, ni las herramientas para “usos terrestres”. Hubo q multiplicar la capacidad de ver y oír, investigar sobre la Física y otras ciencias, perfeccionar equipos y crear otros nuevos, cada vez más poderosos, salir de nuestro entorno y corregir las filtraciones que hace la atmósfera terrestre para obtener señales más limpias, claras y precisas. Con el uso de tecnología espacial se han conseguido imágenes, sonidos, información sísmica y química de los objetos celestes. Todo gracias a la inteligencia humana.

Con toda clase de sensores con que son equipados los satélites, sondas y rovers, se obtiene información de los planetas y sus lunas, de asteroides y cometas, de estrellas y galaxias, datos que llegan a la Tierra y son convertidos en imágenes, imágenes que el ingeniero geólogo planetario analiza y determina las características de esos cuerpos, ¿cómo es esto? gracias a la Radiometría, que es el uso de las ondas de radio y al Espectro Electromagnético que nos permite determinar el contenido de elementos químicos de un astro o al análisis de algunos meteoritos, sabemos que gran parte del sistema solar, de la Vía Láctea u otras Galaxias, contienen elementos idénticos a los conocidos en la Tierra y las imágenes de algunos de esos astros, muestran una morfología similar a nuestro planeta (Figura 6), que desde luego son analizados bajo la lupa de la geología (11).

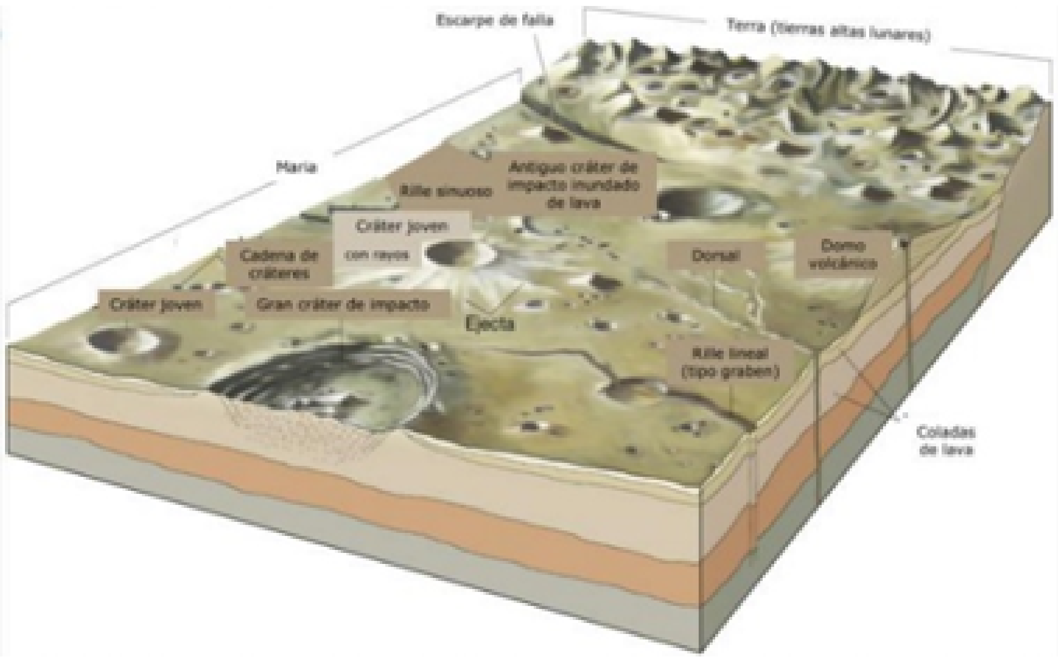


Figura 6- Bloque esquemático de rasgos estructurales y morfológicos de la luna

Ahora veamos algunos de los astros conocidos (Figura 7) en ella se observa la relación de tamaños, las formas, texturas, tonos de grises o colores. Estas sencillas propiedades son básicas para que el ingeniero geólogo planetario empiece a hacer la descripción de estos astros.

Figura 7. Diversos objetos celestes con tamaños, forma, temperatura y color característicos. Imagen tomada de https://i.pinimg.com/originals/84/ae/25/84ae253ecf9c4a26bd40bbb4316e1eb8.png

De esta forma, ya contamos con los conocimientos y herramientas para identificar los rasgo geológicos de un astro, como son los conocidos crateres, mares, domos volcánicos, rayos o derrames, escarpes de falla y otros. He aquí algunos de los rasgos más prominentes de la Luna, a través de todas las misiones espaciales y los esudios de muestras que han colectado, se conocen más a fondo las características de nuestro satelite y se tiene un mapa geológico de ella (Figura 8) y la verdad, no aparecen ni las orejas ni el rabo del mitico conejo. Las muestras de roca lunar que trajo consigo la tripulación del Apollo 11, tuvieron que esperar 50 años para ser analizadas, el entonces presidente de los Estados Unidos Richard Nixón indicó fragmentar una de ellas y obsequiarla a las naciones del mundo, se llamaron Rocas de la Buena Volundad.

Figura 8- Los científicos han creado el mapa geológico más detallado de la Luna. Imagen tomada de https://geektech.me/es/scientists-have-created-the-most-detailed-geological-map-of-the-moon/

Una de esas muestras se analizó en un Microscopio de Barrido Electrónico y se observaron cristales de forma y composición iguales a los terrestres. Ese analisís permitio concluir que la luna tuvo un origen similar al de la Tierra y tienen la misma edad (4540 millones de años)(12). A la fecha hay numerosos proyectos espaciales esparcidos en todo el Sistema Solar, como el Bepi Colombo a Mercurio, la misión DAVINCI+ analizará la atmósfera de Venus y VERITAS cartografiará su superficie, Hope (Emiratos Árabes Unidos), Tianwen-1 (China) y la Mars 2020 de EU a Marte, entre algunas otras a los demás planetas y hasta el New Horizons de la NASA a Plutón.

Los cuatro planetas cercanos al sol se les denomina “rocosos o interiores”, Mercurio es el primero y más cercano al sol, por su ubicación y por extremas temperaturas (450 °C de día y -150 °C de noche) se sabe poco de él; Venus, también llamado lucero de la mañana o el planeta hermana de la Tierra, Marte se encuentra en estos momentos llamando el interés de la comunidad científica, se sabe que está formado por roca y gases, el color rojo se le atribuye a óxidos de hierro en su superficie, en él se encuentra el volcán en escudo más alto del Sistema Solar, el Monte Olimpo con 25 km de altura. Júpiter y Saturno, los planetas gigantes, exteriores y gaseosos. Urano y Neptuno son parte de los planetas exteriores y gaseosos. Plutón se sale de la “norma”, aunque es exterior, es rocoso, aunque actualmente no se le considera un planeta, sino más bien un planetoide.

El cinturón de asteroides se encuentra entre Marte y Júpiter, hay las hipótesis que son restos de un planeta desintegrado o de uno que en realidad nunca se llegó a formar.

CONCLUSIONES

La Geología Planetaria es una ciencia que aplica los conocimientos y experiencias de su hermana, la Geología Terrestre.

La Geología Planetaria requiere de la aplicación de más disciplinas del saber y desarrollar una amplia gama tecnológica para estudiar objetos que se encuentran muy distantes de nosotros.

Los procesos físicos y químicos de la materia y energía, así como los geológicos, que se llevan a cabo fuera de nuestro planeta y quizá, de nuestra galaxia, parecen ser los mismos que han sucedido y suceden en la Tierra.
El estudio de la Geología Planetaria abre las puertas para que las nuevas generaciones estudien y se desarrollen en alguna de las ciencias que permiten saber cada vez más del universo.

REFERENCIAS

1- https://www.youtube.com/watch?v=4NRHc7vdqtA
2- https://www.significadode.org/exogeolog%C3%ADa.htm
3- https://outerspace.es/planetas/que-rama-de-la-astronomia-estudia-los-planetas/
4- https://concepto.de/geologia/+
5-https://becados.net/geologo-carrera/#google_vignette
6- https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0188-46112003000100008
7- https://www.inegi.org.mx/temas/geologia/
8- https://www.sgm.gob.mx/Web/MuseoVirtual/Minerales/Cristalografia.html
9- www.mexicodesconocido.com.mx › maravillas-de-naica.
10- https://aprendix.org/geocentrismo/
11- https://www.helpleft.com/es/education/what-does-a-planetary-geologist-do.html
12- https://tellus.geociencias.unam.mx/wp-content/uploads/2020/01/libro7_edad_tierra.pdf

SEMBLANZA DEL AUTOR

Ansberto Alfonso Mendoza Flores es ingeniero geólogo egresado del Instituto Politécnico Nacional, con Maestría en Ciencias en la misma institución, laboró en el Consejo de Recursos Minerales (actualmente Servicio Geológico Mexicano) y en la Gerencia de Estudios de Ingeniería Civil de la Comisión Federal de Electricidad. Empezó su afición por la astronomía hace 5 años, ha impartido conferencias con temas de esta disciplina y difusión de ella a través de LAS NOCHES DE ESTRELLAS. Junto con otros apasionados de la astronomía, fundó el club de astronomía HARDWINGS, con sede en la Sierra de Guadalupe, al norte de la Ciudad de México.

LOS NUEVE MUNDOS DEL REINO ANIMAL: UN VIAJE POR LA EVOLUCIÓN

Carlos Ricardo Galaviz Jordan

Resumen

Este artículo explora la asombrosa diversidad del reino animal a través de un viaje por nueve grandes grupos filogenéticos: Poríferos, Cnidarios, Platelmintos, Nematodos, Anélidos, Moluscos, Artrópodos, Equinodermos y Cordados.
Establece que, a pesar de la variedad de criaturas que vuelan, nadan o caminan, todos los animales están conectados por un "hilo invisible": la formación embrionaria. Esta formación define el plan corporal o bauplan de cada grupo, estableciendo características fundamentales como:
Capas Germinales: La diferenciación del ectodermo (piel, sistema nervioso), mesodermo (músculos, huesos), y endodermo (sistema digestivo).
Simetría: Desde la asimetría de las esponjas hasta la simetría bilateral (la mayoría de los animales) o la pentarradial de los equinodermos.
Cavidad Corporal: La presencia de un pseudoceloma, celoma o su ausencia.
Al analizar cada uno de los nueve "mundos"—desde los poríferos más simples que carecen de tejidos hasta los cordados con sistemas de órganos especializados—el artículo ilustra cómo la evolución ha pulido distintas estrategias de supervivencia y diseños corporales durante millones de años. En última instancia, el conocimiento de estas conexiones subraya que la diversidad animal es parte de un mismo tapiz evolutivo.

Los nueve mundos del reino animal: un viaje por la evolución

Siempre me ha fascinado cómo la vida encontró tantas formas de existir. Desde una simple esponja marina que filtra el agua en silencio, hasta un mamífero capaz de pensar en su propio origen, cada ser vivo representa un camino distinto que la evolución decidió explorar. El reino animal es tan diverso que parece un rompecabezas infinito, pero en realidad, toda esa variedad se puede entender a través de nueve grandes grupos que guardan la historia de cómo la vida se transformó a lo largo del tiempo.
Estos nueve mundos —desde los invertebrados más simples hasta los cordados más complejos— nos muestran que la vida no sigue una sola dirección, sino miles. Los nueve grandes grupos que exploramos son: Poríferos, Cnidarios, Platelmintos, Nematodos, Anélidos, Moluscos, Artrópodos, Equinodermos y Cordados.
Cada grupo tiene su propia forma de moverse, alimentarse, defenderse y sobrevivir. Y al conocerlos, no solo descubrimos cómo funciona la naturaleza, sino también nuestro lugar dentro de ella. Porque, al final, todos compartimos el mismo punto de partida: un origen común que, con el paso de millones de años, dio lugar a la asombrosa diversidad que hoy llena nuestro planeta.

Los nueve mundos del reino animal: un viaje por la evolución

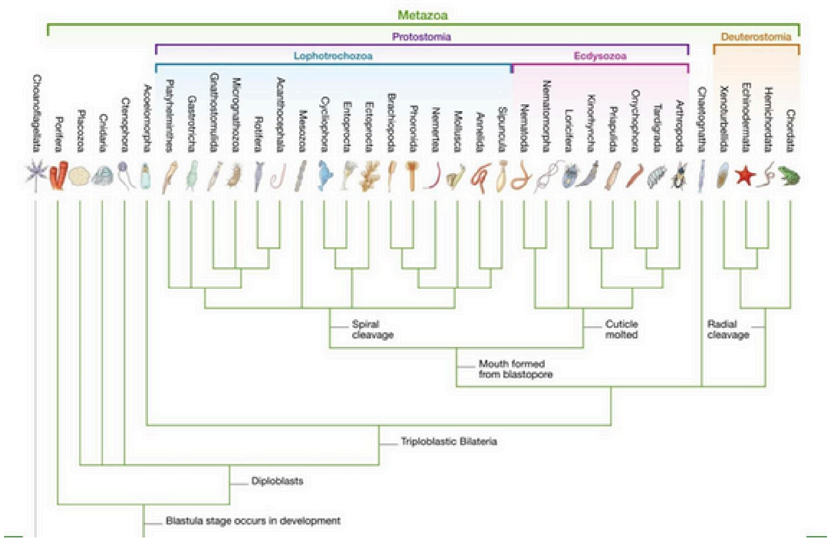
Siempre me ha fascinado cómo la vida encontró tantas formas de existir. Desde una simple esponja marina que filtra el agua en silencio, hasta un mamífero capaz de pensar en su propio origen, cada ser vivo representa un camino distinto que la evolución decidió explorar. El reino animal es tan diverso que parece un rompecabezas infinito, pero en realidad, toda esa variedad se puede entender a través de nueve grandes grupos que guardan la historia de cómo la vida se transformó a lo largo del tiempo.

Estos nueve mundos —desde los invertebrados más simples hasta los cordados más complejos— nos muestran que la vida no sigue una sola dirección, sino miles. Los nueve grandes grupos que exploramos son: Poríferos, Cnidarios, Platelmintos, Nematodos, Anélidos, Moluscos, Artrópodos, Equinodermos y Cordados.

Cada grupo tiene su propia forma de moverse, alimentarse, defenderse y sobrevivir. Y al conocerlos, no solo descubrimos cómo funciona la naturaleza, sino también nuestro lugar dentro de ella. Porque, al final, todos compartimos el mismo punto de partida: un origen común que, con el paso de millones de años, dio lugar a la asombrosa diversidad que hoy llena nuestro planeta.

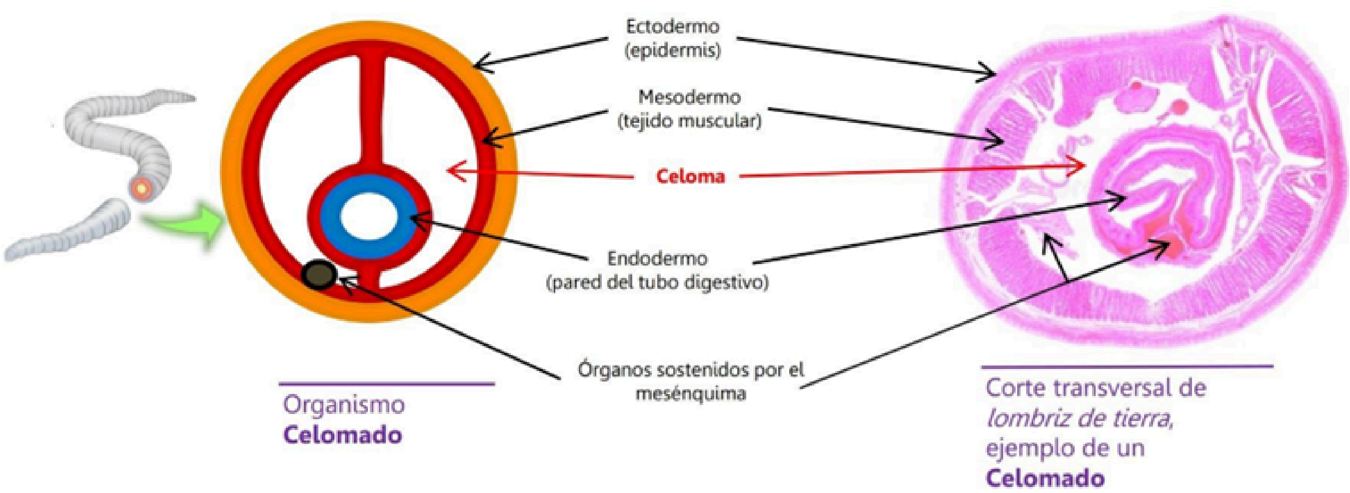
El Hilo Invisible: La Formación Embrionaria

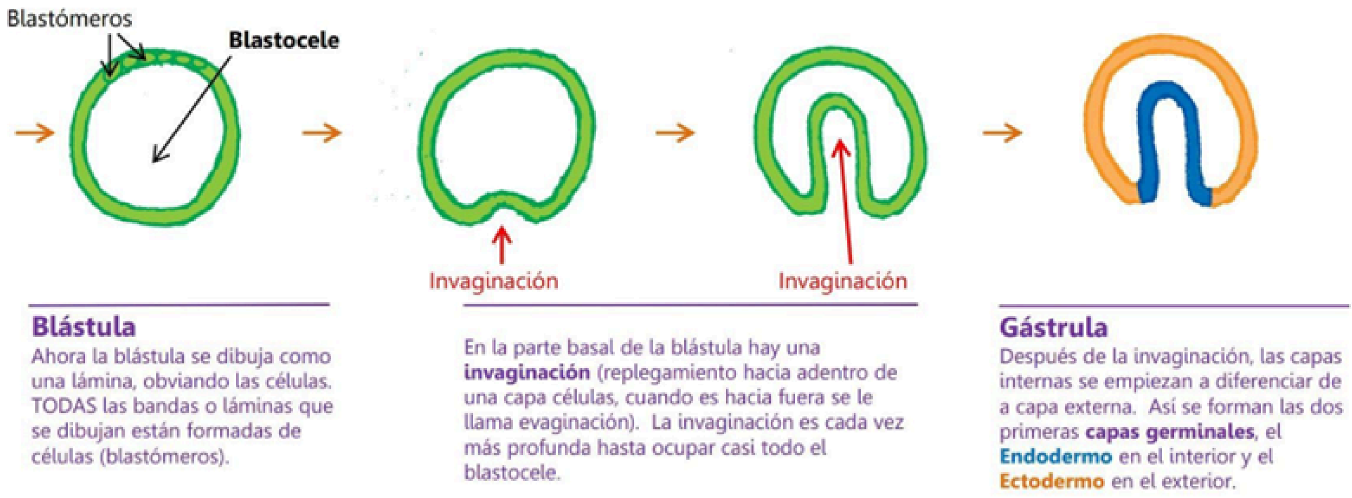
Si alguna vez te has detenido a mirar la diversidad de animales en nuestro planeta, sabrás que es fácil perderse en la variedad: criaturas que vuelan, nadan, excavan o caminan por la tierra.



Hilo invisible que nos conecta a todos: la formación embrionaria

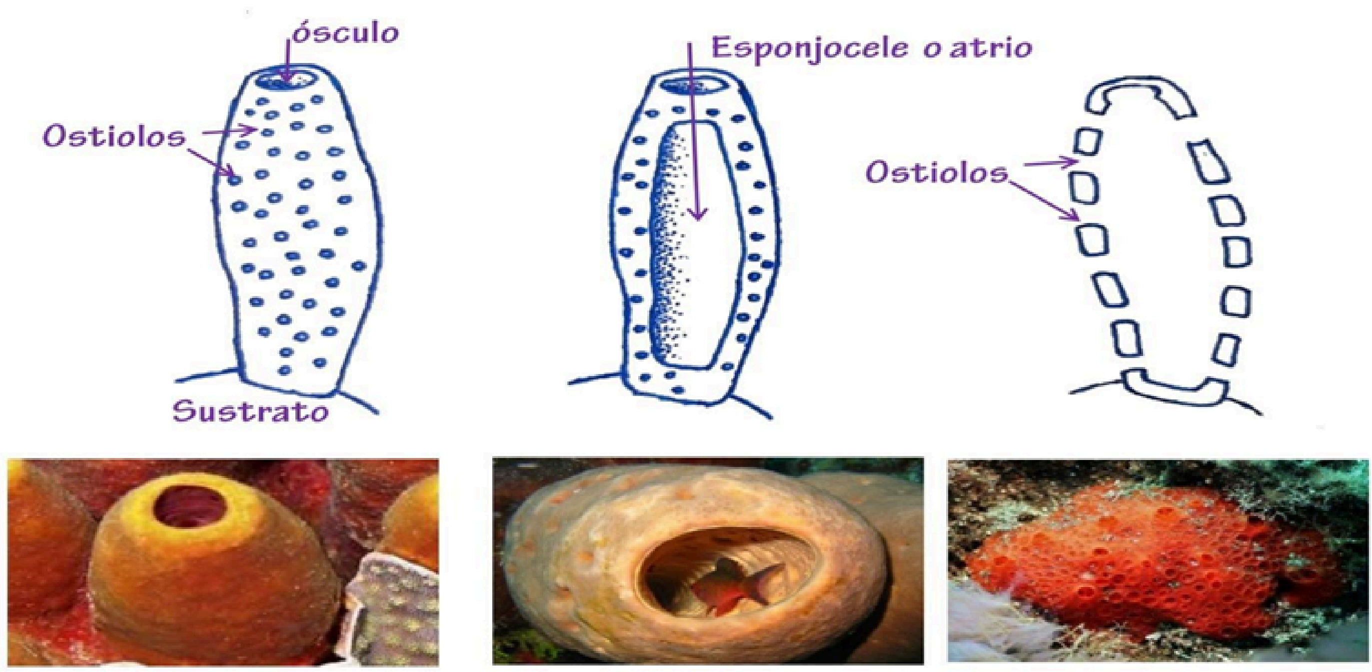
Desde la blástula hasta la gástrula, aparecen las capas germinales: ectodermo, que da lugar a piel y sistema nervioso; mesodermo, que forma músculos, huesos y sistema circulatorio; y endodermo, que construye el sistema digestivo y órganos internos. Sobre estas capas, la evolución trazó los bauplan, o planos corporales, que definen la simetría, la segmentación y la organización interna de cada grupo animal. Cada bauplan es una historia de adaptación, un mapa de cómo la vida resolvió los desafíos de su entorno.





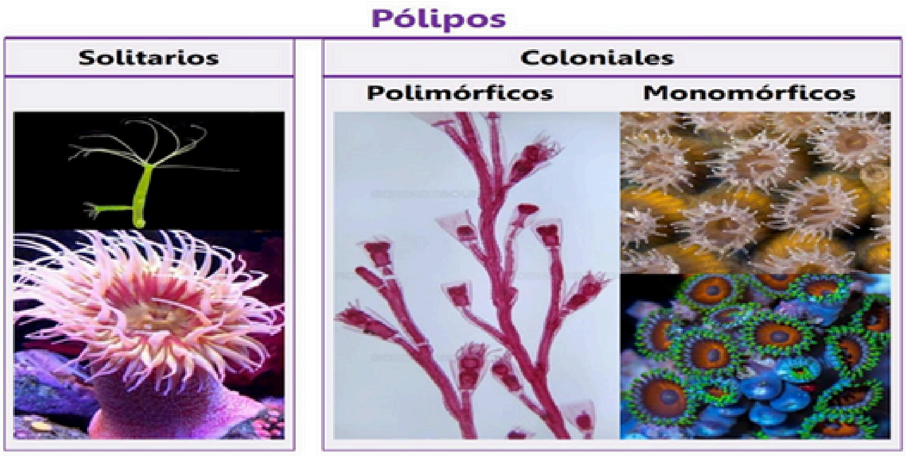
Poríferos:

Imagina un mundo donde los animales todavía no tienen órganos ni tejidos verdaderos. Eso son las esponjas: organismos marinos que filtran agua para alimentarse y asimilan el entorno de manera directa. Su cuerpo es asimétrico, sin segmentación ni cavidad interna. Surgieron hace más de 600 millones de años y probablemente representan uno de los primeros experimentos de la vida multicelular. Algunas especies incluso producen sustancias antibióticas y pueden regenerar todo su cuerpo, como si fueran pequeños alquimistas del océano.



Cnidarios:

Cuando entramos al reino de los corales, anémonas y medusas, encontramos simetría radial y tejidos verdaderos. Sus cuerpos se organizan en pólipos o medusas, y sus cnidocitos, células urticantes, son armas perfectas para capturar alimento y defenderse. La combinación de ectodermo y endodermo, con mesoglea gelatinosa, les permite moverse y alimentarse de forma sorprendente. Aparecieron hace unos 550 millones de años y muchos construyen arrecifes que sostienen ecosistemas enteros. Algunas medusas incluso desafían el tiempo: pueden revertir su ciclo vital y regenerarse, casi como criaturas inmortales.

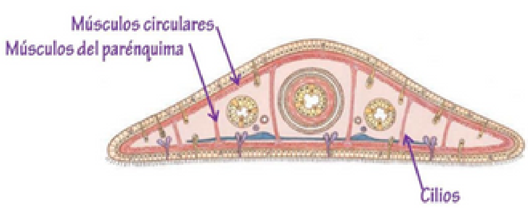


La forma **pólipo** de los cnidarios puede ser de diferentes tipos: Los **solitarios** que son pólipos individuales como la *Hydra* o las anémonas, o **coloniales** que son pólipos juntos que normalmente interaccionan y comparten nutrientes como los corales. Éstos últimos pueden ser **monomórficos**, es decir una sólo forma que tienen la misma función o **polimórficos** que tienen diferentes formar y funciones, pueden ser pólipos que obtienen nutrientes (gastrozoides) o reproductores (gonozoides), entre otros.

La forma medusa se distingue por que presenta la umbrela, pueden presentar una gran variedad de formas, pero la estructura básica es la misma.

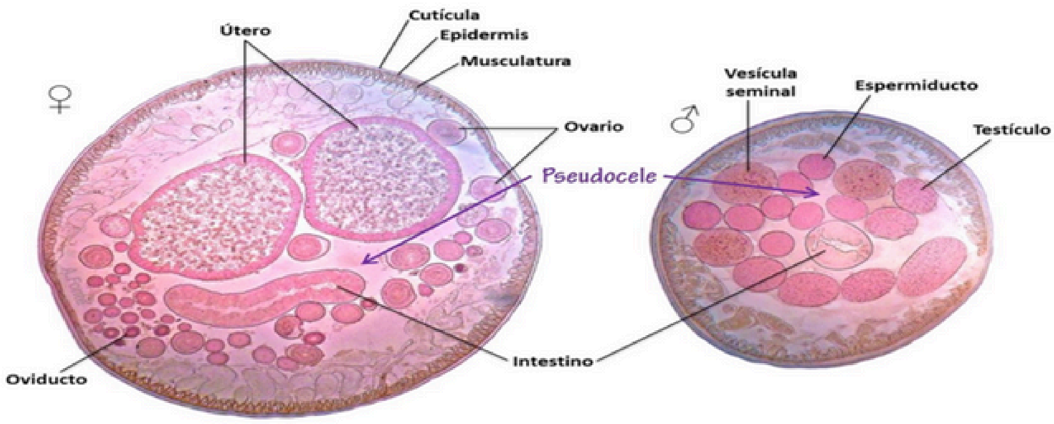
Platelmintos:

Los gusanos planos son pequeños pero fascinantes. Con simetría bilateral y cuerpos aplanados, carecen de cavidad interna y tienen un sistema digestivo incompleto, pero su sistema nervioso primitivo les permite detectar y responder al entorno. Surgieron hace unos 500 millones de años y se diversificaron entre especies parásitas y libres. Algunas, como los planarios, pueden regenerar cuerpos enteros; otras, como las tenias, sobreviven décadas dentro de sus hospedadores. Su forma plana facilita la difusión de nutrientes y oxígeno, demostrando que lo simple también puede ser increíblemente eficiente.



Nematodos:

Si los platelmintos son planos, los nematodos son cilíndricos y llenos de sorpresas. Con simetría bilateral y pseudoceloma, tienen un sistema digestivo completo y cutícula resistente, lo que les permite sobrevivir en condiciones extremas. Algunos son parásitos, otros viven en suelo y agua, y todos comparten un bauplan de ectodermo, mesodermo y endodermo. Surgieron hace unos 500 millones de años y hoy se encuentran en casi todos los ecosistemas. Un ejemplo famoso es Caenorhabditis elegans, un nematodo que ha ayudado a desentrañar secretos de la genética y el envejecimiento.

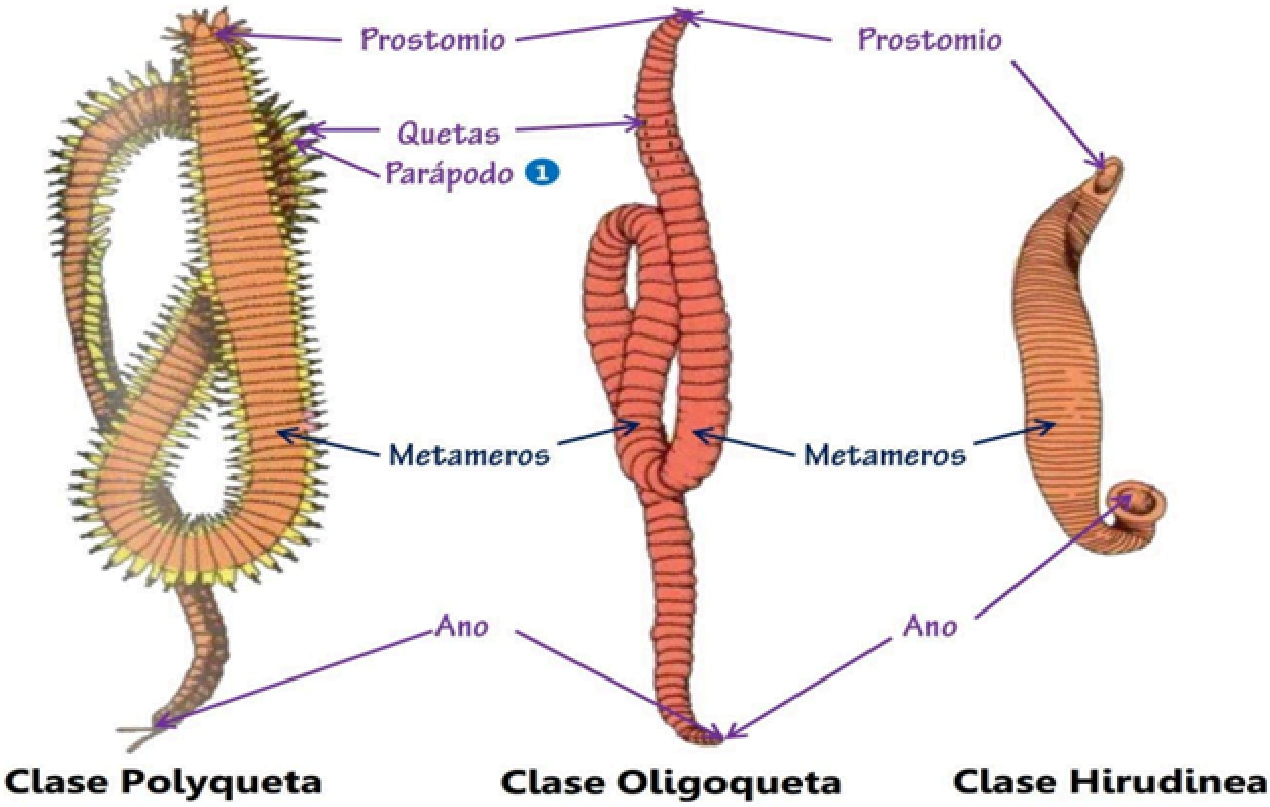


Nematodos:

Si los platelmintos son planos, los nematodos son cilíndricos y llenos de sorpresas. Con simetría bilateral y pseudoceloma, tienen un sistema digestivo completo y cutícula resistente, lo que les permite sobrevivir en condiciones extremas. Algunos son parásitos, otros viven en suelo y agua, y todos comparten un bauplan de ectodermo, mesodermo y endodermo. Surgieron hace unos 500 millones de años y hoy se encuentran en casi todos los ecosistemas. Un ejemplo famoso es Caenorhabditis elegans, un nematodo que ha ayudado a desentrañar secretos de la genética y el envejecimiento.

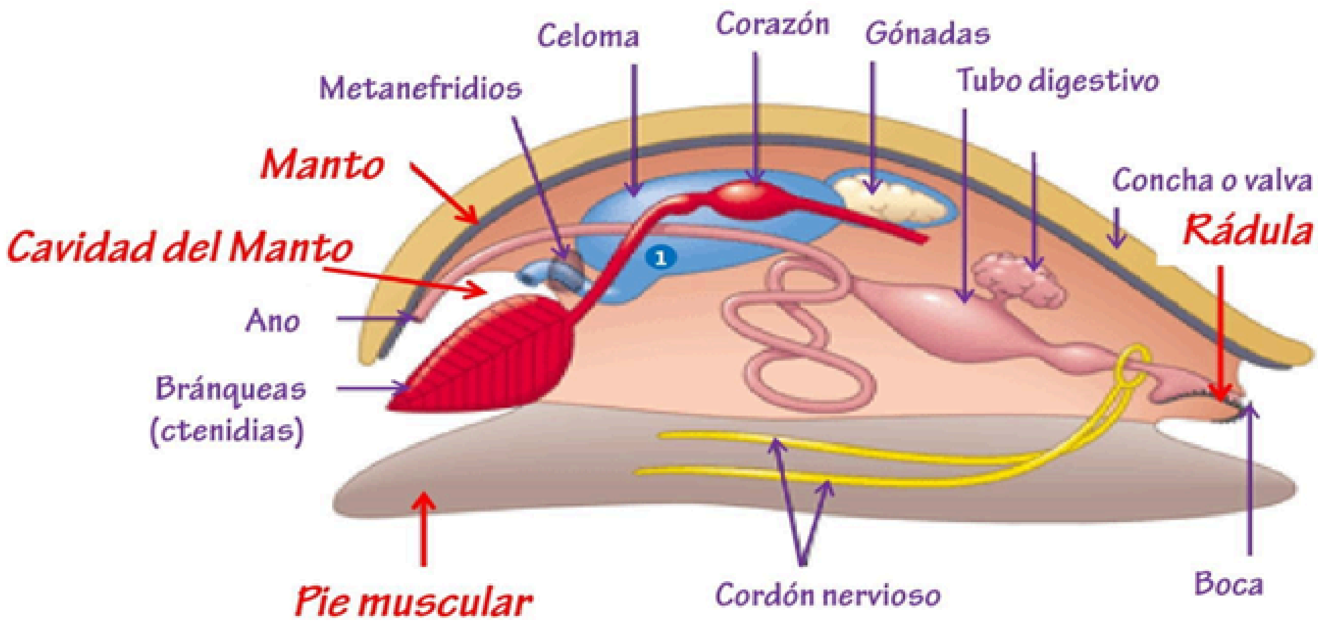
Anélidos:

Las lombrices y sanguijuelas nos muestran cómo la segmentación corporal puede mejorar la vida. Cada segmento alberga músculos, nervios y órganos, permitiendo movimientos precisos. Con simetría bilateral y cavidad corporal completa, se diferencian de los nematodos por tener sistemas circulatorio y excretor más complejos. Surgieron hace 520 millones de años y desempeñan roles vitales: las lombrices airean la tierra y las sanguijuelas producen anticoagulantes útiles en medicina.



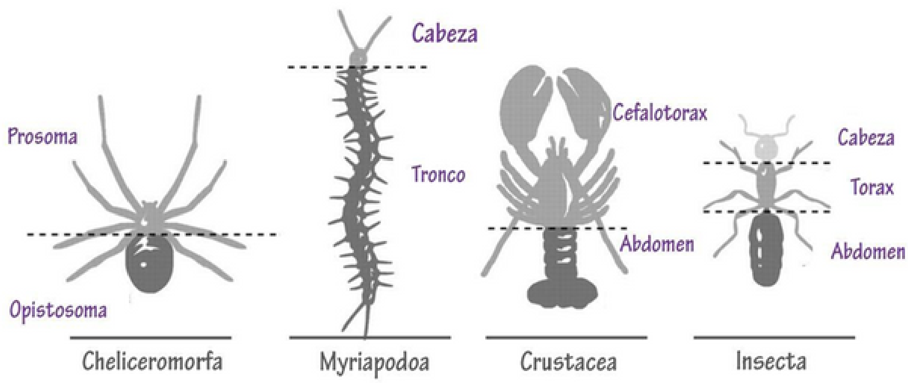
Moluscos:

Los caracoles, pulpos y almejas muestran otra estrategia: cuerpo blando con simetría bilateral y cavidad celómica, algunos con concha protectora. Su bauplan combina ectodermo, mesodermo y endodermo con órganos internos complejos y pie musculoso para desplazamiento. Surgieron hace 540 millones de años y se adaptaron a ambientes marinos y terrestres. Pulpos inteligentes resuelven laberintos y usan herramientas, mientras las almejas filtran agua y mantienen ecosistemas saludables.



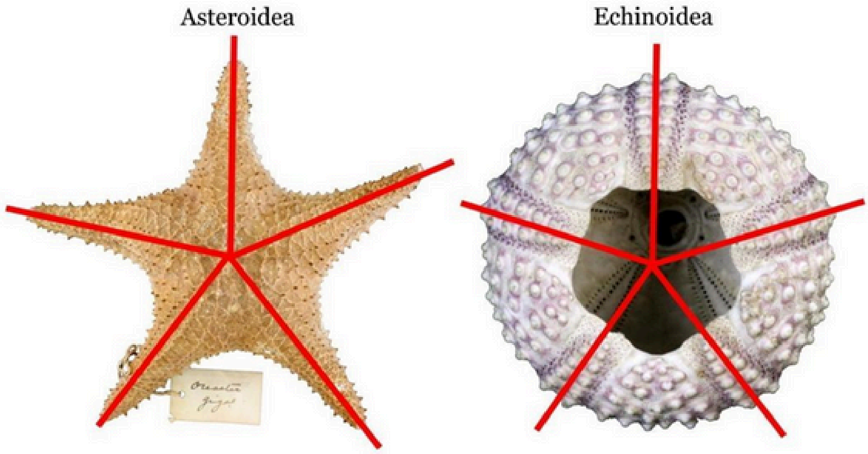
Artrópodos:

Nada dice adaptación como los insectos, arañas y crustáceos. Segmentación clara, simetría bilateral y exoesqueleto quitinoso les permite conquistar tierra, agua y aire. Su bauplan de ectodermo, mesodermo y endodermo, con cavidad celómica y sistemas sensoriales especializados, los hace los animales más numerosos del planeta. Surgieron hace 500 millones de años y algunos insectos incluso realizan metamorfosis completa, como mariposas que parecen renacer.



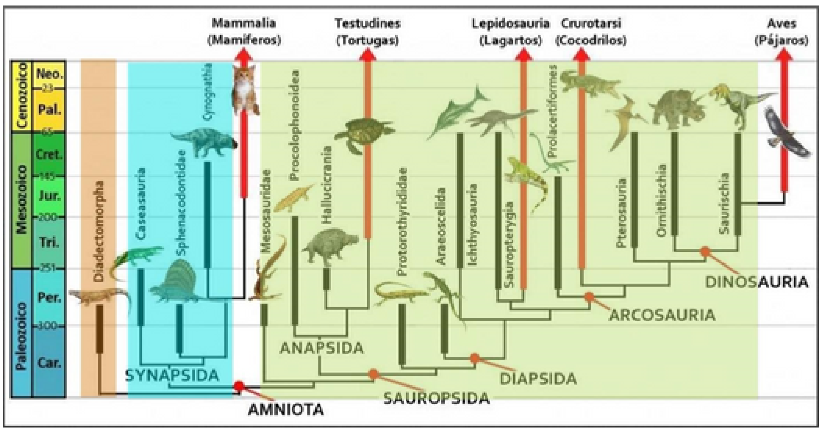
Equinodermos:

En el mundo marino profundo, los erizos y estrellas de mar son los arquitectos silenciosos. Con simetría radial en adultos y bilateral en larvas, cavidad corporal completa y esqueleto interno calcáreo, controlan movimiento y alimentación sin un cerebro central, gracias a su sistema vascular acuático. Surgieron hace 480 millones de años y pueden regenerar brazos o incluso cuerpos completos, demostrando que la simplicidad puede esconder sofisticación.



Cordados:

Finalmente, los cordados, que incluye peces, anfibios, reptiles, aves y mamíferos, combinan simetría bilateral, cavidad corporal completa, notocorda y tubo neural dorsal. Su bauplan permite sistemas de órganos altamente especializados y segmentación interna a nivel de somitos. Surgieron hace 530 millones de años y se diversificaron en todos los hábitats. Todos compartimos somitos embrionarios, lo que demuestra nuestro vínculo con otros vertebrados. Algunos, como los mamíferos y aves, desarrollan comportamiento complejo, aprendizaje y socialización.



Conclusión

Viajar por los nueve mundos del reino animal nos deja una lección clara: la vida es increíblemente diversa, pero todos compartimos un hilo común desde la formación embrionaria. Cada grupo, desde las simples esponjas hasta los complejos cordados, representa una solución distinta a los retos del entorno: adaptaciones únicas, estrategias de supervivencia y diseños corporales que la evolución pulió durante millones de años.

Entender estos diseños corporales, la simetría, las capas germinales y la segmentación no solo nos permite clasificar animales, sino también apreciar la maravilla de cómo la vida se organiza, se diversifica y se conecta. Cada animal, por más pequeño o extraño que parezca, es un capítulo de la historia de la vida en la Tierra. Y al final, reconocer estas conexiones nos recuerda que todos somos parte de un mismo tapiz evolutivo, donde la diversidad no es solo un espectáculo para admirar, sino una invitación a cuidar y respetar nuestro planeta y sus habitantes.

Referencias

Hickman, C. P., Roberts, L. S., Keen, S. L., Larson, A., I'Anson, H., & Eisenhour, D. J. (2020). Principios integrales de zoología.

Ruiz-Trillo, I., & Rota-Stabelli, O. (2017). La revolución de la filogenia animal: Nuevas hipótesis sobre los orígenes de los principales linajes. Revista de Biología Evolutiva, 15(2), 45-60.

Museum Nacional de Ciencias Naturales. (s.f.). Evolución de los Metazoos y el origen de los Bilateria. Recuperado de https://www.mncn.csic.es/bilateria/metazoos

ANÁLISIS DEL OBJETO MATEMÁTICO Y SU REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA

Juan Carlos Ruiz Castillo

jcefpem@profesor.usac.edu.gt
https://orcid.org/0000-0002-2218-1442
EFPEM-USAC

Resumen

El presente artículo ofrece un análisis profundo sobre la relación entre el objeto matemático y su representación semiótica desde una perspectiva teórica y didáctica. Basándose en el Enfoque Ontosemiótico (EOS) y en la teoría de registros de representación semiótica de Duval, se argumenta que los objetos matemáticos no existen como entes aislados, sino que emergen en configuraciones epistémicas mediadas por prácticas discursivas, herramientas simbólicas e institucionalización del conocimiento. Se destacan las contribuciones de Juan Carlos Ruiz Castillo, quien ha implementado el EOS en el contexto latinoamericano, particularmente en la enseñanza universitaria de álgebra lineal, cálculo multivariable y teoría de grupos. A través de estudios de caso, se evidencian procesos de resignificación semiótica, transiciones entre registros, y uso de tecnología como medio para construir comprensión matemática significativa. El artículo concluye que una enseñanza eficaz debe centrarse en la articulación entre representaciones, el diseño de trayectorias didácticas con múltiples registros y la formación docente en competencia semiótica.

Palabras clave: Objeto matemático, representación semiótica, Enfoque Ontosemiótico, Duval, educación matemática.

Introducción

La relación entre el objeto matemático y su representación semiótica es un tema central en la epistemología matemática y en la didáctica contemporánea. Pero para ir más allá, es necesario articular enfoques teóricos con ejemplos empíricos y casos de investigación reciente. En este sentido, la obra de Juan Carlos Ruiz Castillo (Guatemala) aporta aplicaciones actuales del Enfoque Ontosemiótico (EOS) en contextos latinoamericanos, especialmente en la enseñanza universitaria de álgebra, cálculo multivariable y criptografía. (Ruiz Castillo, 2025)

Este artículo amplía el análisis previo, integrando obras específicas de Ruiz Castillo, profundizando en la dimensión semiótica del objeto matemático y articulando un marco con mayor densidad bibliográfica y ejemplos de investigación.

Marco teórico

Objeto matemático desde el EOS y otras perspectivas

Las representaciones en matemática —tales como símbolos, gráficos, tablas, manipulativos concretos y software especializado— no deben concebirse como simples "vehículos" o traducciones externas de un objeto preexistente, sino como componentes constitutivosde dicho objeto. Desde una perspectiva epistemológica moderna, y particularmente en el marco del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS), esta afirmación implica que el objeto matemático no posee existencia autónoma al margen de los sistemas semióticos que lo hacen operable, visible y funcional en las prácticas sociales e institucionales. En otras palabras, el objeto matemático no precede a su representación, sino que emerge en y desde una red semiótica de significaciones compartidas, construidas históricamente y validadas culturalmente en el seno de comunidades disciplinares.

Esta visión transforma radicalmente el enfoque didáctico: el reto ya no consiste simplemente en enseñar un objeto definido, sino en diseñar trayectorias formativas que articulen múltiples representaciones y promuevan transiciones significativas entre ellas. En este contexto, la noción de registro de representación semiótica, desarrollada por Duval (2006), adquiere relevancia fundamental. Cada registro (algebraico, gráfico, tabular, verbal, geométrico, tecnológico) aporta un tipo específico de información, permite ciertas operaciones cognitivas y limita otras. La comprensión profunda de un objeto matemático requiere, por tanto, no solo operar dentro de un registro, sino también coordinar registros distintos y establecer equivalencias cognitivas entre ellos, un proceso que Duval denomina conversión semiótica.

Tomemos como ejemplo la noción de derivada, un concepto fundamental en cálculo diferencial. Este objeto matemático puede representarse:

- Como límite del cociente de diferencias, expresión que pertenece al registro simbólico-formal;
- Como pendiente de una recta tangente a una curva en un punto, representación visual-gráfica;
- Como valor instantáneo de variación en fenómenos dinámicos, interpretación numérica-física;
- Como operador funcional que actúa sobre una función y genera otra, dentro de un lenguaje matemático de nivel superior.

Cada una de estas representaciones revela aspectos distintos del objeto derivada, y ninguna por sí sola agota su significado epistémico. Solo mediante la articulación reflexiva entre estos registros puede el estudiante construir una comprensión robusta, flexible y transferible del concepto.

Desde esta perspectiva, el diseño didáctico debe evitar una enseñanza fragmentada o puramente procedimental. En cambio, debe generar experiencias que involucren tránsitos entre registros, fomentando en el estudiante una competencia semiótica que le permita reconstruir y resignificar el objeto matemático desde diversas perspectivas. Esto requiere integrar lenguajes simbólicos, visuales, tecnológicos y naturales, así como reconocer el papel que juega cada uno en la formación del significado.

Para ilustrar cómo estas ideas se concretan en la práctica, en los apartados siguientes se presentan y analizan diversas **investigaciones realizadas por Juan Carlos Ruiz Castillo**, quien ha aplicado el EOS en contextos universitarios de Guatemala. Sus trabajos en álgebra lineal, cálculo multivariable y teoría de grupos proporcionan ejemplos ricos en los que se evidencia la centralidad de la representación semiótica y su papel constitutivo en la comprensión de los objetos matemáticos. A través de estudios de caso, se identifican estrategias pedagógicas que han promovido con éxito la conversión entre registros, la resignificación de objetos abstractos y la integración significativa del uso de herramientas tecnológicas y manipulativas en el aula.

Aplicación del Enfoque Ontosemiótico en álgebra lineal (2025)

En este artículo, Ruiz Castillo propone una secuencia didáctica que enlaza álgebra lineal con criptografía mediante herramientas tecnológicas. Se aplica el EOS para articular representaciones simbólicas, operativas y computacionales, logrando que los estudiantes realicen transiciones fluidas entre registros (numérico, simbólico, software). Según el autor, ello favoreció una “resignificación del conocimiento matemático” (Ruiz Castillo, 2025).

Por ejemplo, los estudiantes implementaron algoritmos de cifrado basados en matrices invertibles, lo que obligó a transitar entre la noción abstracta de matriz (registro simbólico) y su implementación computacional (registro de software). El autor reporta que hubo mejora significativa en comprensión funcional de objetos como matrices y transformaciones lineales (Ruiz Castillo, 2025).

Aplicación de las representaciones semióticas en cálculo multivariable (2025)

Otro trabajo reciente de Ruiz Castillo emplea la construcción de una montaña rusa física y su modelado en GeoGebra como medio para que estudiantes de ingeniería transiten entre representaciones. Se examina cómo las ecuaciones paramétricas y las gráficas tridimensionales emergen desde el objeto "trayectoria curva en el espacio". El artículo concluye que la semiosis representacional favoreció la integración entre lo tangible y lo abstracto (Ruiz Castillo, 2025).

El grupo diédrico como objeto epistémico y semiótico

En este estudio, Ruiz Castillo analiza la enseñanza del grupo diédrico (simetrías de polígonos) desde el EOS. Durante la intervención, usó manipulativos (polígonos físicos), tablas de Cayley, notación permutacional y diagramas cíclicos. Los estudiantes pasaron de la comprensión perceptual de la simetría al objeto formal del grupo diédrico, mediado por distintos registros semióticos. Ruiz Castillo describe esta articulación como una implementación del EOS en formación docente. (Ruiz Castillo, 2025)

Por ejemplo, una tarea consistía en que los estudiantes identificaran transformaciones (rotaciones, reflexiones) en figuras manipulables, luego representarlas como permutaciones y finalmente como elementos del grupo, promoviendo la transición entre registros perceptual, simbólico y estructural. Ruiz Castillo (2025) señala que esta estrategia permitió que la noción del grupo deje de ser un concepto abstracto sin vínculo perceptual, y se convierta en un objeto semiótico resignificado en la experiencia del estudiante.

Además de los casos anteriores, Ruiz Castillo ha publicado trabajos sobre:

- La filosofía de las matemáticas: desde la ontología y epistemología hasta la pedagogía escolar (2024)
- La aplicación de herramientas digitales con el enfoque ontosemiótico y su influencia en el aprendizaje de funciones exponenciales y logarítmicas (tesis 2021)
- ¿La matemática se descubre o se inventa? (2020) — un ensayo con implicaciones filosóficas para la naturaleza del objeto matemático.

Estas obras refuerzan la visión de Ruiz Castillo de que los objetos matemáticos están estrechamente ligados a su representación, mediación tecnológica y reflexión filosófica.

Un análisis integrador: objeto matemático ↔ representaciones en diálogo

Con la ayuda de los ejemplos anteriores, profundizamos el análisis del objeto matemático y su representación semiótica:

1. **Emergencia del objeto en la semiosis**

En la propuesta de álgebra lineal con criptografía, el objeto “matriz invertible” emergió en la práctica semiótica: los estudiantes definieron, manipularon e implementaron matrices en software. La noción no estaba ya separada de su representación software, sino que la representación fue parte constitutiva del objeto en ese contexto. (Ruiz Castillo, 2025)

2. **Flexibilidad semiótica y conversión entre registros**

En el caso del grupo diédrico, el tránsito entre manipulativos, representación simbólica (permutaciones) y formal (propiedades de grupo) ejemplifica la flexibilidad semiótica necesaria para comprender objetos matemáticos. (Ruiz Castillo, 2025)

3. **Resignificación y funcionalidad**

Una lección derivada de Ruiz Castillo es que las representaciones pueden servir para resignificar el objeto hacia aplicaciones funcionales. Por ejemplo, el uso de matrices en criptografía conectó un objeto abstracto con aplicaciones reales (informática, seguridad). (Ruiz Castillo, 2025)

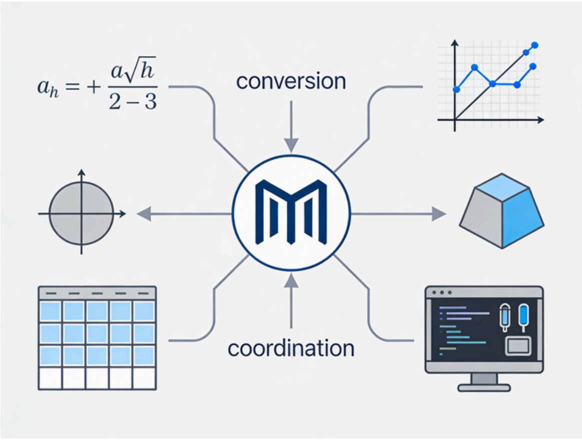
4. **Dificultades y obstáculos semióticos**

Como otros autores han mostrado, los estudiantes pueden forzar una representación en la que no logran traducir hacia otra. Por ejemplo, alguien que domina la representación simbólica de una matriz, pero no puede interpretarla en código de software — una barrera semiótica. Esto coincide con los obstáculos que Duval describía: la capacidad de operar formalmente sin significar. (Duval, 2006)

5. **Configuración epistémica contextualizada**

El objeto no “vive” en abstracción sino dentro de una configuración epistémica concreta: públicos, herramientas, reglas, objetivos docentes, prácticas evaluativas. En los ejemplos de Ruiz Castillo, la configuración incluyó el software, las tareas de programación, la reflexión metacognitiva y el contexto profesional (ingeniería). (Ruiz Castillo, 2025)

Diagrama conceptual que sirva de puente entre la teoría y el análisis de los casos concretos.



Discusión

Integrar objetos matemáticos con representaciones semióticas efectivas en la enseñanza no puede reducirse a la simple transmisión de contenidos formales ni a la exposición de definiciones y algoritmos. Exige, en cambio, que el docente asuma un papel activo como mediador semiótico, es decir, como un profesional capaz de diseñar, planificar e intervenir de manera consciente en los procesos de transición entre registros de representación, así como en la resignificación progresiva de los objetos matemáticos. Esta mediación implica no solo dominar los contenidos disciplinares, sino también comprender los sistemas semióticos que los configuran, las dificultades epistemológicas y cognitivas asociadas a cada tipo de representación, y las posibles estrategias para articularlos de forma didáctica coherente.

En este contexto, la obra de Juan Carlos Ruiz Castillo cobra una relevancia destacada, ya que proporciona ejemplos concretos y replicables de este rol mediador, aplicados en escenarios reales de enseñanza universitaria en América Latina. Su enfoque trasciende la teoría al poner en práctica, mediante diseños instruccionales innovadores, los principios del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS). A través de experiencias en álgebra lineal, cálculo multivariable y teoría de grupos, Ruiz Castillo muestra cómo es posible construir trayectorias didácticas que promuevan la coordinación de registros, la contextualización significativa del objeto matemático y el uso reflexivo de tecnología educativa como mediador semiótico. Estas experiencias ayudan a verificar, matizar y enriquecer el EOS más allá de su formulación original europea, adaptándolo a realidades institucionales, culturales y pedagógicas latinoamericanas.

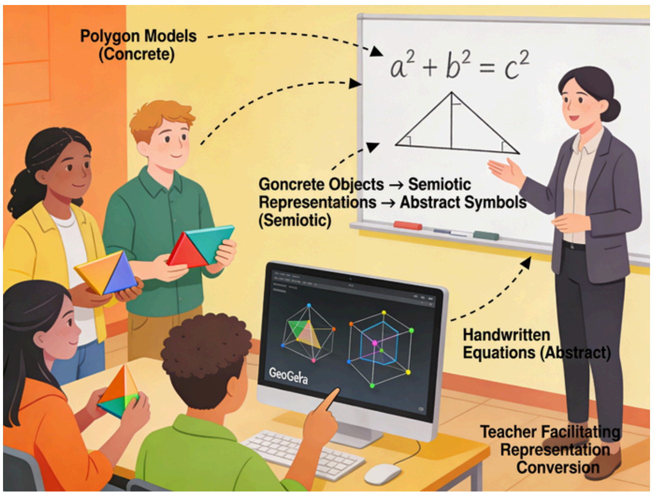
No obstante, este enfoque, aunque teóricamente robusto y empíricamente prometedor, enfrenta desafíos importantes en su implementación a gran escala. Uno de los primeros retos es la escalabilidad: resulta necesario preguntarse cómo trasladar estas secuencias didácticas —que requieren planificación cuidadosa, recursos tecnológicos y atención personalizada— a cursos con altas matrículas o con limitaciones logísticas y materiales, comunes en muchos sistemas educativos públicos. Superar este obstáculo demanda estrategias de simplificación sin pérdida de profundidad, así como el diseño de materiales y plataformas que acompañen al docente sin sustituir su rol crítico.

Otro desafío crucial es la evaluación de la competencia semiótica. Tradicionalmente, la evaluación en matemáticas se ha centrado en la verificación de resultados correctos o en la aplicación mecánica de procedimientos.

Sin embargo, si se asume que la comprensión matemática profunda implica la capacidad de moverse con soltura entre distintos registros, entonces se impone la necesidad de evaluar esta competencia de manera explícita. Esto implica elaborar instrumentos de evaluación que no solo indaguen en el dominio simbólico, sino que exploren la habilidad para interpretar gráficas, traducir información tabular a expresiones algebraicas, justificar desde distintos marcos representacionales y reconocer la equivalencia epistémica entre diferentes formas de presentar un mismo objeto.

Finalmente, la implementación de este enfoque depende de manera directa de la formación docente. El conocimiento semiótico es un campo técnico, con una base teórica propia, menos familiar para muchos formadores de profesores y profesionales en ejercicio. Por tanto, resulta indispensable incluir en los programas de formación docente —tanto inicial como continua— contenidos sobre teoría semiótica, registros de representación, funciones cognitivas de las representaciones y estrategias de conversión y coordinación. Esta formación debe ir acompañada de prácticas reflexivas, análisis de casos, diseño de secuencias didácticas, y trabajo colaborativo entre docentes de distintas áreas (didáctica, contenido, tecnología educativa). Solo así se podrá consolidar una comunidad profesional capaz de operar con competencia semiótica, facilitando no solo la enseñanza efectiva de las matemáticas, sino también una transformación profunda del sentido que los estudiantes atribuyen a los objetos matemáticos.

En síntesis, el enfoque semiótico aplicado a la enseñanza de las matemáticas, tal como lo desarrolla Ruiz Castillo, ofrece una ruta epistemológicamente sólida y didácticamente potente para resignificar la práctica docente. Sin embargo, su generalización requiere afrontar con creatividad y compromiso los desafíos estructurales, evaluativos y formativos que implica este cambio de paradigma.



Conclusiones

El objeto matemático no puede tratarse como un ente puro y desligado, ya que su significado está mediado por representaciones en una red semiótica institucional. Las representaciones no son simples ilustraciones, sino componentes constitutivos del objeto en la práctica educativa. Las investigaciones de Juan Carlos Ruiz Castillo ofrecen ejemplos concretos de cómo implementar esta visión en contextos de enseñanza de álgebra lineal, cálculo multivariable o teoría de grupos, mediante el uso de tecnología, manipulativos y la articulación entre distintos registros de representación. En este sentido, la enseñanza debe enfocarse en promover la flexibilidad semiótica, la resignificación funcional del objeto matemático y el tránsito consciente entre registros. Para futuras investigaciones, resulta esencial diseñar instrumentos de evaluación semiótica, escalar propuestas didácticas efectivas y formar a los docentes en estos enfoques complejos pero fundamentales para una educación matemática significativa.

Referencias (selección ampliada)

- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. Educational Studies in Mathematics, 61(1–2), 103–131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.
- Ruiz Castillo, J. C. (2025). Aplicación del Enfoque Ontosemiótico en álgebra lineal: modelación y criptografía mediante desarrollo de software. Revista Científica Avances en Ciencia y Docencia, 2(1), 27–37. (Avances en Ciencia y Docencia)
- Ruiz Castillo, J. C. (2025). El Grupo Diédrico como Objeto Epistémico y Semiótico: Implementación del Enfoque Ontosemiótico en Contextos de Formación Docente. Ibero Ciencias, 4(2), 107–133. (Revista Ibero Ciencias)
- Ruiz Castillo, J. C. (2025). Aplicación de las representaciones semióticas en cálculo multivariable mediante la construcción de una montaña rusa física y virtual. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 18(2). (Revistas UCR)
- Ruiz Castillo, J. C. (2021). La aplicación de herramientas digitales con el enfoque ontosemiótico y su influencia en el aprendizaje de funciones exponenciales y logarítmicas (Tesis de maestría). Universidad de San Carlos de Guatemala. (Avances en Ciencia y Docencia)
- Ruiz Castillo, J. C. (2024). La filosofía de las matemáticas: desde la ontología y epistemología hasta la pedagogía escolar. Revista Científica Avances en Ciencia y Docencia, 1(1), 37–46. (Avances en Ciencia y Docencia)
- Font, V., Trigueros, M., & Badillo, E. (2013). The onto-semiotic approach to representations in mathematics education. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 16(1), 65–98.
- Godino, J. D., Wilhelmi, M. R., & Lacasta, E. (2015). An onto-semiotic analysis of didactic trajectories: the case of the derivative. Educational Studies in Mathematics, 90(3), 319–349.

Sobre el autor

Juan Carlos Ruiz Castillo, Posdoctorado en Fisica Matemática, Doctor en Investigación, Doctorando en Fisica Matemática, Maestría en Ciencias en Didáctica de la Matemática con mención honorifica Magna Summa Cum Laude, Maestría en Ciencias en Formación Docente, Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática y la Física, egresado de la Universidad de San Carlos de Guatemala. Experiencia en investigaciones: publicación de diversos estudios en distintas revistas internacionales y nacionales, amplia experiencia en la enseñanza en el nivel universitario. Profesor de la Cátedra de Matemática en EFPEM.

Revista Digital de Investigación Científica
Divulgación e Investigación