

Florence Grandchamp
Drita Neziri
Abdelkader Amara
Raymond Thériault

MODÈLE DE RÉPARTITION DE VOTES ET EXPÉRIENCE ALÉATOIRE

MAT_{CST} 5152 1

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE



Graphismes, notations et symboles

$P(A)$	probabilité de l'événement A
$A \cap B$	A intersection B
$A \cup B$	A union B
Ω	oméga: l'univers des cas possibles
\emptyset	ensemble vide
$P(A B)$	probabilité que A se réalise sachant que B s'est réalisé
E	espérance mathématique
M	mise
x_i	i° donnée

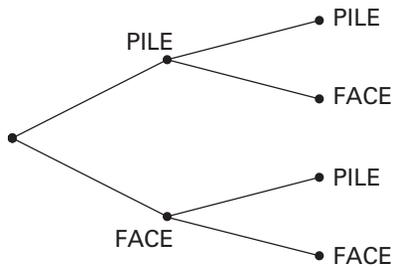
Graphismes, notations
et symboles utilisés
dans ce module

Les diagrammes utiles en probabilités

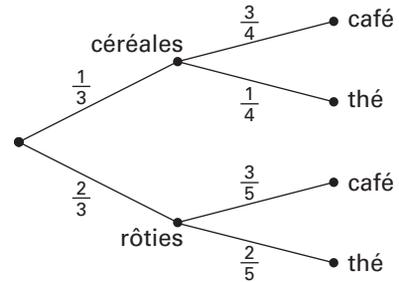
Rappel de quelques notions



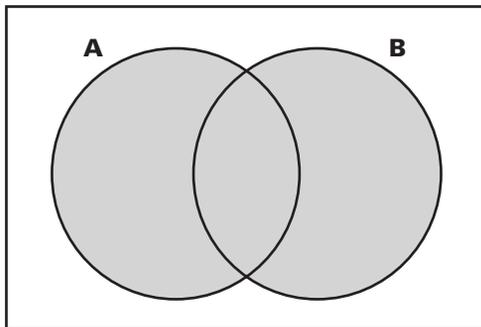
Diagramme en arbre



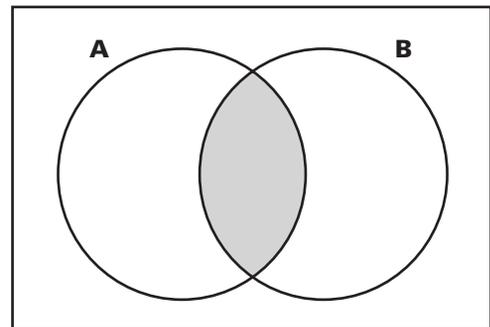
Arbre de probabilité



Diagrammes de Venn



$A \cup B$



$A \cap B$

Tableau à double entrée

	Yeux bleus	Yeux verts	Yeux bruns	Total
Femmes	12	7	28	47
Hommes	16	5	32	53
Total	28	12	60	100

MODÈLE DE RÉPARTITION DE VOTES ET EXPÉRIENCE ALÉATOIRE

Conforme au Programme



MAT_{CST} 5152 1

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE

NE ME JETEZ PAS !
GARDEZ-MOI
COMME AIDE-MÉMOIRE



Car « *la mémoire est une faculté qui oublie* »
... en maths comme en toutes choses.

CE LIVRE APPARTIENT À : _____

La collection



Tous les titres
de la collection MAT
au catalogue



FORMATION DE BASE COMMUNE:

Présecondaire

MAT P101 4 MAT P102 3 MAT P103 2 MAT P104 4

Secondaire 1

MAT 1101 3 MAT 1102 3

Secondaire 2

MAT 2101 3 MAT 2102 3

Mise À Niveau

MAN P100 MAN 1100 MAN 2100

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE:

Secondaire 3

MAT 3051 2 MAT 3052 2 MAT 3053 2

Secondaire 4

CST MAT 4151 1 MAT 4152 1 MAT 4153 2

TS MAT 4261 2 MAT 4262 2 MAT 4263 2

SN MAT 4271 2 MAT 4272 2 MAT 4273 2

Secondaire 5

CST MAT 5150 2 MAT 5151 1 **MAT 5152 1**

TS MAT 5160 2 MAT 5161 2 MAT 5163 2

SN MAT 5170 2 MAT 5171 2 MAT 5173 2

FORMATION À DISTANCE:

Secondaire 1, 2 et 3

Tous les guides d'apprentissage du secondaire 1, 2 et 3 ont été adaptés pour les besoins de la formation à distance. Pour en savoir plus: voyez notre site www.ebbp.ca

Secondaire 4 et 5 — *En préparation*

Ouvrages déjà parus au catalogue:

MAT 1005 2	MAT 1006 2	MAT 1007 2	MAT 2006 2	MAT 2007 2	MAT 2008 2
MAT 3015 2	MAT 3016 2	MAT 3017 2			
MAT 4101 2	MAT 4102 1	MAT 4103 1	MAT 4104 2	MAT 4105 1	MAT 4106 1
MAT 4107 1	MAT 4108 1	MAT 4109 1	MAT 4110 1	MAT 4111 2	
MAT 5101 1	MAT 5102 1	MAT 5103 1	MAT 5104 1	MAT 5105 1	MAT 5106 1
MAT 5107 2	MAT 5108 2	MAT 5109 1	MAT 5110 1	MAT 5111 2	MAT 5112 1
MAN 1000	MAN 2000	MAN 3000		MAT 1005 FAD à MAT 5112 FAD	



L'ensemble des titres admissibles de notre production bénéficie du soutien financier du gouvernement du Canada.

Communication et pédagogie	Christiane Beullac
Composition et index	Audrey d'Amboise Francisca Martinez Galvez Valérie Tardif
Conseiller en mathématiques	Raymond Thériault
Correction	Jonathan Crête
Direction de la collection	
• contenu éditorial	Célestin de La Grange Annie Lopez
• contenu mathématique	Florence Grandchamp
• infographie et production	Francine Plante
Ideatrice	Marianne Delaroche
Illustrations	Paul Bordeleau
Informatique éditoriale	Francisca Martinez Galvez
Maquette de la couverture	Jean-Sébastien Lajeunesse Michel Lajeunesse
Maquette de l'ouvrage	Célestin de La Grange Francine Plante
Réécriture	Jonathan Crête
Révision mathématique	Sylvain Gervais

À propos de photocopie

Photocopier sans permission un imprimé — une œuvre complète ou un passage d'une œuvre —, c'est aussi plagier. C'est aussi s'approprier indûment le fruit du travail d'un auteur.

Et, la plupart du temps, la photocopie gâte l'œuvre, et fait perdre le bénéfice de cinq cents ans de pratique de l'imprimerie: c'est un péché contre l'esprit, en plus d'être un acte malhonnête.

Photocopier sans permission: c'est voler.

Méprisons la photocopie sauvage. Méprisons le vol.

Droits d'auteur et droits de reproduction

Toutes les demandes de reproduction doivent être acheminées à: Copibec (reproduction papier) 514 288-1664 1 800 717-2022 licences@copibec.qc.ca

© Œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute reproduction interdite sans autorisation de l'éditeur.

Tout usage en location ou prêt est interdit sans autorisation écrite octroyée par Kinésis éducation inc.

Impression Imprimerie Héon & Nadeau

Éditrice déléguée Francine Plante / Les Éditions Jules Châtelain



Pour en savoir plus sur l'illustrateur et sur les illustrations de votre module, voir p. 277



À L'ÉTUDIANT ET À L'ENSEIGNANT POUR CETTE PREMIÈRE ÉDITION 2022

Vous avez en main la première édition du module MAT 5152, quinzième module de notre collection MAT FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE.

Les auteurs, les correcteurs, les réviseurs et toute l'équipe éditoriale et technique ont fait de leur mieux pour que cet ouvrage respecte l'esprit et la lettre du programme, et réponde à vos attentes et à vos besoins. Mais nul, ni rien, n'est parfait sur terre: moins que quiconque, nous prétendons avoir atteint la perfection, même après révision et correction.

Les auteurs et l'éditeur demandent aux utilisateurs – étudiants et enseignants – de leur faire part de leurs commentaires et de leurs suggestions le plus tôt possible pour que nous puissions dès la prochaine impression apporter les retouches, les modifications ou les ajouts qui se révéleraient nécessaires.

D'autre part, n'hésitez pas à nous signaler coquilles ou erreurs si vous en trouvez: **nous ne procédons jamais à une réimpression sans avoir d'abord effectué les corrections ou les retouches nécessaires.** Un ouvrage didactique n'est pas une œuvre immuable, au contraire, c'est un outil perfectible et en perpétuel devenir.

Avec la collaboration de toutes et de tous, nous pourrons ensemble améliorer et raffiner, au fil des ans, un document dont nous voudrions qu'il soit pour vous l'outil rêvé. Nous ferons tout pour qu'il le devienne.

Écrivez-nous, téléphonez-nous, ou adressez-nous un courriel à l'adresse **cbeullac@ebbp.ca**, la responsable des communications et notre responsable des médias sociaux. Nous accusons toujours réception de la correspondance reçue des utilisateurs. Vous pouvez aussi nous visiter sur le site www.ebbp.ca.

N'hésitez surtout pas!



Depuis plus de soixante-cinq ans, nous n'avons jamais cessé de travailler en étroite collaboration avec le monde de l'enseignement, et nous voulons continuer de le faire: que vous soyez étudiant ou enseignant, merci de garder le contact avec nous par le moyen qui vous est le plus commode: téléphone, télécopieur, courriel.

L'éditeur

KINÉSIS ÉDUCATION
Bureau 275, 4823, rue Sherbrooke Ouest, Westmount, Québec H3Z 1G7
Téléphone: 514 932-9466 Télécopieur: 514 932-5929
Courriel: cbeullac@ebbp.ca Site: www.ebbp.ca

Graphismes, notations et symboles	
Les diagrammes utiles en probabilités	
À l'étudiant et à l'enseignant	
Présentation	V
Comment est construit votre MAT 5152	VIII
Attentes de fin de cours	X
	XII

page 3 de couverture

01. PROBABILITÉ

Mise en situation:	
LE PREMIER RENDEZ-VOUS	2
1.1. Probabilité théorique, fréquentielle et subjective	4
1.2. Probabilité et chance	8
1.3. Dénombrement et diagramme en arbre	16
1.4. Événements mutuellement exclusifs	27
1.5. Événements dépendants ou indépendants	36
1.6. Arbre de probabilités	41
1.7. Probabilité conditionnelle	48
Pour en savoir un peu plus...: La profession d'actuaire	60
1.8. Espérance mathématique	61
En remontant le cours des siècles: Henri Pointcaré (1854–1912)	70
Amusons-nous: Henri Pointcaré et le boulanger	71
1.9. Vue d'ensemble: synthèse des savoirs	72
Consolidation des savoirs	75
1.10. Situations de vie	89
Amusons-nous: Le truel	92
Pour en savoir un peu plus...: <i>Le Bon, La Brute et le Truand</i>	93
Situations d'évaluation de fin de chapitre SÉ	102
Évaluation des connaissances	103
Évaluation des compétences	105

02. MODÈLES DE RÉPARTITION ÉQUITABLE

Mise en situation :

TELLE MÈRE, TELLE FILLE !**108**

2.1.	Moyenne pondérée	110
2.2.	Les scrutins à la majorité et à la pluralité	115
2.3.	La méthode de Borda	121
	En remontant le cours des siècles: Jean-Charles de Borda (1733–1799)	127
2.4.	Le critère de Condorcet	128
	En remontant le cours des siècles: Nicolas de Condorcet (1743–1794)	134
	Amusons-nous: Le jeu « roche-papier-ciseau »	135
2.5.	Le vote par élimination	136
2.6.	Le vote par assentiment	142
2.7.	La répartition proportionnelle	148
2.8.	Vue d'ensemble: synthèse des savoirs	154
	Consolidation des savoirs	155
2.9.	Situations de vie	164
	Situations d'évaluation de fin de chapitre SÉ	185
	Évaluation des connaissances	186
	Évaluation des compétences	191

Prêt pour l'évaluation de fin de module ?**195**

Révision des connaissances

195

Révision des compétences

208

Glossaire des termes mathématiques

223

Corrigé

227

Index

274

À propos de l'illustrateur et des illustrations...

277**Nos petits plus...**

Amusons-nous

71, 92, 135

En remontant le cours des siècles

70, 127, 134

Pour en savoir un peu plus...

60, 93

MODÈLE DE RÉPARTITION DE VOTES ET EXPÉRIENCE ALÉATOIRE

Le module MAT 5152, intitulé **Modèle de répartition de votes et expé**

touchera plusieurs aspects d'une grande famille de situations d'apprentissage :

Traitement de données. Cette famille regroupe les situations qui comportent un problème pouvant être en partie traité par la collecte ou le traitement de données. Le module

Modèle de répartition de votes et expérience aléatoire vous fournira l'occasion de poser des actions en vue de vous rendre apte à effectuer ou à comparer des collectes de données.

En traitant les situations-problèmes de ce module, vous serez amené, entre autres, à recourir à votre raisonnement pour mettre en évidence le savoir mathématique lié aux événements mutuellement exclusifs, à relever les combinaisons possibles d'opérations mathématiques en vue de comprendre les résultats d'expériences aléatoires ou encore, à revoir votre méthode de dénombrement afin de corriger votre solution si la recherche de probabilité conditionnelle vous amène à constater, par exemple, que le résultat obtenu est supérieur à 1.

COMPÉTENCES DISCIPLINAIRES

Dans ce cours, pour résoudre des situations-problèmes, vous aurez recours aux trois compétences disciplinaires, soit :

Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes ;

Déployer un raisonnement mathématique ;

Communiquer à l'aide du langage mathématique.

COMPÉTENCES TRANSVERSALES

Plusieurs compétences transversales peuvent contribuer au traitement de situations de la famille *Traitement de données*. Le programme d'études en propose deux qui apparaissent les plus appropriées pour ce cours :

Compétence d'ordre méthodologique : *Exploiter les technologies de l'information et de la communication ;*

Compétence d'ordre intellectuel : *Exploiter l'information.*

CONTENU DISCIPLINAIRE

Afin de traiter efficacement les situations-problèmes, vous vous approprierez les savoirs suivants.

Savoirs prescrits

En vue de traiter efficacement les situations d'apprentissage proposées dans ce cours, vous développerez deux **procédés intégrateurs** :

L'interprétation de données issues d'une expérience aléatoire ;

La prise de décisions concernant des contextes de choix social.

SAVOIRS MATHÉMATIQUES**Probabilité**

SM-1 Distinction entre probabilité théorique, fréquentielle et subjective

SM-2 Distinction entre probabilité et chance

Tous les savoirs mathématiques : SM. On le reconnaît à ce picto associé aux Outils mathématiques.



SM-3 Approximation et prédiction de résultats

SM-4 Calcul et interprétation de l'espérance mathématique

SM-5 Calcul et interprétation d'une probabilité conditionnelle

SM-6 Distinction entre des événements mutuellement exclusifs ou non

SM-7 Distinction entre des événements dépendants ou indépendants

SM-8 Représentation d'événements aléatoires

SM-9 Dénombrement et énumération de possibilités

Modèle de répartition équitable

SM-10 Moyenne pondérée

SM-11 Comparaison et interprétation de différentes méthodes de vote

MODÈLE DE RÉPARTITION DE VOTES ET EXPÉRIENCE ALÉATOIRE PRÉSENTATION

Présentation des *compétences disciplinaires*, des *compétences transversales*, et du contenu disciplinaire visés par le MAT 5152. ➔ page VIII

COMMENT EST CON

Les deux pages

Comment est construit votre module.
Vous retrouverez des pages +détaillées un peu +loin à cet extrait.



Votre MAT 5152 est divisé en chapitres :

01

PROBABILITÉ

En début de chapitre une *mise en situation*, ici : **LE PREMIER RENDEZ-VOUS.**

Elle est tirée de la vie courante réelle ou virtuelle, et illustre l'utilité de la matière qui sera abordée.

DANS CE CHAPITRE, vous dit ce que vous verrez comme nouvelles notions, à quoi cela sert en mathématique et dans la vie de tous les jours. ➔ page 2

Les chapitres de votre MAT 5152 sont divisés en sections :

1.1. Probabilité théorique, fréquentielle et subjective



Au début de chaque section : les

Outils mathématiques nécessaires à l'acquisition des *savoirs mathématiques*.

Présentation succincte, niveau de langue simple, exemples concrets, illustrations au besoin.

➔ page 4 et suivantes

1.9. Vue d'ensemble : synthèse des savoirs

Un résumé des *savoirs mathématiques* est présenté sous forme de tableau. Il est suivi de *consolidations des savoirs* pour vous aider à maîtriser les nouveaux *savoirs mathématiques*.

➔ page 72 et suivantes

En conclusion du chapitre, des

1.10. Situations de vie

font un *retour sur la mise en situation du début*, laquelle peut maintenant être résolue grâce aux savoirs et compétences acquis dans ce chapitre.

➔ page 89

MAT 5152

PRÊT POUR L'ÉVALUATION DE FIN DE MODULE ?

PREMIÈRE PARTIE Révision des connaissances

Banque de questions portant chacune sur l'un des *savoirs mathématiques* du module.

DEUXIÈME PARTIE Révision des compétences

Banque de *situations-problèmes* permettant de vérifier l'acquisition de toutes les compétences liées à ce module.

➔ page 195

MAT 5152 GLOSSAIRE DES TERMES MATHÉMATIQUES

Un mini-dictionnaire : tous les termes apparaissant en **italique rouge gras** dans le module. ➔ page 223

Et des petits plus....

Amusons-nous

Les mathématiques, un divertissement ? Eh oui... on peut aussi s'amuser en faisant des mathématiques.

➔ page 71

En remontant le cours des siècles

XIX^e et XX^e

Un peu d'histoire pour mieux comprendre les mathématiques.

➔ page 70

ATTENTES DE FIN DE COURS

MAT 5152

Pour savoir où vous allez: la liste des *critères d'évaluation* de ce cours.

➔ page XII

Si on appliquait cette théorie?

Ensuite, des cas concrets en relation avec les *savoirs mathématiques* que vous avez découverts dans les **Outils mathématiques**.

➔ page 5 et suivantes

Activités d'apprentissage

Puis, de la pratique, pour vous aider à acquérir par étapes la ou les *compétences disciplinaires* à atteindre. Vous pouvez facilement repérer ces *activités d'apprentissage* grâce à la bande gris pâle sur la tranche du module.

➔ page 7 et suivantes

UN PEU DE PRATIQUE

Situations-problèmes

UN PEU PLUS DE PRATIQUE

Viennent ensuite des situations plus globales et plus complexes, les *situations-problèmes* qui vous amèneront à maîtriser les *compétences transversales* visées par le MAT 5152.

Ces situations se repèrent grâce à la bande gris foncé sur la tranche du module.

➔ page 94 et suivantes

Situations d'évaluation de fin de chapitre

PREMIÈRE PARTIE

Évaluation des connaissances

DEUXIÈME PARTIE

Évaluation des compétences

Ces *SÉ* se trouvent à la fin de chaque chapitre. Elles sont signalées par une bande rouge à rayures blanches sur la tranche. Elles sont en deux parties: la première vous permet de vérifier l'acquisition des connaissances, ou *savoirs mathématiques*; la seconde, l'acquisition des *compétences dites transversales*. ➔ page 102 et suivantes

Corrigé

Il vous donne les solutions de toutes les *activités d'apprentissage*, des *situations-problèmes* et des *consolidations des savoirs*.

Ce corrigé se repère grâce à la bande rouge sur la tranche du module.

➔ page 227 et suivantes

MAT 5152

INDEX

Une table alphabétique des mots-clés et leurs références. ➔ page 274 et suivantes

En tiré à part pour l'enseignant

- Corrigé des **SÉ de fin de chapitre**
- Corrigé du **Prêt pour l'évaluation de fin de module?**
- Grilles d'évaluation

Pour en savoir un peu plus...

Pour les curieux... un prolongement des connaissances, et de l'enrichissement.

➔ page 60

ATTENTES DE FIN DE COURS

Objectifs visés
par ce cours



Au terme de ce cours, vous serez en mesure d'effectuer une analyse coûts-bénéfices de choix sociaux afin de prendre la décision qui vous semble la plus équitable, compte tenu du contexte. Vous présenterez les résultats de votre analyse dans le respect des règles et des conventions mathématiques. Vous utiliserez des stratégies de résolution de situations-problèmes qui vous mèneront à déterminer la solution la plus efficiente. De plus, vous interpréterez des données probabilistes issues d'une expérience aléatoire et prendrez des décisions à la lumière de vos raisonnements mathématiques.

CRITÈRES D'ÉVALUATION

- Utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes
- Déployer un raisonnement mathématique
- Communiquer à l'aide du langage mathématique*

1. UTILISER DES STRATÉGIES DE RÉOLUTION DE SITUATIONS-PROBLÈMES

- 1.1 Manifestation, orale ou écrite, de la compréhension de la situation-problème
- 1.2 Mobilisation des stratégies et des savoirs mathématiques appropriés

2. DÉPLOYER UN RAISONNEMENT MATHÉMATIQUE

- 2.2 Utilisation correcte des concepts et des processus mathématiques appropriés
- 2.3 Mise en œuvre convenable d'un raisonnement mathématique adapté à la situation
- 2.4 Structuration adéquate des étapes d'une démarche pertinente

* La compétence 3 « Communiquer à l'aide du langage mathématique » ne fait pas l'objet d'une évaluation spécifique au regard de la sanction et de la reconnaissance. Toutefois, puisqu'elle se manifeste nécessairement dans toute activité mathématique, elle a été prise en compte dans les outils d'évaluation élaborés pour aider les enseignants à porter leur jugement.

Votre MAT 5152
est divisé en 2 chapitres
dont voici les titres:



MODÈLE DE RÉPARTITION DE VOTES ET EXPÉRIENCE ALÉATOIRE

01. PROBABILITÉ

02. MODÈLES DE RÉPARTITION ÉQUITABLE

Dans ce chapitre, vous explorerez le calcul des probabilités sous diverses facettes. Vous y découvrirez, entre autres, les notions de chances pour et de chances contre la réalisation d'un événement, d'espérance mathématique et de probabilité conditionnelle d'un événement.

Mise en situation:

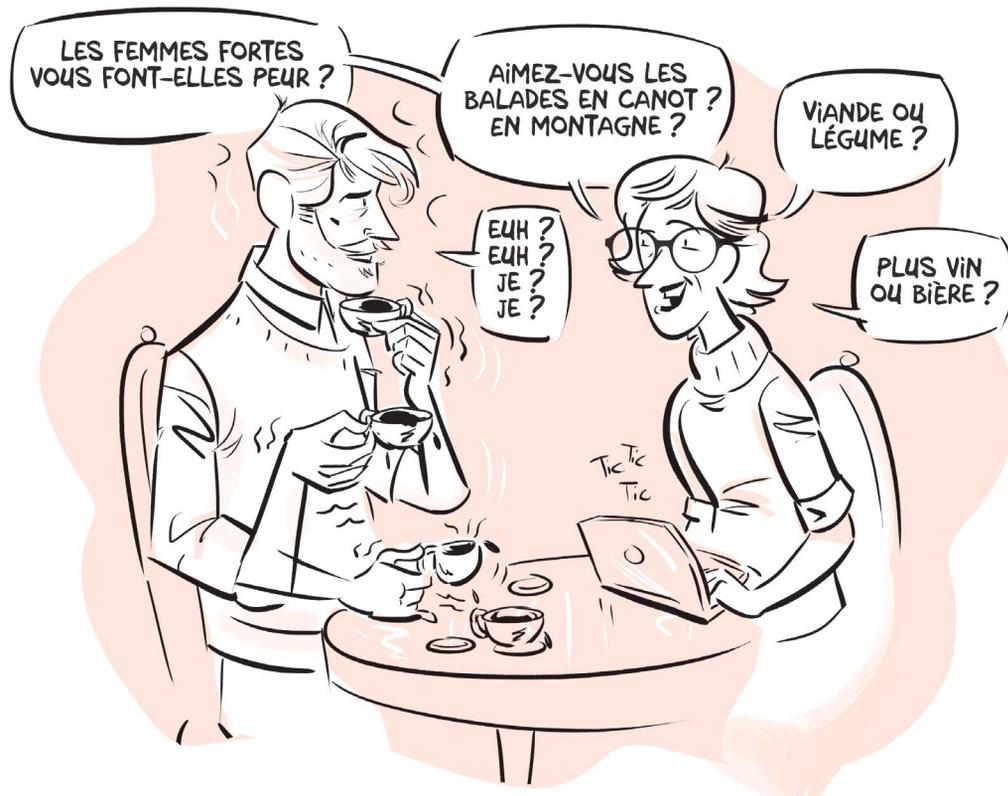
LE PREMIER RENDEZ-VOUS

En début de chapitre, une mise en situation tirée de la vie courante réelle ou virtuelle qui illustre l'utilité de la matière qui sera abordée.



Michelle, qui vit seule avec sa fille Mia de 12 ans, occupe le poste de statisticienne de rencontre. Son travail consiste à tirer des conclusions sur la compatibilité qu'elle met en contact. À partir de données statistiques fournies par l'agence, elle détermine les chances de stabilité d'une relation amoureuse entre deux personnes.

Ce soir, Michelle est un peu nerveuse, car elle a un « premier » rendez-vous. Comme elle n'en a pas eu depuis longtemps, elle en oublie les politesses les plus élémentaires. À peine a-t-elle fait la connaissance de Jean-Pierre qu'elle pose son ordinateur portable sur la table du restaurant et bombarde Jean-Pierre de questions pour vérifier si une relation durable est possible entre eux.



De retour à la maison, Michelle est accueillie par Mia qui souhaiterait bien connaître les détails de la conversation lors de ce rendez-vous :

- Et alors, Maman, comment s’est passé ce premier rendez-vous ?
- Mal !
- Comment ça ?
- C’est un buveur de café et il est allergique aux chats.
- Mais, Maman, ..., tu bois du café, et nous n’avons pas de chats.
- D’accord, mais les chances qu’un buveur de café soit aussi un fumeur sont de 1:2. Et la probabilité qu’une personne aime les enfants sachant qu’elle déteste les chats est de 1 sur 3. Je t’assure, ma chérie, c’est un mauvais parti.
- Hein ?...

Si les propos de Michelle vous semblent incohérents, tout comme pour Mia, vous aurez l’occasion, dans ce chapitre, d’explorer les probabilités comme vous ne l’avez jamais fait. Vous pourrez ainsi déchiffrer les propos de Michelle et comprendre les raisons, rationnelles ou non, qui poussent Michelle à rejeter la candidature de Jean-Pierre.

DANS CE CHAPITRE

Quoi de nouveau ?

- Le calcul de la probabilité d’un événement dans différents contextes

Qu’est-ce que c’est ?

- La probabilité d’un événement est la mesure des chances que cet événement se réalise.

À quoi ça sert en mathématiques ?

- Savoir traiter des données issues d’une expérience aléatoire permet de prendre des décisions à la lumière de raisonnements mathématiques rigoureux.

À quoi ça servira dans la vie ?

- Le calcul des probabilités permet d’anticiper des résultats, de déterminer l’éventualité d’un gain ou d’une perte, et la probabilité de réalisation d’un événement sachant qu’un autre événement s’est réalisé, etc.

Le bloc *Dans ce chapitre* vous indique les nouvelles notions que vous apprendrez et quelles seront leurs utilités en mathématiques et dans la vie de tous les jours.



1.1. Probabilité théorique, fréquentielle

Chaque chapitre est divisé en sections.



- DANS CETTE SECTION, VOUS APPRENDREZ À DISTINGUER LES DIFFÉRENTS TYPES DE PROBABILITÉ : LA PROBABILITÉ THÉORIQUE, LA PROBABILITÉ FRÉQUENTIELLE ET LA PROBABILITÉ SUBJECTIVE.



SM-1

Les outils mathématiques nécessaires à l'acquisition des savoirs mathématiques: SM.



Outils mathématiques

Les différents types de probabilité

La **probabilité d'un événement** est la mesure des chances que cet événement se réalise.

Il existe différents types de probabilité :

La probabilité théorique ;

La probabilité fréquentielle ou la probabilité expérimentale ;

La probabilité subjective.

Probabilité théorique

La **probabilité théorique** d'un événement sert à mesurer les chances que cet événement se réalise à l'aide d'un **raisonnement purement mathématique**, sans qu'il ne soit nécessaire de faire l'expérience. On obtient la probabilité théorique d'un événement en dénombrant les cas favorables et l'ensemble de tous les cas possibles :

$$\text{Probabilité théorique d'un événement} = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

Exemple

La probabilité d'obtenir un 3 au lancer du dé est de $\frac{1}{6}$. En effet, une seule face d'un dé est gravée d'un 3. Il y a donc **une face sur les 6** qui est favorable à l'obtention d'un 3, d'où la probabilité de $\frac{1}{6}$.

Il n'est pas nécessaire de faire l'expérience pour obtenir cette probabilité. Un raisonnement mathématique suffit. Il s'agit donc d'une **probabilité théorique**.

Probabilité fréquentielle

La **probabilité fréquentielle** ou la **probabilité expérimentale** d'un événement est une mesure des chances que cet événement se produise, déterminée par la **répétition d'une expérience**.

$$\text{Probabilité expérimentale d'un événement} = \frac{\text{nombre de fois que l'événement a été observé}}{\text{nombre de fois que l'expérience a été réalisée}}$$

La validité d'une probabilité fréquentielle dépend du nombre de répétitions de l'expérience.

Exemple

Le responsable du service de cantine d'un centre d'éducation aux adultes a servi 50 repas chauds (sandwichs) et 75 repas froids (salades et sandwichs).

Au total, il s'est vendu 50 + 75, soit 125 repas. Le responsable de la cantine a donc servi 125 repas.

La probabilité qu'un client achète un repas chaud est de $\frac{50}{125}$, soit $\frac{2}{5}$.

La probabilité qu'un client achète un repas froid est de $\frac{75}{125}$, soit $\frac{3}{5}$.

Il s'agit ici de **probabilités fréquentielles**, c'est-à-dire de probabilités calculées à partir d'observations.

Cet outil comprend des exemples, des démarches détaillées et leurs résolutions.





Outils mathématiques suite

Probabilité subjective

La **probabilité subjective** d'un événement est une mesure des chances que cet événement se produise. On utilise la probabilité subjective lorsqu'il est impossible de la mesurer de façon objective ou fréquentielle.

Exemple On estime qu'il pleuvra demain avec une probabilité de 70 %. Cette probabilité est subjective ou fréquentielle qu'il pleuve un jour donné. La probabilité subjective est une **probabilité subjective**.

Tous les termes apparaissant en italique rouge gras se retrouvent au glossaire des termes mathématiques.



Si on appliquait cette théorie?

- LES EXEMPLES SUIVANTS VOUS PERMETTRONT DE FAIRE LA DISTINCTION ENTRE PROBABILITÉ THÉORIQUE, FRÉQUENTIELLE ET SUBJECTIVE.

Exemple 1

Il y a une chance sur deux qu'une pièce de monnaie tombe sur le côté PILE.

Des cas concrets en relation avec les savoirs mathématiques. Celui-ci comprend au moins 2 exemples: Le premier est détaillé avec une démarche élaborée.

Déterminer s'il s'agit d'une probabilité théorique, fréquentielle ou subjective.



Solution

Une pièce de monnaie comporte deux côtés : **PILE** et **FACE**. Chacun des deux résultats a autant de chance que l'autre d'apparaître, d'où la probabilité de $\frac{1}{2}$, une possibilité sur deux, pour chacun des deux résultats. Il s'agit donc d'une **probabilité théorique**.

Exemple 2

Vous entendez un chroniqueur sportif dire qu'il y a une chance sur deux que le *Canadien de Montréal* se rende à la finale cette année.

Déterminer s'il s'agit là d'une probabilité théorique, fréquente

Solution

On ne peut calculer la probabilité théorique ni la probabilité fréquente « Le Canadien se rend à la finale ». Les affirmations du chroniqueur sportif reposent sur des analyses basées sur le jugement ou sur les résultats observés antérieurement.

De quel type de probabilité s'agit-il? _____

Il s'agit, bien sûr, d'une **probabilité subjective**.

Exemple 3

Mia affirme qu'il y a une chance sur seize que la prochaine voiture passant à l'intersection des rues où elle demeure avec sa mère soit blanche.

Déterminer s'il s'agit d'une probabilité théorique, fréquente

Solution

Diriez-vous que la probabilité qu'une voiture passant à une intersection donnée soit blanche est une probabilité théorique, fréquentielle ou subjective? _____

Pour déterminer la probabilité qu'une voiture passant à une intersection donnée soit blanche, on doit observer pendant un certain temps la couleur des voitures qui passent à cette intersection. On établit la probabilité en calculant le rapport du nombre de **voitures blanches** qu'on a **observées** à l'ensemble du **nombre total de voitures** qu'on a comptées. C'est une probabilité qu'on évalue par expérimentation selon la fréquence observée. Il s'agit donc d'une **probabilité fréquentielle**.

À vous maintenant de distinguer les trois types de probabilités dans les **Activités d'apprentissage** que voici.

Le deuxième exemple: à vous de démontrer votre savoir en effectuant la démarche proposée!



Troisième exemple:
Encore + de pratique!



1. Déterminer si les probabilités suivantes sont théoriques, fréquentielles ou subjectives.

- a) La probabilité de tirer un roi d'un jeu de cartes.
- b) La probabilité que Mario atteigne une cible située à 5 m de lui à l'aide d'une fléchette.
- c) La probabilité que le *Canadien de Montréal* remporte la victoire lors d'un match contre les *Maple Leafs de Toronto*.
- d) La probabilité de réussir l'évaluation du *MAT 5152* avec un résultat de 100 %.
- e) La probabilité qu'une clé USB neuve soit défectueuse.
- f) La probabilité qu'une personne choisie au hasard soit née en automne.
- g) La probabilité qu'une assiette se brise en tombant d'une hauteur.
- h) La probabilité qu'une boule n'importe laquelle soit celle qui sorte d'un bouleau.
- i) La probabilité que le cheval nommé *Styromousse* remporte une victoire lors d'une course.
- j) La probabilité d'être frappé par la foudre ou que la foudre tombe deux fois au même endroit.
- k) La probabilité d'obtenir trois résultats identiques en tirant à PILE ou FACE trois fois.
- l) La probabilité qu'une personne choisie au hasard aime les kiwis.

Des activités d'apprentissage afin de vous pratiquer à acquérir par étapes la ou les compétences disciplinaires.



De l'espace fourni afin de vous faciliter la tâche en écrivant à même le module! Aucune feuille volante!



Une mention tout au bas vous indique à quelle page vous trouverez le corrigé afin de vous vérifier.



1.9. Vue d'ensemble : synthèse des savoirs

Voici déjà la fin du chapitre traitant de probabilité. Avant de vous attaquer aux **Situations-problèmes** plus globales qui vont conclure ce chapitre, voyons un résumé des *savoirs mathématiques* que vous avez appris jusqu'ici.

Résumé des savoirs mathématiques

Les différents types de probabilité

Il existe trois différents types de probabilité :

La **probabilité théorique** d'un événement sert à mesurer les chances à l'aide d'un **raisonnement purement mathématique**, sans qu'il ne l'expérience.

La **probabilité fréquentielle** d'un événement est une mesure des chances se produise déterminée par la **répétition d'une expérience**.

La **probabilité subjective** d'un événement est une mesure des chances que cet événement se produise déterminée par le **jugement**, par la **perception** ou par l'**expérience d'une personne** ou d'un **organisme**. On utilise la probabilité subjective lorsqu'il est impossible de calculer la probabilité théorique ou fréquentielle.

Probabilité et chance

Il existe trois façons d'exprimer les chances de réalisation d'un événement :

On détermine la **probabilité** d'un événement en calculant le rapport du **nombre de cas favorables** au **nombre de cas possibles** :

$$\text{Probabilité d'un événement} = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

On détermine les **chances pour** la réalisation d'un événement en calculant le rapport du **nombre de cas favorables** à cet événement au **nombre de cas défavorables** à cet événement :

$$\text{Chances pour la réalisation d'un événement} = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas défavorables}}$$

On détermine les **chances contre** la réalisation d'un événement en calculant le rapport du nombre de cas défavorables à cet événement au nombre de cas favorables à cet événement :

$$\text{Chances contre la réalisation d'un événement} = \frac{\text{nombre de cas défavorables}}{\text{nombre de cas favorables}}$$

Principe multiplicatif

Le nombre de résultats d'une expérience aléatoire composée de plusieurs étapes est égal au **produit** des nombres de résultats possibles à chacune des étapes.

Diagramme en arbre

Un **diagramme en arbre** sert à représenter les résultats d'une expérience aléatoire composée de plusieurs étapes.

Diagramme de Venn

Un **diagramme de Venn** est un diagramme qui sert à représenter les différentes relations entre des ensembles.

L'expression $A \cap B$ (A intersection B) regroupe tous les résultats communs à A et à B.

L'expression $A \cup B$ (A union B) regroupe tous les éléments favorables à A ou à B, considérés une fois chacun.

Un résumé des savoirs mathématiques de ce chapitre vous est présenté.

KINÉSIS
ÉDUCATION



Résumé des savoirs mathématiques suite

Événements mutuellement exclusifs

Des **événements** sont dits **mutuellement exclusifs** s'ils ne peuvent pas se produire en même temps : $A \cap B = \emptyset$ et donc $P(A \cap B) = 0$.

Si des événements A et B sont **mutuellement exclusifs**, alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Événements non mutuellement exclusifs

Des événements ne sont **pas mutuellement exclusifs** s'ils peuvent se produire en même temps : $A \cap B \neq \emptyset$ et donc $P(A \cap B) \neq 0$.

Si des événements A et B ne sont **pas mutuellement exclusifs**, alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

Événements dépendants

Des **événements dépendants** sont des événements dont la réalisation de l'un affecte la probabilité de la réalisation de l'autre.

Événements indépendants

Des **événements indépendants** sont des événements dont la réalisation de l'un ne modifie pas la probabilité de la réalisation de l'autre.

Lorsque deux événements A et B sont indépendants, on a : $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

Arbre de probabilités

Un **arbre de probabilités** est un diagramme en arbre auquel on a ajouté la probabilité de chaque résultat sur les branches.

Dans un arbre de probabilités, la **probabilité d'un résultat** est égale au **produit des probabilités** de chacun des résultats de chacune des étapes.

Lorsqu'un **événement** est formé de plusieurs branches, donc de **plusieurs résultats** de l'arbre de probabilités, on **additionne les probabilités** de chacun des résultats qui sont favorables à l'événement.

Probabilité conditionnelle d'un événement

La **probabilité conditionnelle** d'un événement est la probabilité qu'un événement se réalise à la condition qu'un premier événement se soit déjà produit. On note $P(A | B)$ la probabilité que l'événement A se produise sachant que l'événement B s'est produit.

On détermine la probabilité conditionnelle d'un événement à l'aide de l'une ou l'autre des formules suivantes :

$$P(A | B) = \frac{\text{nombre de cas favorables à la fois à A et à B}}{\text{nombre de cas favorables à B}} \quad \text{ou} \quad P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

On peut aussi déterminer la probabilité conditionnelle d'un événement à l'aide :

D'un arbre de probabilité ;

D'un diagramme de Venn.





Résumé des savoirs mathématiques *suite*

Espérance mathématique

L'**espérance mathématique** est une moyenne qui tient compte de la probabilité de chacune des valeurs possibles.

L'**espérance de gain** est le gain moyen qu'un joueur peut s'attendre à gagner en participant à un jeu. Le calcul de l'espérance mathématique dépend du **gain** associé à chaque résultat et de la **probabilité** de chacun de ces résultats, ainsi que de la **mise**, c'est-à-dire le montant que le joueur doit verser pour avoir le droit de participer au jeu :

$$E = P_1 \cdot G_1 + P_2 \cdot G_2 + \dots + P_n \cdot G_n - M$$

où P_i est la probabilité du i^{e} résultat;

G_i est le gain associé au i^{e} résultat;

M est la mise requise pour participer au jeu.

Un **jeu favorable** au joueur est un jeu dont l'**espérance de gain** est **positive**.

Un **jeu défavorable** au joueur est un jeu dont l'**espérance de gain** est **négative**.

Un **jeu équitable** est un jeu dont l'**espérance de gain** est **nulle**, c'est-à-dire égale à 0.

Un jeu est donc équitable si, en moyenne, personne ne gagne ni ne perd.

Consolidation des savoirs

1. Déterminer si les probabilités suivantes sont théoriques, fréquentielles ou subjectives.

- a) La probabilité qu'une personne donnée vive jusqu'à 100 ans.
- b) La probabilité qu'un verre de styromousse se retrouve debout lorsqu'on le jette par terre.
- c) La probabilité qu'une pièce de monnaie tombe du côté PILE lorsqu'on la jette par terre.
- d) La probabilité que les trois dés qu'on lance affichent tous le même nombre de points.
- e) La probabilité qu'une météorite s'abatte sur la terre dans la prochaine décennie.
- f) La probabilité d'atteindre une cible avec une fléchette.

Des consolidations des savoirs vous sont offertes afin de mieux les maîtriser.



1.10. Situations de vie

Vous vous souvenez, qu'au début de ce chapitre, Michelle avait révélé à sa fille Mia, après son premier rendez-vous avec Jean-Pierre, qu'il ne ferait pas un bon conjoint, car il avait consommé deux cafés au restaurant.

Retour à la mise en situation:

CAFÉ, CIGARETTES ET PROBABILITÉ...



K/ E KINÉSIS ÉDUCATION

Vous avez maintenant acquis toutes les connaissances permettant de comprendre les déductions de Michelle. Pour en arriver aux mêmes conclusions que Michelle, il vous faudra raisonner comme elle, et faire usage de vos nouvelles connaissances en probabilité.

1. L'incidence de la consommation de café sur la cigarette.

Dans une revue, Michelle a lu qu'une étude menée auprès de 200 patients hospitalisés en 48 heures a démontré que :

58 % sont de grands consommateurs de café (plus de quatre tasses par jour) ;

75 % sont des fumeurs ;

66 % des fumeurs sont de grands consommateurs de café.

- a) **Déterminer la probabilité qu'un patient hospitalisé au cours de cette période soit un fumeur sachant qu'il est un grand consommateur de café.**
- b) **Déterminer la probabilité qu'un patient hospitalisé au cours de cette période ne fume pas et ne soit pas un grand consommateur de café.**

Pour déterminer les probabilités demandées, vous pouvez, par exemple, utiliser un diagramme de Venn dans lequel la population des patients hospitalisés est divisée en deux sous-ensembles : C, l'ensemble des grands consommateurs de café et F, l'ensemble des fumeurs.

Vous devrez calculer le nombre d'individus que comporte chacun des sous-ensembles. Vous exprimerez finalement les probabilités demandées selon le nombre d'individus que comporte chacun des sous-ensembles. À vous de jouer !

Toujours de l'espace
fourni afin d'écrire
vos développements !



a) _____

b) _____

1. Une loterie pour venir en aide aux sinistrés.

On lance une loterie à but non lucratif pour venir en aide aux sinistrés d'une vaste inondation. L'objectif est d'amasser au moins 200 000 \$ pour venir en aide aux personnes sinistrées. Les organisateurs ont décidé d'émettre 50 000 billets. Le billet gagnant rapportera 25 000 \$ à son détenteur. Il y aura cinq prix secondaires de 5 000 \$ chacun.

Au minimum, à combien doit-on fixer le prix d'un billet ?

Ces situations-problèmes sont plus globales et plus complexes afin de maîtriser les compétences transversales visées par ce module.



Toujours de l'espace pour inscrire vos développements et votre réponse!



Avant de continuer et pour conclure cette première étape

Pour terminer ce chapitre, traitant des **probabilités**, et pour vous assurer de bien maîtriser les notions que vous y avez découvertes, vous traiterez maintenant des **SÉ**. Les solutions de ces situations ne sont pas dans votre module : votre enseignante ou votre enseignant en fera la correction.

Avant d'aborder ces **SÉ**, nous vous recommandons de noter, sur une feuille, les formules, les énoncés, et même des exemples que vous jugez importants. Vous pouvez utiliser cette feuille comme aide-mémoire.

Présentez une solution claire et complète et ne demandez l'aide de personne. Cela vous permettra de vous évaluer, et de connaître les exigences et les attentes de fin d'étape. Ce faisant, vous pourrez, si vous constatez certaines lacunes, les corriger avant de poursuivre.

Cette auto-évaluation vous permettra aussi de savoir si vous répondez aux attentes fixées pour cette étape du MAT 5152, et si vous êtes prêt à aborder la prochaine étape. Étape par étape, vous arriverez à la fin du cours. Avec succès, n'en doutez pas.

Bon travail !

Ces situations d'évaluation se trouvent à la fin de chaque chapitre et sont divisées en 2 parties. Votre enseignant(e) en fera la correction.

01 PREMIÈRE PARTIE

Évaluation des connaissances

1. Répondre...

Ces situations d'évaluation vous permettent de vérifier l'acquisition des connaissances et des compétences dites transversales.



01 DEUXIÈME PARTIE

Évaluation des compétences

4. La compagnie d'assurance automobile.

Afin de...

Félicitations, vous êtes près de la fin, le questionnaire qui suit a été préparé pour vous permettre d'évaluer vos forces et vos faiblesses dans ce module. Le corrigé de ce questionnaire ne se trouve pas dans votre module. Votre enseignant en fera la correction.

La première partie de ce questionnaire porte sur les savoirs mathématiques de ce cours. Dans la deuxième partie de cette rubrique, vous trouverez dix situations-problèmes pour démontrer vos compétences liées à ce module: utiliser des stratégies de résolution de situations-problèmes et déployer un raisonnement mathématique. Bonne révision!

PREMIÈRE PARTIE

Révision des connaissances

1. Déterminer...

Cette section est constituée de 2 banques d'exercices dont votre enseignant(e) en fera la correction: ceci dans le but d'évaluer vos forces et vos faiblesses.



DEUXIÈME PARTIE

Révision des compétences

Voici enfin le dernier virage avant l'examen: une banque de 10 situations-problèmes portant sur les modèles de répartition de vote et les expériences aléatoires. Faites-en bon usage!

1. La boutique *Extra-Ordinaire*.

Chez *Extra-Ordinaire*, ...

arbre de probabilités

Un arbre de probabilités est un diagramme en lequel on indique la probabilité de chaque résultat sur les branches.

chances contre la réalisation d'un événement

On détermine les chances contre la réalisation d'un événement en calculant le rapport du nombre de cas défavorables à cet événement au nombre de cas favorables à cet événement :

$$\text{Chances contre la réalisation d'un événement} = \frac{\text{nombre de cas défavorables}}{\text{nombre de cas favorables}}$$

chances pour la réalisation d'un événement

On détermine les chances pour la réalisation d'un événement en calculant le rapport du nombre de cas favorables à cet événement au nombre de cas défavorables à cet événement :

$$\text{Chances pour la réalisation d'un événement} = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas défavorables}}$$

critère de Condorcet

Le critère de Condorcet est un système dans lequel chaque électeur classe les candidats par ordre de préférence. Pour remporter une élection par le critère de Condorcet, un candidat doit remporter tous les duels l'opposant à chacun des autres candidats.

diagramme de Venn

Un diagramme de Venn est un diagramme qui sert à représenter les différentes relations entre des ensembles.

diagramme en arbre

Un diagramme en arbre sert à représenter les résultats d'une expérience aléatoire composée de plusieurs étapes.

espérance de gain

L'espérance de gain est le gain moyen qu'un joueur peut s'attendre à gagner en participant à un jeu. Le calcul de l'espérance mathématique dépend du gain associé à chaque résultat, de la probabilité de chacun de ces résultats et de la mise. On calcule l'espérance de gain E d'un jeu à l'aide de la formule :

$$E = P_1 \cdot G_1 + P_2 \cdot G_2 + \dots + P_n \cdot G_n - M$$

où P_i représente la probabilité du i^{e} résultat ; G_i représente le gain associé au i^{e} résultat et M représente la mise requise pour participer au jeu.

01 PROBABILITÉ

Activités d'apprentissage

1.1. Probabilité théorique, fréquentielle et subjective

1. p. 7

- a) Probabilité théorique
 b) Probabilité fréquentielle
 c) Probabilité subjective
 d) Probabilité subjective
 e) Probabilité fréquentielle
 f) Probabilité théorique
 g) Probabilité fréqu
 h) Probabilité théori
 i) Probabilité subje
 j) Probabilité fréqu
 k) Probabilité théori
 l) Probabilité subje

Un corrigé aéré, élaboré avec une démarche détaillée, qui vous permet de vous vérifier de façon autonome, pour toutes les Activités d'apprentissage.



1.2. Probabilité et chance

2. p. 13

a) $P(\text{voyelle}) = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$

$$P(\text{voyelle}) = \frac{6}{26}$$

$$\mathbf{P(\text{voyelle}) = \frac{3}{13}}$$

b) $\text{Chances pour (homme)} = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas défavorables}}$

$$\text{Chances pour (homme)} = \frac{18}{12}$$

$$\mathbf{\text{Chances pour (homme)} = \frac{3}{2}}$$

c) $\text{Chances contre (figure)} = \frac{\text{nombre de cas défavorables}}{\text{nombre de cas favorables}}$

$$\text{Chances contre (figure)} = \frac{40}{12}$$

$$\mathbf{\text{Chances contre (figure)} = \frac{10}{3}}$$

d) $P(A) = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$

$$P(A) = \frac{3}{6}$$

$$\mathbf{P(A) = \frac{1}{2}}$$

e) $\text{Chances pour (S)} = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas défavorables}}$

$$\mathbf{\text{Chances pour (S)} = \frac{4}{7}}$$

f) $\text{Chances pour } (x > 40) = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas défavorables}}$

$$\text{Chances pour } (x > 40) = \frac{20}{40}$$

$$\mathbf{\text{Chances pour } (x > 40) = \frac{1}{2}}$$

11. p. 68 suite

$$\begin{aligned} \text{c) } E &= P_1 \cdot G_1 + P_2 \cdot G_2 + P_3 \cdot G_3 - M \\ -2 &= \frac{10}{200} \cdot 50 + \frac{150}{200} \cdot 0 + \frac{40}{200} \cdot x - 5 \\ -2 &= 2,50 + 0 + \frac{x}{5} - 5 \\ \frac{x}{5} &= -2 - 2,50 + 5 \\ \frac{x}{5} &= 0,50 \\ x &= 2,50 \$ \end{aligned}$$

Pour que le gain moyen de l'organisateur soit de 2 \$, le gain pour le joueur, associé à un jeton blanc doit être de 2,50 \$.

$$\begin{aligned} \text{d) } E &= P_1 \cdot G_1 - M \\ 0 &= \frac{12}{52} \cdot \frac{11}{51} \cdot 10 - M \\ M &\approx 0,50 \$ \end{aligned}$$

Pour que le jeu soit équitable, la mise devrait être de 0,50 \$.

$$\begin{aligned} \text{e) } E &= P_1 \cdot G_1 - M \\ -3 &= \frac{1}{8} \cdot 50 - M \\ -3 &= 6,25 - M \\ M &= 9,25 \$ \end{aligned}$$

La mise doit être de 9,25 \$.

$$\begin{aligned} \text{f) } E &= P_1 \cdot G_1 + P_2 \cdot G_2 - M \\ -2 &= \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot 4 + \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} \cdot x - 4 \\ -2 &= 0,50 + \frac{x}{8} - 4 \\ \frac{x}{8} &= 1,50 \\ x &= 12 \$ \end{aligned}$$

Pour trois résultats impairs, le joueur devrait recevoir 12 \$.

1.9. Vue d'ensemble: synthèse des savoirs

1. p. 75

- Subjective
- Fréquentielle
- Théorique
- Théorique
- Subjective
- Fréquentielle

Un corrigé aéré, élaboré avec une démarche détaillée, qui vous permet de vous vérifier de façon autonome, pour toutes les Consolidations des savoirs.

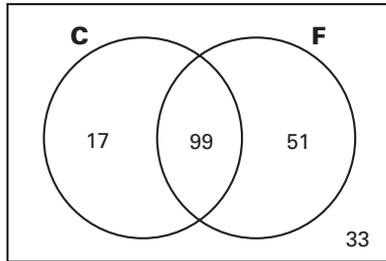
1.10. Situations de vie

1. L'incidence de la consommation de café sur la cigarette.

p. 90

Nombre de grands consommateurs de café: $58\% \times 200 = 116$ grandsNombre de fumeurs: $75\% \times 200 = 150$ fumeursNombre de fumeurs qui sont de grands consommateurs de café: 66
consommateurs de café

Ces résultats nous mènent au diagramme de Venn suivant:



$$a) P(F | C) = \frac{\text{nombre de fumeurs qui sont de grands consommateurs de café}}{\text{nombre de grands consommateurs de café}}$$

$$P(F | C) = \frac{99}{116} \text{ ou environ } 85\%$$

La probabilité qu'un patient hospitalisé soit un fumeur, sachant qu'il est un grand consommateur de café, est de $\frac{99}{116}$ ou environ 85 %.

$$b) P(\text{ni F ni C}) = \frac{33}{200} \text{ ou } 16,5\%$$

La probabilité qu'un patient hospitalisé lors de cette période ne fume pas et ne soit pas un grand consommateur de café est de $\frac{33}{200}$ ou 16,5 %.

2. Alcoolisme et tabagisme.

p. 91

Le tableau à double entrée correspondant à cette situation est:

	Fumeur	Non-fumeur	Total
Alcoolique	20	2	22
Non-alcoolique	3	75	78
Total	23	77	100

$$a) P(\text{non-fumeur et alcoolique}) = \frac{2}{100} \text{ ou } 2\%$$

Le pourcentage représentant les individus non-fumeurs et alcooliques est 2 %.

$$b) P(\text{alcoolique} | \text{fumeur}) = \frac{\text{nombre d'alcooliques fumeurs}}{\text{nombre de fumeurs}}$$

$$P(\text{alcoolique} | \text{fumeur}) = \frac{20}{23}$$

La probabilité qu'un individu soit alcoolique, sachant qu'il est fumeur, est de $\frac{20}{23}$ ou environ 87 %.

Vous savez maintenant que **85 %** des grands consommateurs de café sont aussi des fumeurs et que **87 %** des fumeurs sont aussi alcooliques. Les déductions de Michelle paraissent ainsi plus logiques...

Un corrigé aéré, élaboré avec une démarche détaillée, qui vous permet de vous vérifier de façon autonome, pour toutes les Situations de vie.



grands

1. Une loterie pour venir en aide aux sinistrés.

p. 94

Les organisateurs espèrent que la loterie rapportera 200 000 \$ pour la vente de

La vente de chaque billet doit rapporter: $\frac{200\,000\ \$}{50\,000\ \text{billets}}$, soit 4 \$ par billet.

$$E = P_1 \cdot G_1 + P_2 \cdot G_2 - M$$

$$-4 = \frac{1}{50\,000} \cdot 25\,000 + \frac{5}{50\,000} \cdot 5\,000 - M$$

$$-4 = 0,50 + 0,50 - M$$

$$M = 0,50 + 0,50 + 4$$

$$M = 5 \$$$

Pour atteindre l'objectif, le coût du billet doit être d'au moins 5 \$.

Un corrigé aéré, élaboré avec une démarche détaillée, qui vous permet de vous vérifier de façon autonome, pour toutes les Situations-problèmes.



2. Tout est dans la mise.

p. 95

Il y a 6 résultats possibles:

- 1 qui rapporte 1 \$
- 2 qui rapporte 2 \$
- 3 qui rapporte 3 \$
- 4 qui rapporte 4 \$
- 5 qui rapporte 5 \$
- 6 qui rapporte 6 \$

Le jeu doit être équitable. L'espérance de gain est donc de 0 \$.

$$E = P_1 \cdot G_1 + P_2 \cdot G_2 + P_3 \cdot G_3 + P_4 \cdot G_4 + P_5 \cdot G_5 + P_6 \cdot G_6 - M$$

$$0 = \frac{1}{6} \cdot 1 + \frac{1}{6} \cdot 2 + \frac{1}{6} \cdot 3 + \frac{1}{6} \cdot 4 + \frac{1}{6} \cdot 5 + \frac{1}{6} \cdot 6 - M$$

$$0 = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{3}{6} + \frac{4}{6} + \frac{5}{6} + \frac{6}{6} - M$$

$$0 = \frac{7}{2} - M$$

$$M = 3,50 \$$$

Pour que le jeu soit équitable, la mise doit être de 3,50 \$.

3. Viens-tu jouer avec moi, mon ami?

p. 96

a) $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Notons E_1 l'événement: le résultat est inférieur ou égal à 4. $P(E_1) = P(1, 2, 3, 4) = \frac{4}{6}$

Notons E_2 l'événement: le résultat est égal à 6. $P(E_2) = P(6) = \frac{1}{6}$

Notons E_3 l'événement: le résultat est égal à 5. $P(E_3) = P(5) = \frac{1}{6}$

$$E = P_1 G_1 + P_2 G_2 + P_3 G_3$$

$$E = \frac{4}{6} \times -1 + \frac{1}{6} \times 4 + \frac{1}{6} \times 0$$

$$E = \frac{-4}{6} + \frac{4}{6} + 0$$

$$E = 0$$

L'espérance mathématique de ce jeu est 0. Il s'agit d'un jeu équitable. En moyenne, personne ne gagne ni ne perd. Il n'est donc pas rentable d'y jouer pour d'autres raisons que pour le plaisir de jouer.

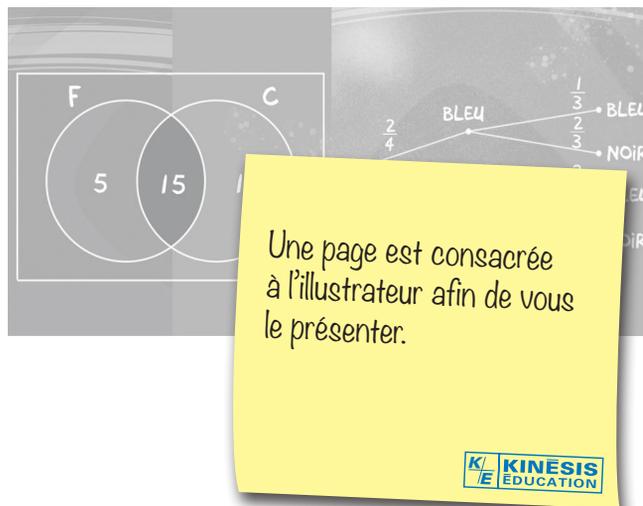
MOTS	CHAPITRE 1	CHAPITRE 2
Arbre de probabilité	41, 42, 43, 49, 50, 54, 73	
Chances contre	8, 9, 10, 11, 12, 72	
Chances pour	8, 9, 10, 11, 12, 72	
Critère de Condorcet		128, 129, 1
Diagramme de Venn	27, 32, 49, 55, 72, 73	
Diagramme en arbre	16, 17, 18, 19, 20, 41, 72, 73	
Espérance de gain	61, 62, 64, 74	
Espérance mathématique	61, 62, 63, 64, 74	
Événements dépendants	36, 37, 38, 73	
Événements indépendants	36, 37, 38, 73	
Événements mutuellement exclusifs	28, 29, 30, 31, 32, 33, 36, 73	
Jeu défavorable	62, 74	
Jeu équitable	62, 74	
Jeu favorable	62, 74	
Méthode de Borda		121, 122, 123, 130, 143, 154
Mise	61, 62, 63, 74	
Moyenne pondérée		110, 111, 112, 154

Une table alphabétique des mots clés et leurs références.



À propos de l'illustrateur et des illustrations...

Les illustrations des couvertures et les illustrations que vous trouverez au fil des pages de ce module sont des illustrations originales, commandées pour notre collection à Paul Bordeleau, illustrateur québécois, auteur de bandes dessinées et illustrateur-éditorialiste pour l'hebdomadaire *Voir* de 1992 à 2004, et pour le journal *La Presse* en 2001 et 2002. En 2003, il a pris la relève de Garnotte et de Gité comme illustrateur de nos collections.



Une page est consacrée à l'illustrateur afin de vous le présenter.

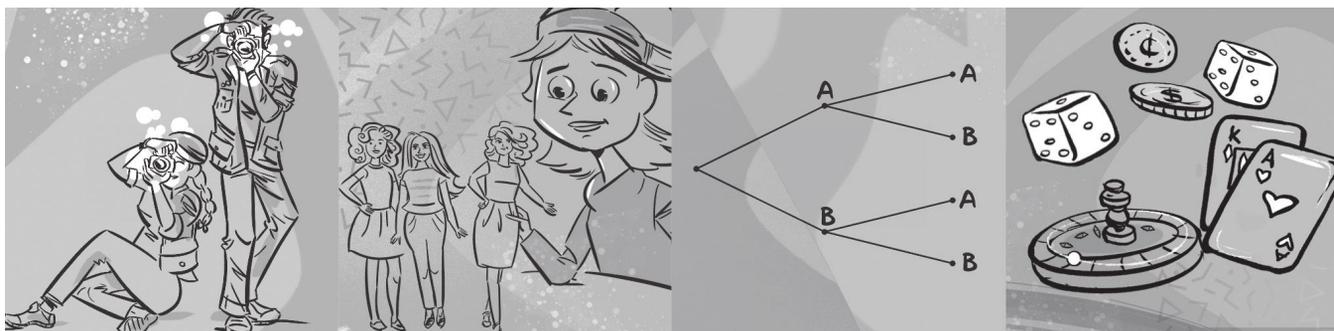
KINÉSIS ÉDUCATION

En 2009, il était l'un des bédéistes invités au festival *BoomFest* de Saint-Pétersbourg, en Russie. Il a illustré entre autres le générique de la télésérie *La Galère* à Ici Radio-Canada. En 2016, il a participé au projet *Correspondances* de Lyon.

Dans la collection MAT, ses illustrations sont parfois conçues comme de petites pauses détente au fil des chapitres.

D'autres fois, elles sont des illustrations essentielles à la compréhension et à la résolution des situations qui vous sont présentées.

Dans les pages d'ouverture des chapitres, elles illustrent la situation concrète qui vous amène à vous plonger dans la réalité mathématique des activités d'apprentissage et des situations-problèmes. Ces activités et ces situations vous permettent d'acquérir la maîtrise des savoirs mathématiques visée par le module.



Vous voulez en savoir plus sur Paul Bordeleau ?
Voici ses coordonnées : www.paulbordeleau.com

La profession d'actuaire

Le calcul des probabilités ne sert pas qu'à déterminer l'issue d'une partie de poker ou vos chances de gagner à la loterie. Il existe des gens qui gagnent leur vie en calculant des probabilités.

Parmi les professions qui demandent la maîtrise des calculs des probabilités, l'actuariat est sûrement le plus connu. Un actuaire est un mathématicien spécialisé en calcul du risque. En quelque sorte, il prédit l'avenir grâce à l'application du calcul des probabilités. L'actuaire utilise des techniques mathématiques pour calculer, par exemple, l'espérance de vie d'un individu selon ses habitudes de vie, le coût d'une prime d'assurance-habitation pour un client fumeur ou un non-fumeur, la fréquence des sinistres, les régimes de retraites, les programmes sociaux ou le moment idéal pour l'achat ou la vente de titres boursiers.

Principalement à l'emploi des sociétés d'assurances, les actuaires s'occupent de résoudre des problèmes liés à la retraite, à la maladie, à l'invalidité, à la mort prématurée, à une vie trop longue, etc. Les actuaires possèdent généralement un sens pratique et leurs services sont de plus en plus en demande dans les banques. Les logiciels permettent de faire des calculs de risques, notamment en matière

Pour les curieux,
un prolongement
des connaissances
et de l'enrichissement.

Les petits plus...

**Henri Poincaré (1854–1912)**

Issu de l'élite de la société, son père a été doyen de la faculté de médecine de Nancy et son cousin président de la République, Henri Poincaré (1854-1912) a été, entre autres, mathématicien, physicien et philosophe. Considéré par plusieurs comme le dernier savant universel, Henri Poincaré maîtrisait l'ensemble des mathématiques.

Voici une citation de Poincaré au sujet des probabilités: « Le nom seul de calcul des probabilités est un paradoxe: la probabilité, opposée à la certitude, c'est ce qu'on ne sait pas, et comment peut-on calculer ce que l'on ne connaît pas? »

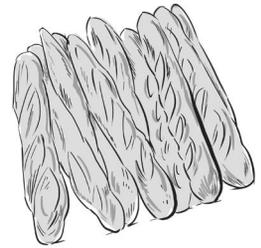
Un peu d'histoire
pour mieux comprendre
les mathématiques.



Henri Pointcaré et le boulanger

On raconte que Pointcaré se serait servi de l'espérance mathématique pour démontrer la malhonnêteté de son boulanger. Pendant un mois, Pointcaré pèse chaque jour le pain qu'il achète chez son boulanger. Au cours de cette période, chacun des pains achetés par Pointcaré pèse moins de 500 g. Le boulanger lui affirme qu'il a simplement été malchanceux, que les pains sont pesés à leur sortie du four et que 8 fois sur 10, ils pèsent 500 grammes ou plus.

Supposons que la probabilité qu'un pain produit chez ce boulanger pèse 500 g ou plus est de 8 sur 10. Quelle est la probabilité qu'en achetant un pain par jour, à tous les jours pendant un mois de 30 jours, aucun des pains ne pèse 500 g ou plus ? Expliquer la raison nous permettant de conclure que le boulanger est malhonnête.



On peut s'amuser
en faisant
des mathématiques!
Et son corrigé!

7. La recherche d'un médicament.

p. 101

Les indices fournis dans l'énoncé de la situation nous permettent de dresser le tableau suivant de la répartition des patients :

	Patients guéris	Patients non guéris	Total
Médicament A	280	80	360
Médicament B	540	100	640
Total	820	180	1 000

$$P(\text{patient guéri} \mid \text{médicament A}) = \frac{280}{360} = \frac{7}{9} \approx 0,78$$

$$P(\text{patient guéri} \mid \text{médicament B}) = \frac{540}{640} = \frac{27}{32} \approx 0,84$$

Le médicament B est plus efficace que le médicament A, car la probabilité qu'un patient soit guéri, sachant qu'il a pris le médicament B est plus grande que la probabilité qu'un patient soit guéri sachant qu'il a pris le médicament A: $0,84 > 0,78$.

Amusons-nous / page 71**Henri Pointcaré et le boulanger**

La probabilité qu'un pain pèse 500 g ou plus est de 0,8.

La probabilité qu'un pain pèse moins de 500 g est donc de $1 - 0,8$, soit 0,2.

La probabilité d'acheter 30 pains de moins de 500 g est de: $0,2^{30}$, soit $1,07 \times 10^{-21} \approx 0$.

Si le boulanger dit vrai, il est 67 milliards de fois plus probable de gagner le gros lot du lotto 6/49 que d'acheter un pain de moins de 500 grammes à tous les jours pendant un mois.

La probabilité de n'acheter aucun pain de 500 g ou plus pendant 30 jours est pratiquement nulle, d'où la malhonnêteté du boulanger.

Amusons-nous / page 92**Le truel****Si A tire sur C:**

Si A tire sur C, il y a une chance sur trois que A atteigne C. Dans un tel cas, B tire sur A et A meurt avec une probabilité de $\frac{1}{2}$. La probabilité que A meure de cette façon est donc $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$, soit $\frac{1}{6}$.

Il y a toutefois deux chances sur trois que A rate C. Dans un tel cas, C tire sur B et B meurt avec certitude.

Il y aura alors un duel classique entre A et C. La probabilité que A meure dans ce duel est $\frac{2}{3} \times 1$, soit $\frac{2}{3}$.

Si A tire sur C, la probabilité qu'il meure est de $\frac{1}{6} + \frac{2}{3}$, soit $\frac{5}{6}$.

Si A tire sur B:

Si A tire sur B, il y a une chance sur trois que A atteigne B. Dans un tel cas, C tire sur A et A meurt avec certitude.

A meurt donc avec une probabilité de $\frac{1}{3} \times 1$, soit $\frac{1}{3}$.

Il y a toutefois deux chances sur trois que A rate B. Dans un tel cas, B tire sur C et il y a une chance sur deux qu'il atteigne C. Il y aura alors un duel classique entre A et B. La probabilité que A meurt dans ce duel

est de $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$, soit $\frac{1}{3}$. Il y a aussi une chance sur deux que B rate C. C tirera donc sur A ou sur B.

A meurt avec une probabilité de $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$, soit $\frac{1}{6}$.

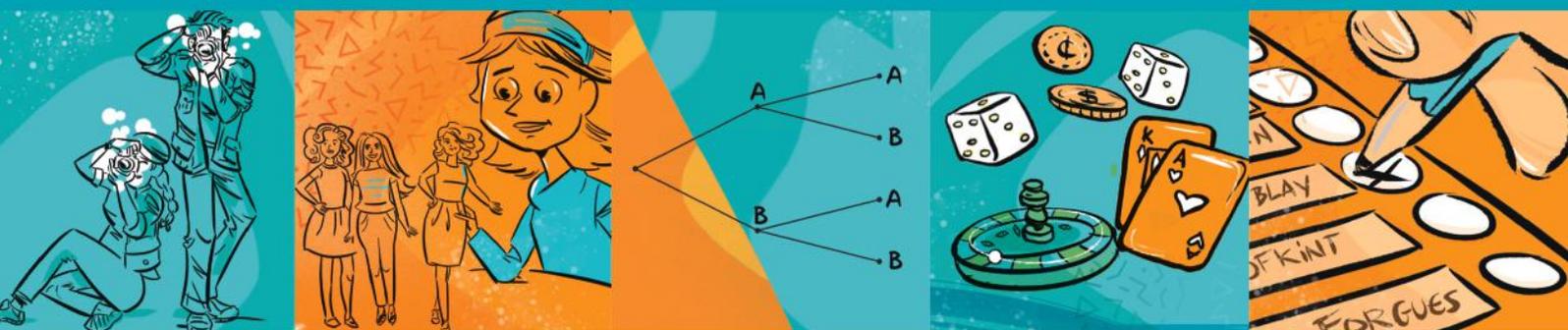
Si A tire sur B, la probabilité qu'il meurt est de $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$, soit $\frac{5}{6}$.

Le MAT 5152

Vise l'acquisition de deux grandes compétences transversales : exploiter les technologies de l'information et de la communication et exploiter l'information. Au moyen de deux procédés intégrateurs : l'interprétation de données issues d'une expérience aléatoire et la prise de décisions concernant des contextes impliquant un choix social.

MAT_{CST} 5152 1

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE



Notre maison n'a qu'une seule et unique raison d'être depuis sa création il y a plus d'un demi-siècle : publier des ouvrages de qualité irréprochable, de bonne tenue, aux contenus solides, privilégiant des démarches en accord avec les principes des différentes approches pédagogiques, et libres de tout compromis de caractère purement commercial.



401 1615

Florence Grandchamp
Drita Neziri
Abdelkader Amara
Raymond Thériault

ÉDITION
2022

MODÈLE DE RÉPARTITION DE VOTES ET EXPÉRIENCE ALÉATOIRE

MAT
A CST
5152 1

FORMATION DE BASE DIVERSIFIÉE

Ce document est disponible
gratuitement pour
l'enseignant(e). Il suffit
d'en faire la demande
à editions@ebbp.ca

 KINESIS
EDUCATION

TIRÉ À PART

Corrigé des *Situations d'évaluation de fin de chapitre*

Grilles d'évaluation

Corrigé du *Prêt pour l'évaluation de fin de module ?*

 KINESIS
EDUCATION

L'éditeur permet la reproduction
de ce document.